

一种时频分布核函数构造方法

刘庆云,李志舜,马 艳

(西北工业大学航海学院,陕西西安 710072)

摘要: 立足于信号的参数化模型—多分量多项式相位信号,提出了一种新的时频分布并给出了其构造方法.该方法根据待分析的瞬时相关函数中自项分量及交叉项分量相位的不同特点,采用相位匹配的方法估计各信号分量的瞬时频率.所构造的时频分布不仅具有理想的频率聚集性,而且实现了绝大多数交叉项分量的有效抑制,有效克服了多线性时频分析方法的局限性.

关键词: 多项式相位信号; 瞬时相关函数; 交叉项; 自项; 相位匹配变换

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 04-0745-03

On Construction of A Novel Time Frequency Kernel

LIU Qing-yun ,LI Zhi-shun ,MA Yan

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: Based on parametric model of signal-multicomponent polynomial phase signal, a novel time frequency kernel is presented. It estimates the instantaneous frequency of each signal component by matched-phase transform, according to different features of phases between the autoterms and crossterms of the instantaneous correlation function of the signal under analysis. The novel time frequency kernel constructed not only shows ideal frequency concentration, but also suffers from few or no crossterms. So, compared with the existing multilinear time-frequency representations, it has advantages in exposing inner characteristics of signals.

Key words: polynomial phase signal; instantaneous correlation function; crossterm; autoterm; matched-phase transform

1 引言

WVD^[1]因具有良好的时频聚集性而受到人们的青睐,成为时频分析技术领域的基础和核心.除所存在的交叉项干扰为应用时的瓶颈外,对于瞬时频率非线性变化的信号而言,其WVD频率聚集性较差,所以,通常情况下WVD更适于分析LFM信号或单频信号.尽管多线性时频分布,如多项式相位信号 (polynomial phase signal—PPS) 的WVD^[1,3]、L类时频分布^[4,5]、S类时频分布^[9]、复参数时频分布^[2]等,可提高待分析信号的频率聚集性,却并不利于交叉项的抑制^[6],而且大大增加了交叉项数目,所以,通常情况下,此类时频分布并不适于分析多分量信号.由于自然界的许多信号,以及许多工程应用,如通信、雷达、声纳等领域中所遇到的信号,根据Stone-Weierstrass理论,都可表示成多分量多项式相位信号 (multicomponent PPS—mc-PPS) 形式^[7,8],故本文将以mc-PPS为信号模型,讨论适用于此类信号的时频分析方法.

本文首先分析WVD用于分析高阶PPS时,频率聚集性变差的根源所在:mc-PPS在任意时刻 t 的WVD中的自项及交叉项,本质上都是PPS的傅氏变换.当待分析信号分量的最高相位阶次大于2时,瞬时相关函数中自项分量及交叉项分量都是3阶或3阶以上PPS,所以WVD的频率聚集性较差.显然地,若能首先采取有效措施剔除自项分量相位中的高阶项,再作傅氏变换,则可大大提高频率聚集性.本文根据瞬时相关函

数中自项分量及交叉项相位的不同特点,采用相位匹配的方法,实现了此设想.相对于多线性及双线性时频分布而言,所构造的时频分布不仅频率聚集性高,而且实现了绝大多数交叉项分量的有效抑制(其交叉项数目最多与WVD中的交叉项数目相同,但通常明显少于WVD中的交叉项数目),因而,为进一步的信号处理,如多信号分辨、各信号分量瞬时频率的估计等,创造了更为良好的条件.

