图像编码中的快速矢量变换算法

孙圣和, 王秋生
(哈尔滨工业大学自动化测试与控制系, 哈尔滨 150001)

摘 要: 对图像采样数据进行矢量变换是实现图像矢量编码的重要组成部分. 本文针对矢量变换算法中存在着由矢量构成矩阵的维数和变换核矩阵维数不相等的问题, 提出了一种新的矢量变换算法并对该算法的解相关能力和能量压缩能力进行了统计分析. 仿真实验结果表明该算法能较大地提高计算效率.

关键词: 矢量变换; 图像编码; 解相关; 能量压缩
中图分类号: TP309 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2001) 05-0600-04

Fast Vector Transform Algorithm for Image Coding

SUN Sheng-he, WANG Qiu-sheng
(*Dept. of Automatic Test and Control, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001, *China*)

Abstract: Vector transform of sampled image data plays an important role in image vector coding. To counter the drawback that the dimension of matrix composed by vectors is not equal to the one of transform kernel matrix in vector transform algorithm, this paper presents a novel vector transform algorithm. The capabilities of decorrelation and energy compression of the proposed algorithm are statistically analyzed. The experimental results show that the algorithm can greatly increase computation efficiency.

Key words: vector transform; image coding; decorrelation; energy compression

1 引言

图像编码技术在通讯、计算机、网络和信息安全等领域得到了广泛的应用. 图像编码可以分为图像域编码和变换域编码两大类. 在变换域图像编码中, 利用正交变换(如离散余弦变换), 将图像数据的采样块由图像域变换到变换域, 并充分利用变换域系数的两个特性: 其一是和原始采样数据相比, 变换域系数的相关性比较弱, 可以独立的对这些系数进行编码; 其二是能量被压缩到较少的低阶系数上, 而较多的高阶系数可以被低比特率编码或被舍弃掉[1,2].

香农的比率失真理论(Rate-distortion Theory)表明: 对图像矢量编码的性能要优于对图像标量编码的性能. 对图像数据的矢量变换是实现图像矢量编码的重要组成部分[3]. 在矢量编码中选择任何形式的矢量变换, 首先要考虑对图像矢量编码的效率和性能有着直接影响的矢量变换的解相关能力、能量压缩能力和计算效率.

本文的结构如下: 第二部分简要地介绍文献[3]中所提出的矢量变换并指出该变换存在的局限性; 第三部分详细地推导出一种新的矢量变换算法——快速矢量变换算法; 第四部分对所推导出的矢量变换的解相关能力和能量压缩能力进行统计分析; 第五部分给出了计算效率的对比仿真实验结果; 第六部分做出本文的结论.

2 矢量变换

Weiping Li 在文献[3]中提出了矢量变换算法, 简述如下:

假设 $\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{N-1}]$ 是 $(N/2)\times N$ 的矩阵, 即 $\boldsymbol{x}$ 中含有 N 个矢量, 每个矢量中有 $N/2$ 个分量, 则矢量变换及其逆变换定义如下

$$\boldsymbol{X}_k^T=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=0}^{N-1}\boldsymbol{x}_n^T\boldsymbol{W}^{nk} \tag{1-1}$$

$$\boldsymbol{x}_n^T=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1}\boldsymbol{X}_n^T\boldsymbol{W}^{-nk} \tag{1-2}$$

其中 $\boldsymbol{W}$ 是 $(N/2)\times(N/2)$ 的矩阵——特殊的倾斜循环(Skew-circulant)矩阵, 它定义为

$$\boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&\ddots&\ddots&\vdots\\\vdots&\vdots&\ddots&\ddots&0\\0&0&\cdots&0&1\\-1&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}_{\frac{N}{2}\times\frac{N}{2}} \tag{2}$$

假设 $\boldsymbol{I}$ 是 $(N/2)\times(N/2)$ 单位矩阵, 则矩阵 $\boldsymbol{W}$ 有如下性质

(1) $\boldsymbol{W}^{N/2}=-\boldsymbol{I}$

(2) $\boldsymbol{W}^N=\boldsymbol{I}$

(3) $\boldsymbol{W}^T=\boldsymbol{W}^{-1}=\boldsymbol{W}^{N-1}$

收稿日期: 2000-07-26; 修回日期: 2000-11-16

(4) $[\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{N/2-3}, \boldsymbol{x}_{N/2-2}, \boldsymbol{x}_{N/2-1}]\boldsymbol{W} = [-\boldsymbol{x}_{N/2-1}, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{N/2-3}, \boldsymbol{x}_{N/2-2}]$

