

自适应主元提取算法及其在人脸 图像特征提取中的应用

甘俊英^{1,2}, 张有为^{1,2}, 毛士艺²

(1. 五邑大学信息科学研究所, 广东江门 529020; 2. 北京航空航天大学电子工程系 203 教研室, 北京 100083)

摘 要: 本文指出了 E. Oja 将统计主元分析思想用于递推网络与 S. Kung 自适应主元提取(APEX)算法在提取特征信息上的共同点和差异, 证明了该算法的收敛性. 仿真结果验证了该算法的收敛性和稳定性, 分析了主元数、子图像大小及学习率参数对该算法的影响, 说明了该算法在人脸识别中是一种运算量较小的有效特征提取方法.

关键词: 神经网络; 图像特征提取; 主元分析; 自适应主元提取算法

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 07-1013-04

Adaptive Principal Components Extraction Algorithm and Its Applications in the Feature Extraction of Human Face

GAN Junying^{1,2}, ZHANG Youwei^{1,2}, MAO Shiyi²

(1. Institute of Information Science, Wuyi University, Jiangmen, Guangdong 529020, China;

2. Dept. of Electronic Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In this paper, the common grounds and differences between E. Oja's idea of statistical principal components analysis in recursion network and S. Kung's adaptive principal components extraction (APEX) algorithm in feature extraction are pointed out. The convergence of the algorithm is proved. Simulation results demonstrate the convergence and stability of the algorithm. It is analyzed that principal components number, subimage size and learning rate have effect on the algorithm. Therefore, it is expressed that the algorithm is a valid feature extraction method with less operation in face recognition.

Key words: Neural Networks; Image Feature Extraction; Principal Components Analysis; APEX Algorithm

1 引言

人脸识别的一个重要环节是提取特征信息, 特征提取的效果将直接影响识别率. 特征提取的方法在许多文献中均作了阐述^[1~3,6]. 由于人脸图像数据量庞大、冗余度高, 且在许多应用场合又要求实时动态处理, 故选择运算量小的有效特征提取算法就显得格外重要.

本文首先介绍了自适应主元提取(Adaptive Principal Components Extraction, APEX)算法, 分析了该算法与统计主元分析在特征提取上的共同特点, 指出两者在网络结构模型上的差异以及 APEX 算法能够稳定工作和降低运算量的根本原因. 证明了该算法的收敛性, 使我们在实时动态运用该算法时不必担心有不稳定和发散的产生. 仿真结果说明了 APEX 算法收敛性证明的正确性, 反映出运算量较小、适于实时运用的特点. 同时, 我们分析了主元数、子图像大小及学习率参数对 APEX 算法的影响.

2 APEX 算法的结构特点

2.1 APEX 算法的前馈和反馈网络联结

E. Oja 首先将统计主元分析的思想运用于递推网络中, 提出了基于 Hebbian 学习规则的最大特征矢量提取的网络结构^[4,5]. 但这种方法只能得到模式数据集的第一个主要分量. 而在实际运用中, 通常需要提取多个主要特征矢量. 为了解决这一问题, S. Kung 等提出了 APEX 算法^[1,2]. 该算法采取了前馈和反馈网络结构模型, 不但保证了网络的稳定性, 更主要是在已知 $(j-1)$ 个主元后, 通过自适应调节前馈和反馈加权系数, 能够很快算出第 j 个主元, 解决了多个主要特征提取问题. 图 1 为 APEX 算法结构特点的网络模型^[1~3].

$$\begin{aligned} X(n) &= [x_1(n), x_2(n), \dots, x_m(n)]^T, \\ w_j(n) &= [w_{j1}(n), w_{j2}(n), \dots, w_{jm}(n)]^T, j < m \\ a_j(n) &= [a_{j1}(n), a_{j2}(n), \dots, a_{j,j-1}(n)]^T, j < m \\ Y_{j-1}(n) &= [y_1(n), y_2(n), \dots, y_{j-1}(n)]^T, j < m \end{aligned}$$

