

# 鲁棒总体均方最小自适应滤波: 算法与分析

魏瑞轩<sup>1,2</sup>, 韩崇昭<sup>2</sup>, 张宗麟<sup>1</sup>, 方洋旺<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学工程学院, 陕西西安 710038; 2. 西安交通大学电子与信息工程学院, 陕西西安 710049)

**摘要:** 本文研究了在输入输出观测数据均含有噪声的情况下如何有效地进行鲁棒自适应滤波的问题. 以总体均方误差(TMSE)最小为准则, 基于最速下降原理, 通过对总体均方误差梯度进行修正, 提出了一种鲁棒的总体均方最小自适应滤波算法. 通过与已有算法的对比分析表明, 该算法能够有效地降低权向量的每步调整量对噪声的敏感程度. 仿真实验的结果进一步表明, 该算法的鲁棒抗噪性能和稳态收敛精度明显地高于其它同类方法, 而且可以使用较大的学习因子, 在高噪声环境下仍然保持良好的收敛性.

**关键词:** 自适应滤波; 总体均方误差; 总体均方最小; 修正梯度

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372 2112 (2002) 07 1023 04

## Robust Total Least Mean Square Adaptive Filter: Algorithm and Analysis

WEI Rui xuan<sup>1,2</sup>, HAN Chong zhao<sup>2</sup>, ZHANG Zong lin<sup>1</sup>, FANG Yang wang<sup>1</sup>

(1. College of Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China;

2. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

**Abstract:** The robust adaptive filtering is researched when the input and output signal are both corrupted by noise in this paper. On the basis of minimizing total mean square error (TMSE) and the steepest descent principle, by modifying the gradient of TMSE, a robust total least mean square (RTLMS) adaptive filter algorithm is proposed. The performance analysis is compared with other algorithm demonstrates the proposed algorithm can efficiently reduce the sensitivity of the weight adjusting tap to noise. The simulation results have also shown that the robust anti noise performance and the stable convergence precision of the proposed algorithm are remarkably higher than other congener algorithms. And it can still keep nice convergence when a larger learning factor is used and the noise is strong.

**Key words:** adaptive filter; total mean square error; total least mean square; modifying gradient

### 1 引言

总体最小二乘(TLS)技术是解决输入、输出观测数据均含有噪声的信号处理问题的一种有效方法. 尽管 TLS 问题的 SVD 解法已于 1980 年被提出<sup>[2]</sup>, 但由于 SVD 方法的复杂性, 限制了 TLS 技术的广泛应用, 从而也促使了人们对递推方法的研究. 但直到 1992 年后一些有效的递推算法才被逐渐提出. 文[7]基于 Kalman 增益向量的双通道快速算法提出了一种递推算法, 该方法构造复杂, 且要进行矩阵逆运算, 因而存在着潜在的数值不稳定问题. 文[4]使用反 Hebb 学习规则提出了一种求取最优拟合问题 TLS 解的次元分析(MCA)算法. 文[6]则提出了另一种形式的 MCA 算法, 并用李亚普诺夫方法对其稳定性进行了分析. 而文[5]基于对反 Hebb 学习规则的修正, 提出了一种具有最小记忆要求的反 Hebb 学习算法, 但该算法已被证明需要初始权值取特定的值, 否则算法将不能收敛到 TLS 解<sup>[9, 10]</sup>. 文[3]则提出了一种全局收敛的 TLMS 算法, 但该方法要求学习因子必须足够的小. 我们的分析和仿

真表明, 以上这些方法不仅不允许使用较大的学习因子, 而且, 当噪声干扰较强时, 其收敛性能将恶化. 考虑到实际应用的需要, 我们希望能有一种允许使用较大的学习因子, 且收敛性能良好的自适应滤波算法.

本文通过对被估计系统的总体均方误差(TMSE)梯度进行修正, 有效地降低了梯度对噪声的敏感性, 并基于最速下降原理, 提出了一种鲁棒的 TLMS 自适应滤波算法. 该算法的收敛精度被显著地提高, 而且能够使用较大的学习因子.

