

影响相对论磁控管效率的因素分析

李天明, 李家胤, 于秀云, 张廷伟, 汪海洋, 李 浩, 周翼鸿, 邹 焕

(电子科技大学物理电子学院, 国家 863 计划强辐射研究室, 四川成都 610054)

摘 要: 相对论磁控管与普通磁控管效率形成了极大的反差. 本文依据打上阳极表面的电子流剩余能量, 分析了同步速度、电子小回旋运动、层流厚度、回旋半径、空间直流电荷场与强高频场对效率的影响, 并以经典的 S 波段 A6 相对论磁控管为例, 数值比较了效率随以上各因素的变化, 结果表明: 强高频场影响是造成相对论磁控管效率低下的主要原因, 此结论通过粒子模拟也得到了证实.

关键词: 高功率微波; 相对论磁控管; 电子效率; 剩余能量

中图分类号: TN128 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 09-1721-05

Analysis of Factors Affecting Relativistic Magnetron's Efficiency

LITianming LI Jiayin, YU Xiuyun, ZHANG Tingwei, WANG Haiyang

LI Haq, ZHOU Yihong, ZHOU Huan

(National 863 Plan High Power Radiation Laboratory, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054 China)

Abstract What causes relativistic magnetron to have much lower efficiency than common magnetron? Based on the residual energy of electron stream at the anode, different factors affecting the relativistic magnetron's efficiency including synchronous velocity, gyral movement, depth of Brillouin flow, Lamour radius, DC space charge field and RF field were analyzed. Comparing those factors in the typical A6 magnetron's parameter, result shows that the intense RF field is the primary reason to lower relativistic magnetron's efficiency. This conclusion was proved by the PIC simulation, too.

Key words high power microwave, relativistic magnetron, electronic efficiency, residual energy

1 引言

众所周知, 普通磁控管是常规电真空器件中效率最高者, 其效率能够达到 80% 以上, 通常情况也有 60~70%. 相对论磁控管是普通磁控管在大电流基础上的外推, 与普通磁控管比较, 它们具有相同的换能机制. 人们曾期待随着技术的成熟, 它也可以获得很高的相互作用效率. 但是从 1975 年第一只相对论磁控管问世以来, 除了最初有高于 35% 的效率报道外, 八十年代以后效率报道多在 10~20% 之间, 低效率已经成为相对论磁控管公认的缺点之一. 究竟是什么原因导致相对论磁控管与普通磁控管效率之间具有如此大的反差, 本文对此进行了一些探讨.

2 影响磁控管效率的因素

由能量守恒, 注入直流电功率 P_{in} 最终转换为以下几个部分

$$P_{in} = P_c + P_a + P_e + P_d \quad (1)$$

式中, $P_{in} = V_a I_a$, P_c - 电子流产生的高频功率, P_a - 打在阳极上的电子流平均功率, P_e - 回轰阴极的电子流功率损耗, P_d - 漂移出互作用空间的电子流功率.

由式 (1) 可见, 造成能量损失的因素主要包括: 电子流回轰阴极的能量损失, 电子流打在阳极上的剩余能量与轴向漂移出互作用空间引起的能量损失. 由于高频场强从阳极到阴极呈指数下降, 从阴极发射且处于不利相位的电子从高频场得到的能量很小, 而轴向漂移与电子流产生的角向磁场 B_θ 和电子流密度 n_e^0 相关. 经实验验证, 正常工作状态下, 这两部分功率损耗占总功率的很小一部分, 约 10% 不到. 因而, 电子流打上阳极的剩余能量 P_a 对效率的影响是决定性的, 本文重点对此进行了分析.