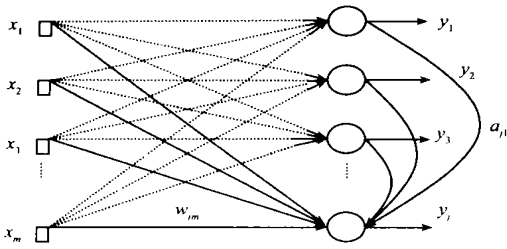


图1 APEX 算法的网络模型图

则 $y_j(n) = w_j^T(n)X(n) + a_j^T(n)Y_{j-1}(n), j < m$ (1)
 其中, $X(n)$ 表示输入矢量; $w_j(n)$ 与 $a_j(n)$ 分别表示第 j 个主元的前馈权值矢量和反馈权值矢量; $Y_{j-1}(n)$ 与 $y_j(n)$ 分别表示第 j 个主元的反馈输入矢量和输出。设输入矢量 $X(n)$ 为一平稳随机过程, 相关矩阵 $R = E[X(n)X^T(n)]$ 的特征值按降序排列, 即为 $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{j-1} > \lambda_j > \dots > \lambda_m$ 。同时, 假设网络神经元 $1, 2, \dots, j-1$ 已收敛到相应的稳态值, 即

$$w_k(\infty) = q_k, a_k(\infty) = 0, k = 1, 2, \dots, j-1$$

其中 q_k 为相关矩阵第 k 个特征值对应的特征矢量。因此,

$$Y_{j-1}(n) = [q_1^T X(n), q_2^T X(n), \dots, q_{j-1}^T X(n)] = QX(n) \quad (2)$$

这里, Q 为 $(j-1) \times m$ 阶矩阵, 由相关矩阵 R 的 $j-1$ 个最大特征值对应的特征矢量组成, 即 $Q = [q_1, q_2, \dots, q_{j-1}]^T$ 。

对第 j 个神经元而言, 前馈权值矢量 $w_j(n)$ 和反馈权值矢量 $a_j(n)$ 的更新方程分别为:

$$\begin{aligned} w_j(n+1) &= w_j(n) + \eta_1[y_j(n)X(n) - y_j^2(n)w_j(n)], \\ a_j(n+1) &= a_j(n) - \eta_2[y_j(n)Y_{j-1}(n) + y_j^2(n)a_j(n)], \end{aligned}$$

其中, η_1, η_2 为学习率。

2.2 APEX 算法的特点

APEX 算法的特点主要表现在以下几方面:

①能够运用递推的方法在得到 $(j-1)$ 个主元后, 推算出第 j 个主元, 解决了提取多个主要特征矢量的问题。

②保证了算法的稳定性。在前馈权值矢量和反馈权值矢量的更新方程中, $-y_j^2(n)w_j(n)$ 和 $-y_j^2(n)a_j(n)$ 两项保证了算法的稳定性。

③实现了数据压缩。APEX 算法要求 $j < m$, 实质上是实现了数据压缩。

④与统计主元分析法相比运算量大大减小。统计主元分析法需计算输入矢量的相关矩阵, 及其特征值和特征矢量, 因此运算量大而且烦琐。而 APEX 算法通过网络迭代运算即可获得主元, 与统计主元分析法相比, 运算量大大减小。

3 APEX 算法的收敛性

为了探讨 APEX 算法的收敛和稳定运行的理论依据, 本节先证明两个预备定理, 然后再证明该算法的收敛性定理。

定理 1(预备定理) 当前馈权值矢量以输入矢量的相关矩阵产生的特征矢量为标准正交基进行展开时, 前馈权值矢量的增量由学习率、特征值、平均输出功率、前馈权值矢量时变系数和反馈权系数共同决定, 即

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m [\theta_{jk}(n+1) - \theta_{jk}(n)] q_k &= \sum_{k=1}^m \eta [\lambda_k - \delta_j^2(n)] \theta_{jk}(n) q_k \\ &+ \eta \sum_{k=1}^{j-1} \lambda_k a_{jk}(n) q_k \end{aligned} \quad (3)$$

证明 由式(1)、式(2)、及 $w_j^T(n)X(n) = X^T(n)w_j(n)$ 和 $a_j^T(n)Y_{j-1}(n) = Y_{j-1}^T(n)a_j(n)$ 知,

$$\begin{aligned} w_j(n+1) &= w_j(n) + \eta[y_j(n)X(n) - y_j^2(n)w_j(n)] \\ &= w_j(n) + \eta[X(n)X^T(n)w_j(n) \\ &+ X(n)X^T(n)Q^T a_j(n) - y_j^2(n)w_j(n)] \end{aligned}$$