### 2 总体均方最小 FIR 自适应滤波问题

考虑输入、输出观测数据均含有噪声的 FIR 自适应滤波. 记对未知系统输入、输出的观测序列为 $\{\tilde{x}(k), \tilde{d}(k)\} | k = 1, 2, \dots, N\}$ ,  $\tilde{x}(k) = x(k) + n_i(k)$ ,  $\tilde{d}(k) = d(k) + n_o(k)$ , 其中,  $n_i(k)$  和  $n_o(k)$  表示叠加在输入、输出观测数据中的噪声, 滤波器权向量记为  $H(k) = [h_1, \dots, h_n]^T$ ,  $k$  时刻的输入向量为  $\tilde{X}(k)$ , 则滤波器的输出为  $y(k) = \tilde{X}^T(k) H(k)$ . 输出误差

即为  $\varepsilon(k) = y(k) - \tilde{d}(k)$ . 按照 Oja 等人对 TLS 问题几何意义的阐述<sup>[2,4]</sup>, 在 TLS 意义下, 自适应滤波是以  $\min \sum_{k=1}^N \frac{\varepsilon^2(k)}{\mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k)}$  为指标的, 其中,  $\mathbf{W}(k) = [\mathbf{H}^T(k), -1]^T$ . 为了叙述方便, 记  $e(k) = \frac{\varepsilon(k)}{\sqrt{\mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k)}}$ , 并称之为  $k$  时刻滤波器的

的总体输出误差, 这里  $\varepsilon(k) = \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k)$ .

借鉴 Widrow 的思想<sup>[8]</sup>, 我们对  $e^2(k)$  取期望, 称其为总体均方误差(TMSE)  $\eta_T$ , 即:

$$\eta_T(k) = E\{e^2(k)\} = \frac{\mathbf{W}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{W}(k)}{\mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k)} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{Z}(k) = [\tilde{\mathbf{X}}^T(k), \tilde{d}(k)]^T$ ,  $\mathbf{R} = E\{\mathbf{Z}(k) \mathbf{Z}^T(k)\}$ .

以最小化为指标进行自适应滤波就是总体均方最小(TLMS)自适应滤波问题. 由式(1)可知, TLMS 问题的解是增广的输入相关矩阵  $\mathbf{R}$  的最小特征值对应的规范化的特征向量.

### 3 鲁棒总体均方最小自适应滤波算法

#### 3.1 算法导出

为了得到自适应滤波问题的 TLMS 解, 使用最速下降原理进行搜索, 即:  $\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \frac{1}{2} \mu (-\nabla E\{e^2(k)\})$ . 用  $e^2(k)$  替代  $E\{e^2(k)\}$  求梯度, 得到估计梯度为:

$$\begin{aligned} \nabla E\{e^2(k)\} &= \frac{\partial [e^2(k)]}{\partial \mathbf{W}(k)} \\ &= \frac{2\varepsilon(k) [\mathbf{Z}(k) \mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k) - \varepsilon(k) \mathbf{W}(k)]}{[\mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k)]^2} \end{aligned} \quad (2)$$

可以证明,  $\nabla E\{e^2(k)\}$  是对  $\nabla E\{e^2(k)\}$  的无偏估计. 但在这一估计梯度中, 由于存在着  $e^2(k)$  项, 使得它对于观测数据中的加性白噪声的敏感程度较高, 从而会降低算法的收敛性能. 为此, 我们用  $\varepsilon(k) \varepsilon(k-1)$  置换  $e^2(k)$ , 将该估计梯度修正为:

$$\hat{\nabla} E\{e^2(k)\} = \frac{2\varepsilon(k) [\mathbf{Z}(k) \mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k) - \varepsilon(k-1) \mathbf{W}(k)]}{[\mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k)]^2} \quad (3)$$

基于这一修正梯度, 即可建立鲁棒的总体均方最小(RILMS)自适应滤波算法为:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(k+1) &= \mathbf{W}(k) \\ &- \mu \varepsilon(k) \frac{\mathbf{Z}(k) \mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k) - \varepsilon(k-1) \mathbf{W}(k)}{[\mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k)]^2} \end{aligned} \quad (4)$$