(5) 如果 N 是 2 的整数次幂, 即满足 $N = 2^t$, 则

$$\boldsymbol{S} = \sum_{k=0}^{N-1} \boldsymbol{W}^{qk} = \begin{cases} N\boldsymbol{I}, & \text{if } q \bmod (N) = 0 \\ \boldsymbol{O}, & \text{if } q \bmod (N) \neq 0 \end{cases}$$

从矢量变换及其逆变换式(1-1)和(1-2)可以看出: 矩阵 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{X}$ 是 $(N/2) \times N$ 的矩阵, 而变换核矩阵 $\boldsymbol{W}$ 是 $(N/2) \times (N/2)$ 的矩阵, 它们的维数是不相等的. 这种矩阵维数的不等性会降低计算效率, 限制该矢量变换算法的应用范围, 因此有必要提出一种新的矢量变换算法, 它既可以提高计算效率, 克服矩阵维数不相等带来的局限性, 又具有良好的解相关和能量压缩能力.

3　快速矢量变换

首先, 假设 $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{N-1}]$ 是 $(N/2) \times N$ 的矩阵, 特别的, $\boldsymbol{x}$ 中的 N 个矢量满足条件

$$x_m = x_{m+N/2},\ m \in \{0, 1, 2, \cdots, N/2-1\} \tag{3}$$

按照式(1-1)对矩阵 $\boldsymbol{x}$ 进行矢量变换, 并将变换式的右边按求和顺序的先后等分成两部分

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_k^T &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{x}_n^T \boldsymbol{W}^{nk} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N/2-1} \boldsymbol{x}_m^T \boldsymbol{W}^{mk} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=N/2}^{N-1} \boldsymbol{x}_m^T \boldsymbol{W}^{mk} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N/2-1} \boldsymbol{x}_m^T \boldsymbol{W}^{mk} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N/2-1} \boldsymbol{x}_{N/2+m}^T \boldsymbol{W}^{(N/2+m)k} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N/2-1} \boldsymbol{x}_m^T \boldsymbol{W}^{mk} (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{W}^{(N/2)k}) \end{aligned} \tag{4}$$

根据矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的性质: $\boldsymbol{W}^{N/2} = -\boldsymbol{I}$, 因此式(4)可以表示为

$$\boldsymbol{X}_k^T = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N/2-1} \boldsymbol{x}_m^T \boldsymbol{W}^{mk} (\boldsymbol{I} + (-\boldsymbol{I})^k) = \begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{N}} \displaystyle\sum_{m=0}^{N/2-1} \boldsymbol{x}_m^T \boldsymbol{W}^{mk}, & k = 2l \\ \boldsymbol{O}, & k = 2l+1 \end{cases} \tag{5}$$

令 $\boldsymbol{y} = [\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_{N/2-1}]$, 且 $\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{x}_m$, $m \in \{0, 1, 2, \cdots, (N/2-1)\}$; 令 $\boldsymbol{Y} = [\boldsymbol{Y}_0, \boldsymbol{Y}_1, \cdots, \boldsymbol{Y}_{N/2-1}]$, 且 $\boldsymbol{Y}_l = \boldsymbol{X}_{2l}$, $l \in \{0, 1, 2, \cdots, (N/2-1)\}$; 再令 $M = N/2$, 则由式(5)可以得到

$$\boldsymbol{Y}_l^T = \sqrt{\frac{2}{M}} \sum_{m=0}^{M-1} \boldsymbol{y}_m^T \boldsymbol{w}^{2ml} \tag{6}$$

计算 $\boldsymbol{x}$ 的矢量变换 $\boldsymbol{X}$ 完毕后, 按照式(1-2)对矩阵 $\boldsymbol{X}$ 进行矢量逆变换, 并将等式右边的求和部分按照序数 k 的奇偶性分开

$$\boldsymbol{x}_n^T = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \boldsymbol{X}_k^T \boldsymbol{W}^{-nk} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l}^T \boldsymbol{W}^{-2nl} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l+1}^T \cdot \boldsymbol{W}^{-n(2l+1)} \tag{7}$$

由式(5)可知, 式(7)中第二项求和结果为 $\boldsymbol{O}$, 因此有

$$\boldsymbol{x}_n^T = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l}^T \boldsymbol{W}^{-2nl} \tag{8}$$

由于 n 的取值范围是 $0 \leq n < N-1$, 而不是 $0 \leq n < N/2-1$, 因此要对 n 分段讨论.