对上式两边进行统计期望运算, 且假定 $\delta_j^2(n) = E[y_j^2(n)]$, 有

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \eta[Rw_j(n) + RQ^T a_j(n) - \delta_j^2(n)w_j(n)] \quad (4)$$

设 $w_j(n)$ 以相关矩阵 R 的特征矢量形成的归一化正交项为基底进行展开, 即 $w_j(n) = \sum_{k=1}^m \theta_{jk}(n) q_k$, 其中 $\theta_{jk}(n)$ 为前

馈权值矢量时变系数, 且 $q_i q_j^T = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ 。又 $Rq_k = \lambda_k q_k$, 则

$$Rw_j(n) = \sum_{k=1}^m \theta_{jk}(n) Rq_k = \sum_{k=1}^m \lambda_k \theta_{jk}(n) q_k \quad (5)$$

$$\begin{aligned} RQ^T a_j(n) &= [\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2, \dots, \lambda_{j-1} q_{j-1}] \\ &\cdot [a_{j1}(n), a_{j2}(n), \dots, a_{j,j-1}(n)]^T \\ &= \sum_{k=1}^{j-1} \lambda_k a_{jk}(n) q_k \end{aligned} \quad (6)$$

将等式(5)、(6)代入式(4)整理后定理1得证。

定理 2(预备定理) 当前馈权值矢量以输入矢量的相关矩阵产生的特征矢量为标准正交基进行展开时, 反馈权值矢量的增量由学习率、特征值、平均输出功率、前馈权值矢量时变系数和反馈权系数共同决定, 即

$$a_{jk}(n+1) - a_{jk}(n) = -\eta [\lambda_k + \delta_j^2(n)] a_{jk}(n), \quad 1 \leq k \leq j-1 \quad (7)$$

证明 由式(1)及 $y_j(n)Y_{j-1}(n) = Y_{j-1}^T(n)y_j(n)$ 得,

$$\begin{aligned} a_j(n+1) &= a_j(n) - \eta[y_j(n)Y_{j-1}(n) + y_j^2(n)a_j(n)] \\ &= a_j(n) - \eta QX(n)[X^T(n)w_j(n) + Y_{j-1}^T(n)a_j(n)] \\ &\quad - \eta y_j^2(n)a_j(n) \\ &= a_j(n) - \eta[QX(n)X^T(n)w_j(n) \\ &\quad + QX(n)X^T(n)Q^T a_j(n) - \eta y_j^2(n)a_j(n)] \end{aligned}$$

对上式两边取统计期望运算, 有

$$a_j(n+1) = a_j(n) - \eta[QRw_j(n) + QRQ^T a_j(n)] - \eta \delta_j^2(n)a_j(n) \quad (8)$$

又: $[QRw_j(n)]^T = w_j^T(n)RQ^T$

$$= w_j^T(n)[\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2, \dots, \lambda_{j-1} q_{j-1}]$$

$$QRQ^T = [q_1, q_2, \dots, q_{j-1}]^T R [q_1, q_2, \dots, q_{j-1}] =$$

$$= \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 q_1 & \lambda_2 q_2 & \dots & \lambda_{j-1} q_{j-1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_{j-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{w}_j(n) &= [\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2, \dots, \lambda_{j-1} q_{j-1}]^T \mathbf{w}_j(n) \\
 &= [\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2, \dots, \lambda_{j-1} q_{j-1}]^T \sum_{k=1}^m \theta_{jk}(n) \mathbf{q}_k \\
 &= [\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2, \dots, \lambda_{j-1} q_{j-1}]^T [\theta_{j1}(n), \theta_{j2}(n), \dots, \theta_{jm}(n)] [q_1, q_2, \dots, q_m]^T \\
 &= [\lambda_1 \theta_{j1}(n), \lambda_2 \theta_{j2}(n), \dots, \lambda_{j-1} \theta_{j,j-1}(n)]^T \\
 \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{w}_j(n) + \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{Q}^T \mathbf{a}_j(n) &= \begin{bmatrix} \lambda_1 [\theta_{j1}(n) + a_{j1}(n)] \\ \lambda_2 [\theta_{j2}(n) + a_{j2}(n)] \\ \vdots \\ \lambda_{j-1} [\theta_{j,j-1}(n) + a_{j,j-1}(n)] \end{bmatrix} \quad (9)
 \end{aligned}$$

将等式(9)代入式(8), 整理后定理 2 得证.