3 不同因素对磁控管效率的影响

3.1 仅考虑角向同步运动的电子效率

如果仅考虑一个单电子, 同时忽略电子的小回旋运动, 在同步高频场作用下, 处于不利相位的电子回轰阴极,

而处于有利相位电子一方面受到静电场 E_0 、高频场径向分量 E_{1r} 和静磁场 B_0 的共同作用, 沿 $(E_{0r} + E_{1r}) \times B_0$ 方向(角向)运动, 同时, 受高频场径向分量 E_{1r} 的影响, 运动过程中电子在高频场最大切向位置实现群聚. 另一方面, 在高频切向场 $E_{1\varphi}$ 与直流磁场 B_0 作用下, $E_{1\varphi} \times B_0$ 使电子沿径向漂移. 二者的合运动, 使有利电子在围绕阴极旋转的同时, 逐渐远离阴极, 最终打上阳极. 整个过程中, 电子速度保持不变, 损失的位能不断交给高频场, 从而达到放大高频场的目的. 假设 $E_{1r} \ll E_{0r}$, 则电子离开阴极的速度与围绕阴极旋转的速度相比是一个较小的量, 电子的运动速度近似于同步速度. 此时, 单个电子的最大效率为

$$\eta_c = (eV_a - eV_0) / eV_a = 1 - V_0 / V_a \quad (2)$$

式中, V_a 为磁控管工作电压, $V_0 = mv_0^2 / 2e$ 为特征电压, v_0 是电子与高频场的同步速度. 式(2)对相对论磁控管与普通磁控管均适用.

3.2 考虑小回旋运动的电子效率

3.1 中描述的运动实质是电子回旋中心的运动, 在 $E_{1r} \ll E_0$ 下, 运动速度可近似为 E_0 / B_0 . 除此之外, 电子还绕回旋中心作小回旋运动, 其回旋速度也为 E_0 / B_0 . 最不利也最有可能的一种情况是电子打上阳极的时刻, 两个速度同为切向, 电子总速度为 $v_{\max} = 2E_0 / B_0$. 在非相对论情况下, 对应的动能为 $4eV_0$. 故

$$\eta_c = 1 - 4V_0 / V_a \quad (3)$$

相对论情况下, 考虑切向速度的相对论叠加, 由洛伦兹变换, 得

$$v_{\max} = \frac{2v_0}{1 + \frac{v_0^2}{c^2}} = \frac{2V_0 DB_0 c^2}{D^2 B_0^2 c^2 + V_a^2} \quad (4)$$

式中, 电子回旋中心漂移速度 $v_c = \frac{E_0}{B_0} = \frac{V_a}{B_0 D}$. 相互作用空间有效间隙值 $D = \frac{r_a^2 - r_c^2}{2r_a}$.

相对论条件下的单个电子效率为式(5)

$$\eta_c = \frac{eV_a - m_0 c^2 (\gamma - 1)}{eV_a} = 1 - \frac{2m_0 v_c^2 c^2}{eV_a (c^2 - v_c^2)} = 1 - \frac{2V^{\dagger}}{A^{*2} - V^{\dagger 2}} \quad (5)$$

式中, $\gamma = \sqrt{1 - v_{\max}^2 / c^2}$ 为相对论因子, $V^{\dagger} = \frac{eV_a}{m_0 c^2}$,

$$A^* = \frac{eB_0 D}{m_0 c}.$$

3.3 层流厚度及拉莫尔半径对电子效率的影响

假设相互作用空间的电子流以布里渊层流的形式存在, 则在给定工作电压 V_a 与工作磁场 B_0 的条件下, 静态电子流的厚度(平板模型)为

$$d = D \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2m_0 V_a}{eD^2 B_0^2}} \right] \quad (6)$$

式中, D 为有效的相互作用空间距离. 在层流顶部, 电子与高

频场同步而发生相互作用, 在层流内部, 电子速度随着层流厚度减小而下降. 由于速度降低影响到与高频场的同步, 因而可以近似认为层流内部的电子对高频场能量没有贡献. 高频场获取的能量为电子从层流顶部到阳极这段距离所损失的势能.

电子与高频场的能量交换主要靠回旋中心与高频场的同步, 而绕回旋中心的小回旋对高频场的能量贡献很小. 前面讨论中, 假定回旋中心打上阳极, 在考虑拉莫尔半径 $\rho = mE_0 / eB_0^2$ 后, 当回旋中心在 $D = D - \rho$ 处, 电子已打上阳极. 因此, 受它们的影响, 电子效率改变为

$$\eta_c = \frac{\int_d^{\rho} dE_0(r)}{V_a} \approx 1 - \frac{\rho + d}{D} \quad (7)$$

式中, $E_0(r) = -eB^2 r / m$ 为层流上部空间的直流电场分布.