(1) 当 $0 \leq n < N/2-1$ 时,

$$\boldsymbol{x}_n^T = \boldsymbol{x}_m^T = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l}^T \boldsymbol{W}^{-2ml} \tag{9-1}$$

(2) 当 $N/2 \leq n < N-1$ 时,

$$\boldsymbol{x}_n^T = \boldsymbol{x}_{m+N/2}^T = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l}^T \boldsymbol{W}^{-2(m+N/2)l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l}^T \boldsymbol{W}^{-2ml} \boldsymbol{W}^{Nl} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l}^T \boldsymbol{W}^{-2ml} \tag{9-2}$$

由式(9-1)和式(9-2)可知: $\boldsymbol{x}_m = \boldsymbol{x}_{m+N/2}$, 即满足假设条件(3), 因此

$$\boldsymbol{x}_m^T = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N/2-1} \boldsymbol{X}_{2l}^T \boldsymbol{W}^{-2ml} \tag{10}$$

将 $M = N/2$, $\boldsymbol{Y}_l = \boldsymbol{X}_{2l}$, $\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{x}_m$ 代入式(10), 可以得到

$$\boldsymbol{y}_m^T = \frac{1}{\sqrt{2M}} \sum_{l=0}^{M-1} \boldsymbol{Y}_l^T \boldsymbol{W}^{-2ml} \tag{11}$$

考察式(6)和式(11)可知: 式(6)和式(11)构成了一对新的矢量变换和矢量逆变换.

令 $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{W}^2$, 并对式(6)和式(11)的系数进行调整, 则有

$$\boldsymbol{Y}_l^T = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{m=0}^{M-1} \boldsymbol{y}_m^T \boldsymbol{V}^{ml} \tag{12-1}$$

$$\boldsymbol{y}_m^T = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{l=0}^{M-1} \boldsymbol{Y}_m^T \boldsymbol{V}^{-ml} \tag{12-2}$$

其中矩阵 $\boldsymbol{V}$ 是 $M \times M$ 的倾斜旋转矩阵, 即

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \vdots & & \ddots & \ddots & 1 \\ -1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M \times M} \tag{13}$$

从式(12-1)和式(12-2)可以看出: 由数据域矢量构成的矩阵 $\boldsymbol{y}$ 的维数、由变换域矢量构成的矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 的维数和变换核矩阵 $\boldsymbol{V}$ 的维数是相等的——都是 $M \times M$, 这是与文献[3]中提出的矢量变换算法截然不同之处, 这也是(12-1)和式(12-2)构成快速矢量变换对的原因, 该矢量变换算法的计算效率提高程度将在仿真实验中给出.

根据 $\boldsymbol{V}$ 与 $\boldsymbol{W}$ 的关系: $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{W}^2$, 可以推导出变换核矩阵 $\boldsymbol{V}$ 有如下有用性质

(1) $\boldsymbol{V}^M = \boldsymbol{I}$

(2) $\boldsymbol{V}^{-1} = \boldsymbol{V}^T = \boldsymbol{V}^{M-1}$

(3) $[\boldsymbol{y}_0, \boldsymbol{y}_1, \cdots, \boldsymbol{y}_{M-3}, \boldsymbol{y}_{M-2}, \boldsymbol{y}_{M-1}]\boldsymbol{V} = [-\boldsymbol{y}_{M-2}, -\boldsymbol{y}_{M-1}, \boldsymbol{y}_0, \boldsymbol{y}_1, \cdots, \boldsymbol{y}_{M-3}]$

为叙述方便, 除非特殊声明, 以下的"矢量变换"专指本文提出的快速矢量变换.

4　统计分析

由式(12-1)和式(12-2)可知: 对数据域中含有 M 个矢量的矩阵 $\boldsymbol{y}$ 进行矢量变换, 可以在矢量变换域中得到含有 M 个矢量的矩阵 $\boldsymbol{Y}$. 在图像矢量编码时, 要求变换域中矢量之间的相关性比较弱且能量集中在较少的矢量中. 为了定量的分析矢量变换算法的解相关能力和能量压缩能力, 采用文献[3]中使用的简化的、二维的一阶马尔可夫模型, 即:

(1) 二维相关可分解成水平相关和垂直相关的积:

(2) 水平和垂直的处理过程是一阶马尔可夫过程;

(3) 水平和垂直方向的一步相关系数等于 ρ.