定理 3(APEX 算法的收敛性定理) 设 m 维 0 均值输入矢量的相关矩阵产生的特征值分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, 且按降序排列, 即 $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_j > \dots > \lambda_m$, 对应的正交归一化特征矢量分别为 $q_1, q_2, \dots, q_m$. 若已知 APEX 网络的 $(j-1)$ 个主元, 则当迭代次数趋于无穷时, APEX 算法的第 j 个主元 $\mathbf{y}_j(n)$ 的平均输出功率 $\delta_j^2(n)$ 将渐近趋于相关矩阵的第 j 个特征值 λ_j ; 第 j 个主元的前馈权值矢量 $\mathbf{w}_j(n)$ 将渐近趋于相关矩阵的第 j 个特征矢量 $\mathbf{q}_j$; 第 j 个主元的反馈权值矢量 $\mathbf{a}_j(n)$ 将渐近趋于矢量 0; 且平均输出功率 $\delta_j^2(n)$ 是逐渐衰减的.

证明 ① $1 \leq k \leq j-1$ 情况

显然, 在这种情况下, 式(3)与式(7)分别转换为:

$$\theta_{jk}(n+1) = \{1 + \eta[\lambda_k - \delta_j^2(n)]\} \theta_{jk}(n) + \eta \lambda_k a_{jk}(n),$$

$$a_{jk}(n+1) = -\eta \lambda_k \theta_{jk}(n) + \{1 - \eta[\lambda_k + \delta_j^2(n)]\} a_{jk}(n),$$

写成矩阵形式, 即为

$$\begin{bmatrix} \theta_{jk}(n+1) \\ a_{jk}(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \eta[\lambda_k - \delta_j^2(n)] & \eta \lambda_k \\ -\eta \lambda_k & 1 - \eta[\lambda_k + \delta_j^2(n)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{jk}(n) \\ a_{jk}(n) \end{bmatrix}$$

该系统矩阵具有两个相等的特征值, 即 $\rho_1 = \rho_2 = [1 - \eta \delta_j^2(n)]^2$. 它不依赖于相关矩阵 $\mathbf{R}$ 的特征值 λ_k ($k = 1, 2, \dots, j-1$), 且唯一地取决于学习率 η 和神经元 j 的平均输出功率 $\delta_j^2(n)$. 如果 η 选择为足够小的正数, 则 $\rho_1 = \rho_2 < 1$. 这样, 当 $1 \leq k \leq j-1$ 时, 系数 $\theta_{jk}(n)$ 和 $a_{jk}(n)$ 以相同的速度渐近趋于 0. 这同时也说明相关矩阵特征矢量的正交归一化特性并不依赖于特征值. 换句话说, 前馈权值矢量 $\mathbf{w}_j(n)$ 以相关矩阵的特征矢量为标准正交基进行展开时, 不随其特征值的选择而发生变化.

② $j \leq k \leq m$ 情况

在这种条件下, 反馈加权系数对网络的主模式没有影响, 即 $a_{jk}(n) = 0$, 仅有下列方程成立:

$$\theta_{jk}(n+1) = \{1 + \eta[\lambda_k - \delta_j^2(n)]\} \theta_{jk}(n) \quad (10)$$

设随机变量 $Y_j(n)$ 表示神经元 j 的输出, 其平均输出功率为

$$\begin{aligned}
 \delta_j^2(n) &= E[Y_j^2(n)] = E[\mathbf{w}_j^T(n) \mathbf{X}(n) \mathbf{X}^T(n) \mathbf{w}_j(n)] \\
 &= \mathbf{w}_j^T(n) \mathbf{R} \mathbf{w}_j(n) = \left(\sum_{k=j}^m \theta_{jk}(n) \mathbf{q}_k^T \right) \mathbf{R} \left(\sum_{k=j}^m \theta_{jk}(n) \mathbf{q}_k \right) \\
 &= \sum_{k=j}^m \theta_{jk}(n) \mathbf{q}_k^T \sum_{k=j}^m \theta_{jk}(n) \lambda_k \mathbf{q}_k = \sum_{k=j}^m \lambda_k \theta_{jk}^2(n) \quad (11)
 \end{aligned}$$

式(11)不可能发散, 因为 $\delta_j^2(n) > \lambda_k, 1 + \eta[\lambda_k - \delta_j^2(n)] < 1$, 所以, $\theta_{jk}(n)$ 在幅度上是减小的.