3.4 考虑直流空间电荷场影响的电子效率

对于相互作用空间的电子流分布, 我们假设靠近阴极区域为布里渊层流形式, 层流与阳极之间的区域为电子流形成轮辐绕阴极旋转. 电子流形成的空间电荷场可以分为直流空间电荷场与交流空间电荷场, 其中, 直流空间电荷场由布里渊层流产生, 交流空间电荷场由电子轮辐产生.

通常相对论磁控管的间隙比 $\sigma = (r_a - r_c) / r_a < 0.5$. 磁控管可近似为平板二极管模型, 抛开交流空间电荷场不计, 且加上空间电荷限制流特性 $E_r(r_c) = 0$ 条件, 布里渊层流下的直流电场分布如下

$$E_0(r) \approx -B_0 \frac{\sinh(r)}{\cosh(kd)}, \quad r < d \quad (8)$$

$$E_0(r) \approx E(d) = -B_0 \frac{\sinh(d)}{\cosh(kd)}, \quad r > d \quad (9)$$

直流空间电荷场改变了相互作用区间电场的分布, 式(7)的电子效率公式修正为

$$\eta_c = \frac{\int_d^{\rho} dr |E_0(r)|}{V_a} \approx \frac{[D - (\rho + d)] |E(d)|}{V_a} \quad (10)$$

3.5 考虑高频场影响下的电子效率

在普通磁控管中, 高频场 $E_{1r} \ll E_0$. 电子运动主要由静电场 E_0 与静磁场 B_0 决定, 高频场作用表现为电子群聚与挑选, 对电子运动速度的影响非常有限. 相对论磁控管中, 高频场 E_{1r} 与直流场 E_0 可比拟, 甚至大于直流场 E_0 . 高频场 E_{1r} 成为影响电子运动的主要因素之一, 在它的作用下, 电子的运动速度以及从阴极到阳极的渡越过程发生了质的变化.

在磁控管的平板模型中, 静态条件下, 电子运动可视为两种运动的组合: 一是绕引导中心以半径 mE_0 / eB_0^2 , 角速度 eB_0 / m 作圆周运动; 一是引导中心 $(0, mE_0 / eB_0^2)$ 沿水平方向以速度 E_0 / B_0 作直线匀速运动. 在高频场 E_{1r} 的作用下, 引导中心的运动方向产生了变化, 处于不利相位的电子, 其引导中心方向朝向阴极, 并最终沉积到阴极上, 而处于有利相位的电子, 引导中心向着阳极运动, 运动过程中, 实现了高频场与电子之间的相互作用, 使高频场得到放大.

磁控管中,工作模式一定属于其众多谐振模式之一,根据对磁控管高频结构的分析,假定高频场具有如下形式:

$$E_1 = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \phi_b, B_1 = \nabla \times A, \phi_1 = 0 \quad (11)$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{1x} \\ A_{1y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k}{K} A_1 \cosh(Kx) \cos(ky - \omega t) \\ A_1 \sinh(Kx) \sin(ky - \omega t) \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中 $K = \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} = k/\gamma_u, \gamma_u = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$.

在以高频场相速 u 运动的坐标系 Σ' 内,根据洛伦兹变换,各参量及其相互关系转换为

$$\phi'_0 = \gamma_u (\phi_0 - uA_{0y}) = -\gamma_u (E_{0r} + uB_{0z})x' \quad (13)$$

$$A'_{0y} = \gamma_u (A_{0y} - u\phi_0/c^2) = \gamma_u B_{0z}x' (1 - \beta_u \beta_0) \quad (14)$$

$$E'_{0z} = \gamma_u (E_{0z} + uB_{0y}) = \gamma_u (E_{0z} - E_s) = \gamma_u E_s \Delta\beta \quad (15)$$

$$B'_{0z} = \gamma_u (B_{0z} + uE_{0y}) = \gamma_u B_{0z} (1 - \beta_u \beta_0) \approx B_{0z} / \gamma_u \quad (16)$$

$$\phi'_1 = -\gamma_u uA_{1y} = -\frac{\gamma_u u V_1}{\beta_u} \sinh(Kx) \sin(ky - \omega t)$$

$$A'_{1y} = \begin{pmatrix} A'_{1x} \\ A'_{1y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_u V_1 \sinh(k'x') \sin(k'y') \\ \gamma_u A_1 \sinh(k'x') \sin(k'y') \end{pmatrix} \quad (17)$$