2 WVD的局限性

讨论中使用式(1)所示形式的mc-PPS模型.为简单起见,先假设 A_k 为常量.尽管各信号分量的最高阶次 M_k 未必相同,但为讨论方便,仍假设 $M_1 = M_2 = \dots = M_K = M$.

$$z(t) = \prod_{k=1}^K A_k \exp \left[j 2 \sum_{m=0}^M a_{k,m} t^m \right] \quad (1)$$

式中, $a_{k,m} (k \in [1, K], m \in [0, M])$ 为实数.不失一般性,令 $z_1(t) = e^{j\phi(t)}$ 、 $z_2(t) = e^{j\psi(t)}$, 其中 $\phi(t)$ 、 $\psi(t)$ 均为 t 的实函数

及 t 的 M 阶多项式形式,即 $\phi(t) = \sum_{n=0}^M a_n t^n$ 、 $\psi(t) = \sum_{n=0}^M b_n t^n$,

则
$$z_1(t+\tau) z_2^*(t-\tau) = e^{j(\phi(t+\tau) - \psi(t-\tau))} \quad (2)$$

$$= \sum_{n=0}^M [a_n(t+\tau)^n - b_n(t-\tau)^n] \quad (3)$$

令
$$h(t, \tau) = \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} [\phi^{(m)}(t) + (-1)^{m+1} \psi^{(m)}(t)] \tau^m \quad (4)$$

其中, $x^{(m)}(t)$ 表示 $x(t)$ 的第 $m(m \geq 2)$ 阶导数, 其一阶导数用 $\dot{x}(t)$ 表示. 可以证明

$$\dot{z}(t) = \dot{\phi}(t) - \dot{\psi}(t) + [\dot{\phi}(t) + \dot{\psi}(t)] + h(t) \quad (5)$$

令信号 $z(t) = z_1(t) + z_2(t)$, 则 $z(t)$ 的瞬时相关函数 $z(t+)z^*(t-)$ 中的自项分量的相位具有式(6)所示形式(以 $z_1(t)$ 的自项分量为例).

$$\begin{cases} \phi(t) = 2\phi(t) + h(t) \\ h(t) = \sum_{\substack{m=2h+1 \\ h=1,2,\dots}}^M \frac{2}{m!} \phi^{(m)}(t) \end{cases} \quad (6)$$

$z(t)$ 的瞬时相关函数中两信号分量的交叉项为

$$IC_{z_1 z_2}(t) = 2\cos\{\phi(t) - \psi(t) + \text{Even}[h(t)]\} e^{j[a + \text{Odd}[h(t)]]} \quad (7)$$

其中, $a = \phi(t) + \psi(t)$, $\text{Even}[h(t)]$ 、 $\text{Odd}[h(t)]$ 分别表示取 $h(t)$ 中的偶次项和奇次项运算, $h(t)$ 如式(4)所示. 显然地, 仅当 $\phi(t) - \psi(t) = ct + b$ (c, b 为任意常数, 且 $c \neq 0$) 时, 即仅当两信号分量的瞬时频率差为常量时, 交叉项所对应的 $h(t)$ 为式(6)所示形式的三阶以上奇次多项式. 否则, $h(t)$ 为的一般高阶多项式. 当交叉项所对应的 $h(t)$ 为三阶以上奇次多项式时, 式(7)可表示成式(8)所示形式.

$$IC_{z_1 z_2}(t) = 2\cos(ct + b) e^{j[ct + b + h(t)]} \quad (8)$$

显然地, 仅当 $M \geq 2$ 时, 式(6)中的 $h(t) \neq 0$. 仅当 $M \geq 2$, 且两信号分量的最高阶相位系数相等时, 式(8)中的 $h(t) \neq 0$.

由 WVD 的定义可知, 信号 $z(t) = z_1(t) + z_2(t)$ 在任意时刻 t 的 WVD 中的信号自项及交叉项分别为频移了 $\dot{\phi}(t)$ 、 $-\dot{\psi}(t)$ 和 $\dot{\phi}(t) + \dot{\psi}(t)$ 的高阶 PPS 的傅氏变换. 只有 LFM 信号(本文中, 单频信号被认为是线调频率为零的 LFM 信号)的自项, 以及具有相同调频率的 LFM 信号的交叉项, 因其相位中不含的二阶及二阶以上高阶项, 才表现为窄带谱, 从而具有良好的频率聚集性. 对更高阶的 m -PPS 而言, 无论是信号自项还是交叉项, 通常情况下将表现为宽频带谱. 这是 WVD 在分析高阶 PPS 时分辨能力或频率聚集性变差的根源. 显然地, 若能首先消除瞬时相关函数中各自项分量及交叉项分量相位中的二阶及二阶以上高阶项部分, 再作傅氏变换, 则无论是信号自项, 还是交叉项都将获得较高的频率聚集性, 从而有利于将它们清晰地分辨出来. 这就是本文所提方法的理论基础.