#### 3.2 鲁棒性能分析

本节以文[4]的次元分析(MCA)算法作为对比, 对自适应滤波算法的鲁棒性能进行分析. 我们考察自适应滤波算法在每一个迭代步时其权向量的调整量  $\Delta \mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k+1) - \mathbf{W}(k)$  对噪声的敏感程度. 文[4]的 MCA 算法表述为:

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) - \mu \varepsilon(k) [\mathbf{Z}(k) - \varepsilon(k) \mathbf{W}(k)] \quad (5)$$

$$\Delta \mathbf{W}(k+1) = -\mu \varepsilon(k) [\mathbf{Z}(k) - \varepsilon(k) \mathbf{W}(k)] \quad (6)$$

$$\text{记: } \mathbf{Z}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{X}}(k) \\ \tilde{d}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(k) \\ d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_i(k) \\ n_o(k) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}(k) + \Delta \mathbf{Z}(k) \quad (7)$$

$$\text{则: } \varepsilon(k) = \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k) = \bar{\mathbf{Z}}^T(k) \mathbf{W}(k) + \Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k) \quad (8)$$

将式(7)、(8)代入式(6), 展开后两边取期望得:

$$\begin{aligned} E[\Delta \mathbf{W}(k+1)] &= -\mu \{ E[\bar{\mathbf{Z}}^T(k) \mathbf{W}(k) \bar{\mathbf{Z}}(k)] \\ &+ E[\Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k) \bar{\mathbf{Z}}(k)] \\ &+ E[\bar{\mathbf{Z}}^T(k) \mathbf{W}(k) \Delta \mathbf{Z}(k)] \\ &+ E[\Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k) \Delta \mathbf{Z}(k)] \\ &+ \mu \{ E[\mathbf{W}(k) \mathbf{W}^T(k) \bar{\mathbf{Z}}(k) \bar{\mathbf{Z}}^T(k) \mathbf{W}(k)] \\ &+ E[\mathbf{W}(k) \bar{\mathbf{Z}}^T(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{W}^T(k) \Delta \mathbf{Z}(k)] \\ &+ E[\mathbf{W}(k) \Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{W}^T(k) \bar{\mathbf{Z}}(k)] \\ &+ E[\mathbf{W}(k) \mathbf{W}^T(k) \Delta \mathbf{Z}(k) \Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k)] \} \end{aligned} \quad (9)$$

假设观测噪声  $n_i(k)$  和  $n_o(k)$  均是独立平稳的零均白噪声, 并为了简化分析, 假设在  $k$  时刻权向量已收敛到真值  $\mathbf{W}^*$ , 从而  $\bar{\mathbf{Z}}^T(k) \mathbf{W}(k) = \bar{\mathbf{Z}}^T(k) \mathbf{W}^* = 0$ . 则

$$\begin{aligned} E[\Delta \mathbf{W}(k+1)] &= -\mu \{ E[\Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k) \Delta \mathbf{Z}(k)] \\ &+ E[\mathbf{W}(k) \mathbf{W}^T(k) \Delta \mathbf{Z}(k) \Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k)] \} \end{aligned} \quad (10)$$

对于本文提出的算法进行同样的分析. 将式(7)、(8)代入式(4), 展开后两边取期望, 考虑同样的假设条件, 并注意到  $E[\Delta \mathbf{Z}^T(k) \Delta \mathbf{Z}(k-1)] = 0$ , 从而可导出:

$$E[\Delta \mathbf{W}(k+1)] = -\mu E \left\{ \frac{\Delta \mathbf{Z}^T(k) \mathbf{W}(k) \Delta \mathbf{Z}(k)}{\mathbf{W}^T(k) \mathbf{W}(k)} \right\} \quad (11)$$

对比式(10)与式(11)可知, 在式(11)中,  $\Delta \mathbf{W}(k+1)$  对噪声的敏感程度被有效地降低了, 这就使得本文提出的算法能够有着更好的鲁棒性能, 它将会有效地提高在噪声环境下的滤波收敛精度.