其中, $K' = k', \beta_0 = -E_{0z}/B_{0z}$.

绝热不变下,运动坐标系 Σ' 观察到电子的哈密顿函数为

$$H' = m c^2 \sqrt{1 + \frac{[P'_x + eA_{1x}/c]^2 + [P'_y + m\Omega'x' + \gamma_u eA_{1y}/c]^2}{(mc)^2}} + \gamma_u u e A_{1y} + \gamma_u e (\phi_0 - uA_{0y}) \quad (19)$$

式中, P'_x 与 P'_y 分别是电子的正则动量在 x, y 方向的分量, Ω' 为回旋频率. 由于电子与高频场之间的相互作用主要依靠电子引导中心与高频场同步,围绕引导中心回旋运动半径通常较阴间间隙小很多. 因此,可以忽略电子的回旋,只考虑电子引导中心的运动轨迹. 在一个小回旋周期内平均哈密顿函数,可得

$$H' = m c^2 \left\{ \gamma' + \gamma_u \frac{eV_1}{m c^2} \sinh(k'X') \sin(k'Y') + \gamma_u \Delta\beta \frac{dX'}{m c^2} \right\} \quad (20)$$

式中,坐标系 Σ' 上观察到的相对论因子 $\gamma' = \sqrt{1 + \frac{(m\Omega'\rho')^2}{(mc)^2} + \frac{p_d^2}{(mc)^2}}$ 包含了电子绕引导中心的回旋运动动量 $m\Omega'\rho'$ 与 $E'_1 \times B_{0z}$ 的漂移运动动量 p'_d . 通过哈密顿正则方程,可得

$$p'_d = \gamma'_\perp m c \frac{(E'_{0z} + E'_1) \times z}{B'_0} = \gamma'_\perp \frac{e}{\Omega} \left[\frac{\partial \phi'}{\partial Y'} - \frac{\partial \phi'}{\partial X'} \right] \quad (21)$$

式中, $\gamma'_\perp = \sqrt{1 + \frac{(m\Omega'\rho')^2}{(mc)^2}}$. 如果认为高频场引起的电子漂移运动相对于同步运动而言是一个缓慢的过程 ($v'_d \ll u, v'_\perp$),可近似认为在运动坐标系 Σ' 中相对论因子

$$\gamma' = \sqrt{1 + \beta_\perp'^2 + \beta_d'^2} \approx \gamma'_\perp + \frac{1}{2\gamma'_\perp} \frac{p_d'^2}{m^2 c^2} \quad (22)$$

运动坐标下的电子在一个回旋周期的平均动能 $W' = \gamma' m c^2$, 根据洛伦兹转换,它在实验室坐标系下变化为 $W = \gamma' \gamma_u m c^2$. 如果认为电子势能 eV_a 除了转换为动能之外,剩下的全部交给高频场,则电子效率为

$$\eta_e = \frac{eV_a - m_0 c^2 (\gamma - 1)}{eV_a} = 1 - (\gamma_u \gamma' - 1) \frac{m_0 c^2}{eV_a} \quad (23)$$

由能量守恒,电子在相互作用空间中的哈密顿函数一致,即 $H' = \text{const}$ 如果电子引导中心速度与高频场相速完全同步 ($\Delta\beta = 0$),式(20)简化为

$$H' = m c^2 \left\{ \gamma' + \gamma_u \frac{eV_1}{m c^2} \sinh(k'X') \sin(k'Y') \right\} = \text{const} \quad (24)$$