假设 $\theta_{jj}(0) \neq 0$, 定义 $r_{jk}(n) = \frac{\theta_{jk}(n)}{\theta_{jj}(n)}, k = j+1, \dots, m$, 则

$$r_{jk}(n+1) = \frac{\theta_{jk}(n+1)}{\theta_{jj}(n+1)} = \frac{1 + \eta[\lambda_k - \delta_j^2(n)]}{1 + \eta[\lambda_j - \delta_j^2(n)]} r_{jk}(n)$$

因为 $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_j > \dots > \lambda_k > \dots > \lambda_m$, 所以 $\frac{\theta_{jk}(n)}{\theta_{jj}(n)} < 1$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} r_{jk}(n) = 0$, 即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_{jk}(n) = 0$. 此时, 式(10)转换为 $\delta_j^2(n) = \lambda_j \theta_{jj}^2(n)$. 当 $k = j$ 时, 等式(10)为

$$\theta_{jj}(n+1) = \{1 + \eta[\lambda_j - \delta_j^2(n)]\} \theta_{jj}(n) \quad (12)$$

系统的稳定性可用李雅普诺夫稳定性定理来判断, 该定理为: 设 $V(t)$ 表示李雅普诺夫函数, $\frac{dV(t)}{dt}$ 为李雅普诺夫函数的导数, 若 $V(t)$ 正定; $\frac{dV(t)}{dt}$ 负定; 则原点是渐近稳定的. 为判断等式(12)所表示的系统的稳定性, 首先将该式等价地转换为 $\frac{d\theta_{jj}(t)}{dt} = \eta \lambda_j [1 - \theta_{jj}^2(t)] \theta_{jj}(t)$. 设 $V(t) = [\theta_{jj}^2(t) - 1]^2 > 0$, 且 $\frac{dV(t)}{dt} = -4\eta \lambda_j \theta_{jj}^2(t) [\theta_{jj}^2(t) - 1]^2 < 0$. 所以, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\theta_{jj}(t) \rightarrow \pm 1$, 即有 $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_{jj}(n) = \pm 1$. 由此可知, 该算法唯一的主模式将收敛于 $\theta_{jj}(n)$, 所有其它模式将衰减为 0, 而主模式收敛值为 ± 1 .

综上所述, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\delta_j^2(n) \rightarrow \lambda_j, \mathbf{w}_j(n) \rightarrow \mathbf{q}, \mathbf{a}_j(n) \rightarrow 0$, 表明在神经网络 1, 2, ..., $j-1$ 收敛的条件下, APEX 算法的网络模型能够提取输入矢量 $\mathbf{X}(n)$ 的相关矩阵 $\mathbf{R}$ 的第 j 个特征值和相应的特征矢量, 且主元输出的能量是逐渐衰减的.

4 计算机仿真与结论

本文采用 ORL(Olivetti Research Laboratory)人脸数据库, 运用 APEX 算法提取主元特征. 将 112×92 精度、0~255 灰度级人脸图像分成 16 块不相重叠的 28×23 维子图像, 此时输入矢量的大小为 644×1 维. 图 2 为仿真结果. 其中, 图(a)为原始图像; 图(b)、(c)、(d)、(e)分别表示由提取的 2、4、6、8 个主元重构的图像; 图(f)、(g)、(h)、(i)分别表示 16 块子图像所提取的 2、4、6、8 个主元生成的主元图, 其中横轴表示子图像的分割序列号, 纵轴表示对应子图像所提取的主元值, 且图中曲线从上到下依次表示主元 1 至主元 8 的取值大小.

由仿真结果可以得到如下结论:

① 当子图像提取的主元数分别为 2、4、6、8 时, 所提取的主元特征皆能很好地重构原图像. 每个子图像所提取的主元值是依次衰减的, 可根据应用要求提取能量较大的主元, 而忽略能量较小的主元, 能量较大的主元即被认为是主要特征.