#### 3.3 收敛性分析

根据随机近似理论<sup>[11]</sup>, 在一些合理的假设条件下, 可将式(4)用微分方程近似表示为:

$$\frac{d\mathbf{W}(t)}{dt} = -\frac{\varepsilon(t) [\mathbf{Z}(t) \mathbf{W}^T(t) \mathbf{W}(t) - \varepsilon(t-1) \mathbf{W}(t)]}{[\mathbf{W}^T(t) \mathbf{W}(t)]^2} \quad (12)$$

假设  $\mathbf{Z}(t)$  是平稳的, 且  $\mathbf{Z}(t)$  与  $\mathbf{W}(t)$  相互独立, 对上式两边取期望可得:

$$\frac{d\mathbf{W}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{R} \mathbf{W}(t) \mathbf{W}^T(t) \mathbf{W}(t) + \mathbf{W}^T(t) \mathbf{R}_1 \mathbf{W}(t-1) \mathbf{W}(t)}{[\mathbf{W}^T(t) \mathbf{W}(t)]^2} \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{R}_1 = E\{\mathbf{Z}(k) \mathbf{Z}^T(k-1)\}$ . 式(13)的渐近收敛特性与式(4)的收敛特性是相近的, 从而下面的定理将能保证本文提出的自适应滤波算法能够收敛到自适应滤波问题的 TLMS 解.

**定理** 对于  $n+1$  维半正定输入相关矩阵  $\mathbf{R}$ , 设  $\lambda_{n+1}$  是它的最小特征值, 与之相应的规范化特征向量为  $\mathbf{c}_{n+1}$ , 且其末位元素不为 0, 那么, 只要  $\mathbf{W}^T(0) \mathbf{c}_{n+1} \neq 0$ , 则  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{W}(t) = \alpha_{n+1}(t) \mathbf{c}_{n+1}$ . 这里  $\alpha_{n+1}(t)$  是一个标量函数, 故当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{W}(t)$  与  $\mathbf{c}_{n+1}$  的方向将趋向一致.

**证明** 设  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}$  是  $\mathbf{R}$  的  $n+1$  个特征值, 其中  $\lambda_{n+1}$  是最小特征值, 相应的一组正交规范化特征向量为  $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_{n+1}$ . 则  $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_{n+1}$  构成解空间的正交基底, 从而

$R$  和  $W(t)$  可表示为:  $R = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i c_i c_i^T$ ,  $W(t) = \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i(t) c_i$ . 代入

式(13)展开得:

$$\begin{aligned} \frac{dW(t)}{dt} &= \sum_{i=1}^{n+1} \frac{d\alpha_i(t)}{dt} c_i \\ &- \frac{\sum_{i=1}^{n+1} (\lambda_i \alpha_i(t) c_i) \|W(t)\|^2 + W^T(t) R_1 W(t-1) \sum_{i=1}^{n+1} (\alpha_i(t) c_i)}{\|W(t)\|^4} \\ &= \sum_{i=1}^{n+1} [-\lambda_i \|W(t)\|^2 + W^T(t) R_1 W(t-1)] \alpha_i(t) c_i \|W(t)\|^{-4} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_i(t)}{dt} &= [-\lambda_i \|W(t)\|^2 + W^T(t) R_1 W(t-1)] \\ &\cdot \alpha_i(t) \|W(t)\|^{-4} \end{aligned} \quad (15)$$

由于  $c_1, c_2, \dots, c_{n+1}$  构成解空间的正交基底, 则有:  $\alpha_i(t) = W^T(t) c_i$ , 从而  $\alpha_{n+1}(0) = W^T(0) c_{n+1} \neq 0$ . 则对于任意的  $t \geq 0$ , 均有:  $\alpha_{n+1}(t) \neq 0$ . 故可定义标量函数:

$$\begin{aligned} Y_i(t) &= \frac{\alpha_i(t)}{\alpha_{n+1}(t)}, \quad (i = 1, \dots, n+1). \text{ 则有:} \\ \frac{dY_i(t)}{dt} &= \frac{\alpha_{n+1}(t) [d\alpha_i(t)/dt] - \alpha_i(t) [d\alpha_{n+1}(t)/dt]}{\alpha_{n+1}^2(t)} \end{aligned} \quad (16)$$