3 新的时频分布构造方法

由前文可知, 只有各信号分量的自项, 以及第二到第 M 阶相位系数相同的信号分量间的交叉项, 其相位中仅包含的奇次多项式, 而其他交叉项分量的相位中的偶次项系数并不恒为零. 所以, 对待分析信号 $z(t)$ 作式(9)所示形式的相位匹配变换(本文均以 $M=6$ 为例)

$$\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y) = z^*(t-)z(t+) e^{-j(2 + 3 + 5)d} \quad (9)$$

则对任意给定的时刻 t , 当参数 ω 、 λ 与各信号分量自项相位 $h(t)$ 部分的相应阶系数同时匹配时, $|\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)|$ ($|\cdot|$ 表示取绝对值运算)将在 $z(t)$ 中各信号分量 t 时刻的瞬

时频率处表现为局部峰值. 若信号分量间的交叉项相位中 $h(t, \omega)$ 含有偶次项, 则通常情况下, 该交叉项在 $|\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)|$ 中不表现为局部峰值点. 因此, 由 $|\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)|$ 中各局部峰值点的位置即可估计出 $z(t)$ 中各信号分量在 t 时刻的瞬时频率. 求出各信号分量在每一时刻 t 的瞬时频率, 以及相应的强度信息(本文取相应时刻的 $\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)$ 中各局部极值的实部表示各信号分量的强度大小), 就可构造出具有理想频率聚集性的时频分布, 同时, 抑制掉绝大部分交叉项分量. 对于第二到第 M 阶相位系数相同的信号分量间的交叉项, 由于在 $|\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)|$ 中仍表现为局部峰值点, 所以, 该交叉项分量仍存在于所构造的时频分布中. 不过, 由式(8)可见, 它仍是振荡性的, 所以, 可采取进一步的措施将其从所构造的时频分布中剔除.

给定一组 (t, ω) , $\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)$ 可由 FFT 快速计算, 所以, 式(9)相当于对 $\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)$ 作二维搜索运算. 当 $M=4$ 时, 应置 $d=0$, 此时相当于对 $\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)$ 作一维搜索运算. 所以, 该方法较 WVD 的计算量大, 而且, 阶次 M 每增加 2, 搜索维数增加 1, 当搜索维数大于 2 且搜索范围较大时, 计算量会急剧增大. 但当 $M=6$ 时, 其计算量还是可以承受的.

4 仿真及结果

下面以一组仿真实例说明本文方法的实际效果. 图 1(a)、(b)、(c)分别为所构造的新的时频分布. 图 1(d)为图 1(a)中所用信号的 WVD. 图 1(a)中所用信号为一四阶 PPS. 图 1(b)为两个四阶 PPS 和的时频分布, 其中, 两信号的第二到第四阶相位系数相同. 图 1(c)为一个四阶 PPS 和一个 LFM 信号和的时频分布. 由此可见, 新的时频分布频率聚集性高, 信号分辨能力强, 对交叉项也有较好的抑制效果, 更有利于多信号分辨. 图 1(b)同时显示出了交叉项的存在(处于中间位置的线条为交叉项). 由图 1(c)还可以看出, 当两信号分量的瞬时频率在某一时间区间内近似平行时, 新的时频分布对他们在该时间区间的交叉项的抑制能力将变弱.