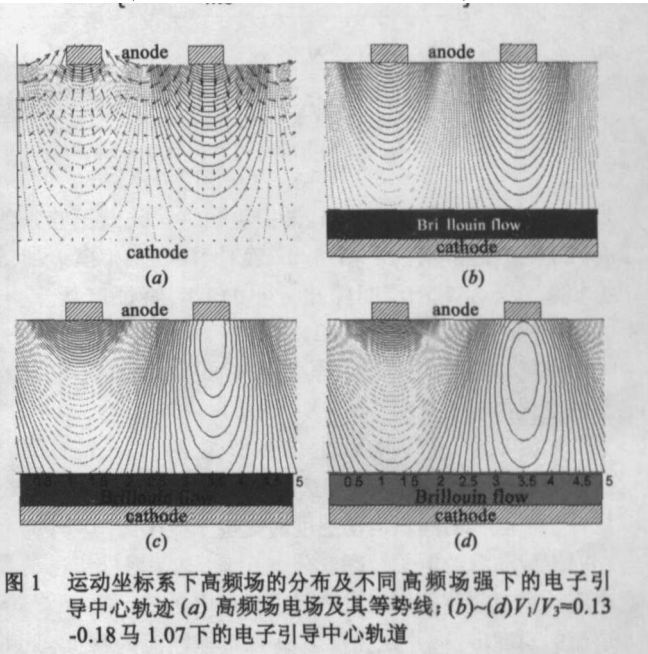


图 1 运动坐标系下高频场的分布及不同高频场强下的电子引导中心轨迹 (a) 高频场电场及其等势线; (b)~(d) $V_1/V_0 = 0.13, 0.18, 1.07$ 下的电子引导中心轨迹

式(24)反映了电子在运动坐标系下的运动轨迹. 当 $E_1 \ll E_0$ 时, $p'_d \ll m\Omega'\rho'$, $\gamma' = \text{const}$ 式(24)左端第一项 $m c^2 \gamma'$ 代表电子的动能,第二项代表电子的势能,第一项为常数则第二项必为常数,说明此时电子的引导中心轨迹沿着高频场等势线. 随着高频场 E_1 增加,电子的动能成了位置的变量 ($\gamma' \neq \text{const}$),其引导中心将偏移等势线. 图 1(a) 为运动坐标系下高频电场及其等势线分布,图 1(b)~(d) 分别为 $V_1/V_0 = 0.13, 0.18, 1.07$ 时电子引导中心轨迹. 式(22)清晰地指出:高频场强增加,使电子 $E'_1 \times B_{0z}$ 的漂移速度增加,从而增加了打上阳极的剩余电子能量,最终导致电子效率降低.

4 数值计算

以经典的 S 波段 A6 结构相对论磁控管为参考^[8],各种因素对效率影响的数值计算如下. 其中, A6 结构相对论磁控管基本尺寸为: 阳极半径 $r_a = 2.1 \text{ cm}$, 阴极半径 $r_c = 1.2$