结合式(15), 则可导出:

$$\frac{dY_i(t)}{dt} = \frac{[\lambda_{n+1} - \lambda_i] \alpha_i(t) \alpha_{n+1}(t)}{\alpha_{n+1}^2(t) \|W(t)\|^2} = \frac{[\lambda_{n+1} - \lambda_i] Y_i(t)}{\|W(t)\|^2} \quad (17)$$

由于  $\lambda_{n+1} < \lambda_i (i = 1, \dots, n)$ , 所以式(17)表征的一阶系统是渐近稳定的, 即:  $\lim_{t \rightarrow \infty} Y_i(t) = 0 (i = 1, \dots, n)$ . 从而:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_i(t) = 0 (i = 1, \dots, n)$ , 则有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i(t) c_i \right] = \alpha_{n+1}(t) c_{n+1} \quad (18)$$

定理证毕.

### 4 仿真研究

仿真实验针对一个线性因果系统, 分别使用文[3]的 TLMS 方法、文[4]的 MCA 方法、文[5]的受约束反 Hobb 学习 (CAHL) 方法和本文提出的鲁棒总体均方最小 (RTLMS) 算法进行自适应滤波, 考察以上自适应滤波方法在不同程度的噪声环境下, 使用不同的学习因子时的鲁棒收敛性能. 为方便起见, 设输入信号信噪比与输出信号信噪比相同, 叠加在输入、输出端的噪声是独立平稳的白噪声. 线性系统以有限长脉冲响应序列的形式给出, 其真值为:  $H = [-0.3, -0.9, 0.8, -0.7, 0.6]^T$ . 权向量误差:  $\delta_W(k) = 20 \log \|H - H(k)\|^2$ , 各算法的收敛性能通过学习曲线  $k \sim \delta_W(k)$  给出.

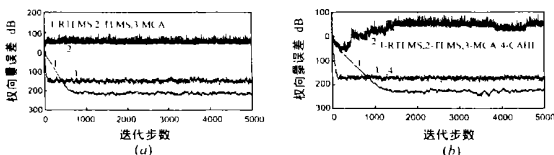


图 1 (a) 20dB,  $\mu = 0.1$  时的学习曲线;  
(b) 20dB,  $\mu = 0.05$  时的学习曲线

$\mu = 0.004$  时以上 4 种自适应算法在信噪比分别为 20dB、10dB、5dB 时的学习曲线. 图中给出的是 30 次独立仿真实验的平均结果. 需要说明的是, CAHL 方法在某些情况下的学习曲线发散较大, 不便于与其它方法在同一坐标刻度下一起绘图, 遇到此种情况时, 相应的图中就不绘制 CAHL 的曲线.