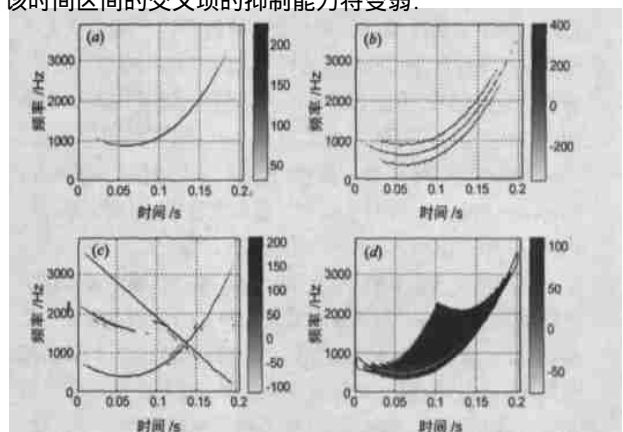


图 1 几种信号的新的时频分布及其 WVD. (a)、(b)和 (c)分别为一四阶 PPS、两分量四阶 PPS, 以及一个四阶 PPS 和一个 LFM 信号之和的新的时频分布. 其中, (b)中两信号分量的第二到第四阶相位系数相同. (d)为 (a)中所用信号的 WVD. 在构造 (a)、(b)和 (c)所示时频分布时, 人为地假定了 $|\mathbf{R}_z(t, \omega, \lambda, y)|$ 中局部极值点的数目分别为 1、3、3.

5 结束语

mc-PPS 在任意时刻 t 的 WVD 中的自项及交叉项,本质上都是高阶 PPS 的傅氏变换. 当待分析信号最高相位阶次大于 2 时,瞬时相关函数中自项分量及交叉项分量都是 3 阶以上 PPS,所以 WVD 的频率聚集性变差. 本文根据瞬时相关函数中自项分量及交叉项分量相位的不同特点,采用相位匹配的方法,既大大提高了频率聚集性,又有效抑制了绝大多数交叉项分量. 所构造的时频分布不仅同时具有双线性及多线性时频分布的优点,而且有效克服了这两类时频分布的缺点,所以,具有明显的优越性. 对于仍存在的交叉项分量,由于它具有振荡性,因此仍可采取进一步的措施剔除之. 尽管是针对恒包络信号所设计,但对慢变包络信号同样也是有效的. 其不足之处是,在某信号分量的起止时刻附近,由于瞬时相关函数持续时间较短,傅氏变换的频率分辨率变差,所得结果可能是欠准确的. 再者,如何判断 $|R_z(t, \dots)|$ 中某局部极值点是否有意义也是值得探讨的一个问题.

参考文献:

- [1] 张贤达,保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京:国防工业出版社,1999.
- [2] Ljubisa Stankovic. Time-frequency distributions with complex argument [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2002, 50(3): 475 - 486.
- [3] Ljubisa Stankovic. On the realization of the polynomial Wigner-Ville distribution for multi-component signals[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1998, 5(7): 157 - 159.
- [4] Ljubisa Stankovic. A multitime definition of the Wigner higher order distribution: L-Wigner distribution[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1994, 1(7): 106 - 109.

- [5] Ljubisa Stankovic. L-class of time-frequency distributions [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3(1): 22 - 25.
- [6] 张贤达. 现代数字信号处理[M]. 北京:清华大学出版社, 2002. 486.
- [7] Peter O'Shea. A new technique for Instantaneous frequency rate estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(8): 251 - 252.
- [8] M Z Ikram, G Tong Zhou. Estimation of multicomponent polynomial phase signals of mixed orders[J]. Signal Processing, 2001, 81: 2293 - 2308.
- [9] Ljubisa Stankovic. S-class of time-frequency distributions [C]. IEEE proc. -vis. Image signal process, 1997, 144(2): 57 - 64.

作者简介:



刘庆云 男,1969 年出生于安徽,1996 年获西安市第二炮兵工程学院信号与信息处理专业硕士学位,现为西北工业大学信号与信号处理专业博士生,主要研究方向为时频分析,信号检测与参量估计等.



李志舜 男,1938 年出生于辽宁本溪,西北工业大学航海学院教授,信号与信息处理学科博士生导师,主要从事水下信号与信息处理方面的教学与科研工作,先后获国家科技进步一等奖 1 项,部级科技进步奖多项,编写教材一部,发表学术论文 50 多篇.