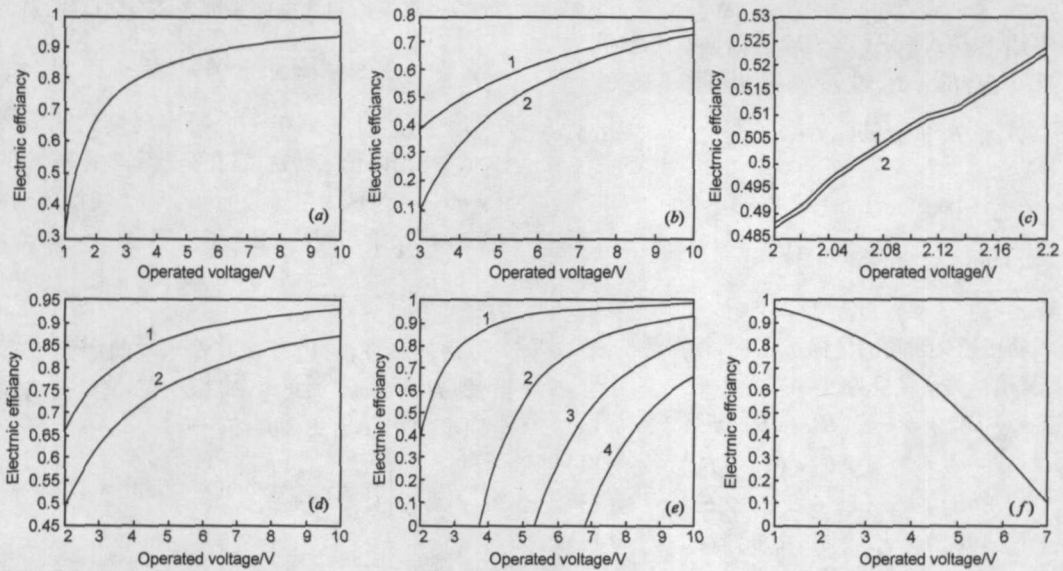


图2 不同因素对电子效率的影响。(a)同步速度影响(b)小回旋影响 b1 常规, b2 相对论修正;(c)层流及拉莫尔半径影响 c1 不考虑拉莫尔半径, c2 考虑拉莫尔半径;(d)层流与直流空间电荷场影响 d1 考虑直流空间电荷场, d2 不考虑空间电荷场;(e)不同强场下电子效率随工作电压变化, 1、2、3、4 分别对应于 $V_f=100, 300, 500, 700\text{kV}$; (f)固定工作点下电子效率随高频场强变化 ($V_a=700\text{kV}$ 、 $B_z=7634\text{Gs}$)

m , 阳极高度 $h = 7.2\text{cm}$, 谐振腔数 $N = 6$ 谐振腔张角 $\phi = 20^\circ$, 谐振腔半径 $r_v = 4.1\text{cm}$ 经计算可得: p 模下的谐振频率 $f_{\pi} = 3.2\text{GHz}$ 间隙比 $\sigma = 0.428$ 特征电压 $V_0 = 68\text{kV}$, 特征磁场 $B_{0c} = 0.128\text{T}$.

根据以上效率计算公式, 得到不同因素影响下电子效率的变化如图 2 所示.

如果取 S 波段相对论磁控管常见的一个工作点 (700kV , 0.7634A), 并假定这时的高频电压 $V_f = 650\text{kV}$. 只考虑单电子的同步运动速度时的电子效率为 90% , 加上小回旋运动后的电子效率变化为 61% , 如果将同步运动和小回旋运动的叠加作相对论修正后的电子效率为 66% . 从层流的角度出发, 并认为层流具有布里渊流的特征, 只考虑层流厚度时的电子效率为 81.99% , 加上回旋半径的因素, 电子效率为 81.96% , 二者基本没有变化, 说明小回旋半径对效率的影响较小. 层流基础上, 增加层流产生的直流空间电荷场后的电子效率为 90% . 与不考虑空间电荷场的情况比较, 直流空间电荷场将电子效率在原有基础上增加了约 8% . 然而, 当引入了强高频场之后, 电子效率下降为 2% . 从这些数据的比较可知: 在影响相对论磁控管效率的众多因素中, 强高频场影响是最主要的.

5 粒子模拟验证

基于上述 A6 相对论磁控管模型, 利用三维模拟工具进行粒子模拟. 在优化的最佳工作点 (500kV , 0.5A) 处, 通过设置阴极的发射能力, 控制相互作用区内高频场强弱, 模拟结果如图 3 所示.