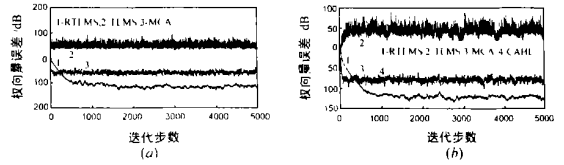


图 2 (a) 10dB,  $\mu = 0.1$  时的学习曲线;  
(b) 10dB,  $\mu = 0.05$  时的学习曲线

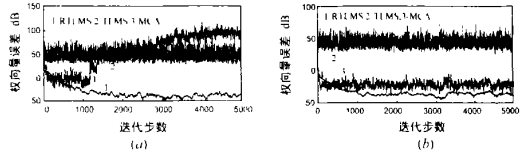


图 3 (a) 5dB,  $\mu = 0.1$  时的学习曲线;  
(b) 5dB,  $\mu = 0.05$  时的学习曲线

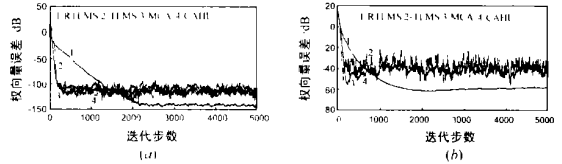


图 4 (a) 10dB,  $\mu = 0.004$  时的学习曲线;  
(b) 5dB,  $\mu = 0.004$  时的学习曲线

从仿真实验的结果可以看出, 在学习因子和信噪比相同的情况下, 本文提出的鲁棒总体均方最小自适应滤波算法的稳态收敛精度明显高于其它算法, 其抗噪声性能和收敛性能均优于其它算法. 而且, 本文算法允许使用较大的学习因子, 并在较高的噪声环境下仍然能够保持较好的收敛性能, 图 3 中的学习曲线突出地说明了这一点. 本文算法的这些优点使得该算法对于实际滤波问题有着更好的适应性和鲁棒性, 也使得工程设计人员可以更为方便地选取学习因子.

另外, 从仿真实验的结果还可以看出, 当各算法都能收敛时, 本文算法的收敛速度则比其它算法慢, 特别当学习因子较小时, 这一点更为明显. 这会降低本文算法对于快变过程的跟踪性能.

### 5 结论

本文通过定义总体均方误差, 基于对总体均方误差梯度的修正, 提出了一种鲁棒的总体均方最小自适应滤波算法, 并对该算法的鲁棒抗噪性能和收敛性能进行了分析. 理论分析和仿真实验的结果均表明, 当存在观测噪声时, 本文算法的鲁棒抗噪性能和收敛精度均优于其它同类算法, 且可以使用较大的学习因子, 这使得该算法非常有利于实际应用. 但本文算法收敛较慢, 这会限制其对快变过程的应用.

参考文献:

[1] S Haykin. Adaptive Filter Theory [M]. Englewood Cliffs, New Jersey:

Prentice Hall, 1991.

- [ 2 ] G H Golub, C F V Loan. An analysis of total least squares problem [ J ]. SIAM Numer Anal, 1980, 17( 6 ): 883- 893.
- [ 3 ] D Z Feng, Z Bao, L C Jiao. Total least mean squares algorithm [ J ]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46( 8 ): 2122- 2130.
- [ 4 ] L Xu, E Oja, C Y Suen. Modified Hebbian learning for curve and surface fitting [ J ]. Neural Networks, 1992, 5( 3 ): 441- 457.
- [ 5 ] K Q Gao, M O Ahmad, M N S Swamy. Constrained anti Hebbian learning algorithm for total least squares estimation with applications to adaptive FIR and IIR filtering [ J ]. IEEE Trans on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 1994, 41( 11 ): 718- 729.
- [ 6 ] F L Luo, R Unbehauen, A Cichocki. A minor component analysis algorithm [ J ]. Neural Networks, 1997, 10( 2 ): 291- 297.
- [ 7 ] C E Davila. An efficient recursive total least squares algorithm for FIR adaptive filtering [ J ]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42( 2 ): 268- 280.
- [ 8 ] B Widrow, S D Stearns. Adaptive Signal Processing [ M ]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1985.
- [ 9 ] C S T Choy, W C Siu. Analysis of the convergence and divergence of a constrained anti Hebbian learning algorithm [ J ]. IEEE Trans on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45( 11 ): 1494- 1502.

- [ 10 ] Q Zhang, Y W Leung. Convergence of a Hebbian type learning algorithm [ J ]. IEEE Trans on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45( 12 ): 1599- 1601.
- [ 11 ] L Ljung. Analysis of recursive stochastic algorithms [ J ]. IEEE Trans on Automat. Contr, 1977, 22( 8 ): 551- 574.

#### 作者简介:



魏瑞轩 男, 1968 年生于陕西岐山, 空军工程大学副教授, 主要研究方向为非线性系统的自适应辨识与控制、信号处理和故障诊断。

韩崇昭 男, 1943 年生于陕西乾县, 西安交通大学教授, 博士生导师, 主要研究领域为非线性系统频谱分析及其应用、信息融合及其应用、非线性系统辨识与控制、智能决策系统。