② APEX 算法稳定性强, 收敛速度快, 与统计主元分析法

相比, 运算量大大减少, 易于实现。

③提取的主元数并非越多越好, 可由工程需要而定。

④子图像大小与学习率的选择对 APEX 算法有一定的影

响。图像分割时, 应综合考虑区域的分割精度与正确识别率这一对矛盾的要求。选择学习率时, 应在计算精度和学习速度之间折衷考虑, 避免出现过学习与欠学习的问题。

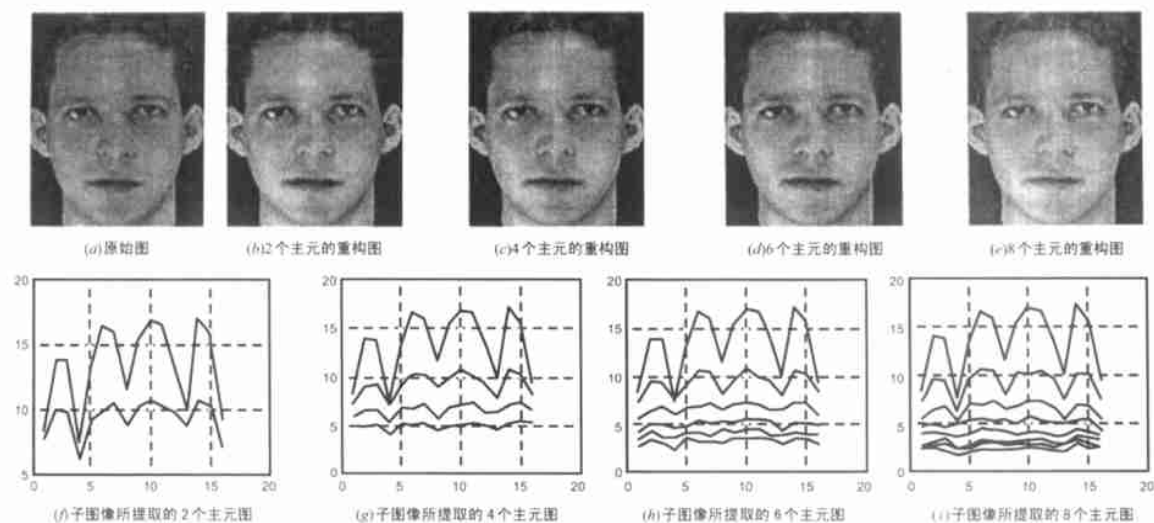


图 2 APEX 算法的仿真结果

作者简介:

参考文献:

- [1] S Kung, K Diamantaras, J Taur. Adaptive principal component extraction (APEX) and applications [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(5): 1202-1217.
- [2] S Kung, K Diamantaras. A Neural Network Learning Algorithm for Adaptive Principal Components Extraction (APEX) [A]. ICASSP [C]. Albuquerque, NM: ICASSP, 1990.
- [3] Simon Haykin. Neural Networks: A Comprehensive Foundation [M]. NJ: Prentice Hall International, Inc., 1999.
- [4] E Oja. A simplified neuron model as a principal component analyzer [J]. J. Math Biology, 1982, 15(3): 267-273.
- [5] E Oja. Subspace Methods for Pattern Recognition [M]. Letchworth, Hertfordshire, U. K: Reardh Studies Press, 1983.
- [6] 周杰, 卢春雨, 张长水, 李衍达. 人脸自动识别方法综述 [J]. 电子学报, 2000, 28(4): 102-106.



甘俊英 女, 1964 年 10 月生于江西吉安, 1987 年 7 月获北京航空学院电子工程系学士学位, 1992 年 2 月获北京航空航天大学电子工程系硕士学位, 现为五邑大学副教授, 北京航空航天大学电子工程在读博士研究生, 研究领域为信号处理、图像信号处理、语音信号处理、人机自然交互等。



张有为 男, 1937 年生于长春市, 五邑大学教授, 北京航空航天大学博士生导师, 研究领域为信号与信息处理、人机自然交互、检测与估计理论、多目标跟踪等。

毛士艺 男, 1935 年生, 北京航空航天大学教授, 博士生导师, 中国电子学会(CIE)会士, 研究领域为高分辨率雷达成像、信号建模与谱分析、信号检测与分类、多目标跟踪与数据融合等。