改变阴极的发射能力, 不影响磁控管的高频结构, 也

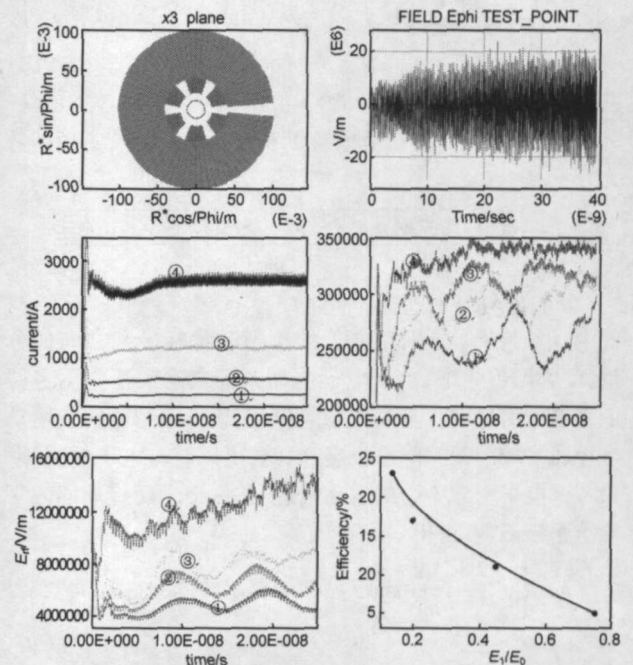


图3 粒子模拟高频场强与效应的关系。(a)磁控管横截面 (b)相互作用空间内某点高频场 (c)磁控管工作电流 (d)不同电流下电子打在阳极表面平均剩余能量 (e)不同电流下相互作用区内的高频场幅值 (f)磁控管效率随高频场幅值变化.

不会改变磁控管的 B-H 关系, 磁控管最佳工作点基本保持不变. 但是随着工作电流降低, 在工作电压不变的情况下, 总的注入功率下降, 从而导致相互作用区的高频场强降低, 将影响到磁控管效率. 图 3(e)~(f)反映了高频场强、效率与剩余能量之间的关系, 与前面 3.5 节理论分析得到的结果一致.

6 结语

本文从点电荷模型与层流模型的角度出发, 分别针对同步速度、小回旋运动、层流厚度、拉莫尔半径、直流空间电荷场及高频场强几种不同的因素对磁控管效率的影响进行了分析。同时, 以经典的 A6 磁控管为原型, 数值比较了不同因素的影响因子, 指出强高频场是造成相对论磁控管效率低下的主要因素, 这一结论, 通过粒子模拟得到了进一步证实。

参考文献:

- [1] Raymond W Lenke, T C Genoni, Thomas A Spencer Effects that limit efficiency in relativistic magnetrons [J]. IEEE Trans 2000, 28(3): 887-897
- [2] Spiliotis R iyopoulos Efficiency reduction caused in tense rf induced $E \times B$ drift during relativistic magnetron operation [J]. Physics of Plasmas 1999, 6(4): 1344-1355
- [3] Spiliotis R iyopoulos Magnetron theory [J]. Phys Plasmas 1996, 3(3): 1137-1161.
- [4] Spiliotis R iyopoulos, David P Chemin, Adam T Drobot, Guiting center fluid model of the crossed-field amplifier [J]. IEEE Trans 1992, 39(6): 1529-1542
- [5] 李家胤, 熊祥正, 等. 相对论磁控管的实验研究 [J]. 强激光与粒子束, 1997, 9(4): 563-567

Li JY, Xiong X Z, et al An experimental investigation of relativistic magnetron [J]. High Power Laser and Particle Beams 1997, 9(4): 563-567 (in Chinese)

- [6] 张兆镛. 微波电子管原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1981.
- [7] 郭硕鸿. 电动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003
- [8] H Sze, B Harteneck, J Benford, et al Operating characteristics of a relativistic magnetron with a washer cathode [J]. IEEE Trans 1987, 15(3): 327-329.

作者简介:



李天明 男, 1973 年出生于重庆。2005 年 6 月电子科技大学物理电子学专业博士毕业, 主要从事高功率微波源的理论与实验研究。

E-mail: tianming@uestc.edu.cn

李家胤 男, 1944 年生于四川绵阳。1967 年毕业于成都电讯工程学院电真空器件与制造专业, 1981 年成都电讯工程学院微波电子学硕士毕业, 1985~1986 年在前苏联列宁格勒电讯学院学习电子与量子器件。多年来从事高功率微波及其在国防上的应用研究, 主持多项高功率微波研究工作, 获得了省部级奖多项, 是我国最早开展高功率微波器件实验研究的学者之一。E-mail: jyl@uestc.edu.cn