在数据域中, 两个数据矢量 $\boldsymbol{y}_m$ 和 $\boldsymbol{y}_n$ 的相关可以表示为:

$$E[\boldsymbol{y}_m\boldsymbol{y}_n^T]=\begin{bmatrix} E[\boldsymbol{y}_{0,m}\boldsymbol{y}_{0,n}^T] & E[\boldsymbol{y}_{0,m}\boldsymbol{y}_{1,n}^T] & \cdots & E[\boldsymbol{y}_{0,m}\boldsymbol{y}_{(M-1),n}^T] \\ E[\boldsymbol{y}_{1,m}\boldsymbol{y}_{0,n}^T] & E[\boldsymbol{y}_{1,m}\boldsymbol{y}_{1,n}^T] & \cdots & E[\boldsymbol{y}_{1,m}\boldsymbol{y}_{(M-1),n}^T] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ E[\boldsymbol{y}_{(M-1),m}\boldsymbol{y}_{0,n}^T] & E[\boldsymbol{y}_{(M-1),m}\boldsymbol{y}_{1,n}^T] & \cdots & E[\boldsymbol{y}_{(M-1),m}\boldsymbol{y}_{(M-1),n}^T] \end{bmatrix}$$

$$=\rho^{|m-n|}\begin{bmatrix} 1 & \rho & \cdots & \rho^{M-1} \\ \rho & 1 & \cdots & \rho^{M-2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \rho^{M-1} & \rho^{M-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

在矢量变换域中, 矢量 $\boldsymbol{Y}_l$ 和 $\boldsymbol{Y}_k$ 的相关可以通过下式计算得出

$$E[\boldsymbol{Y}_l\boldsymbol{Y}_k^T]=E\left[\left(\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{m=0}^{M-1}\boldsymbol{y}_m^T\boldsymbol{V}^{ml}\right)^T\left(\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{n=0}^{M-1}\boldsymbol{y}_n^T\boldsymbol{V}^{nk}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{M-1}(\boldsymbol{V}^{ml})^TE[\boldsymbol{y}_m\boldsymbol{y}_n^T]\boldsymbol{V}^{nk}$$

$$=\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{M-1}\rho^{|m-n|}\boldsymbol{V}^{-ml}\begin{bmatrix} 1 & \rho & \cdots & \rho^{M-1} \\ \rho & 1 & \cdots & \rho^{M-2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \rho^{M-1} & \rho^{M-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{nk} \tag{15}$$

当 $M=8$, $\rho=0.91$ 时, 两个数据矢量 $\boldsymbol{y}_m$ 和 $\boldsymbol{y}_n$ 的相关矩阵可以表示为

$$E[\boldsymbol{y}_m\boldsymbol{y}_n^T]=0.91^{|m-n|}$$

$$\cdot\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.9100 & 0.8281 & 0.7536 & 0.6857 & 0.6240 & 0.5679 & 0.5168 \\ 0.9100 & 1.0000 & 0.9100 & 0.8281 & 0.7536 & 0.6857 & 0.6240 & 0.5679 \\ 0.8281 & 0.9100 & 1.0000 & 0.9100 & 0.8281 & 0.7536 & 0.6857 & 0.6240 \\ 0.7536 & 0.8281 & 0.9100 & 1.0000 & 0.9100 & 0.8281 & 0.7536 & 0.6857 \\ 0.6857 & 0.7536 & 0.8281 & 0.9100 & 1.0000 & 0.9100 & 0.8281 & 0.7536 \\ 0.6240 & 0.6857 & 0.7536 & 0.8281 & 0.9100 & 1.0000 & 0.9100 & 0.8281 \\ 0.5679 & 0.6240 & 0.6857 & 0.7536 & 0.8281 & 0.9100 & 1.0000 & 0.9100 \\ 0.5168 & 0.5679 & 0.6240 & 0.6857 & 0.7536 & 0.8281 & 0.9100 & 1.0000 \end{bmatrix} \tag{16}$$

下面给出当 $M=8$ 时, 由式(15)计算出的矢量 $\boldsymbol{Y}_l$ 和 $\boldsymbol{Y}_k$($l=k$)的相关矩阵——矢量自相关矩阵.

$E[\boldsymbol{Y}_0\boldsymbol{Y}_0^T]=$

$$\begin{bmatrix} 6.3435 & 5.7726 & 5.2531 & 4.7803 & 4.3501 & 3.9586 & 3.6023 & 3.2781 \\ 5.7726 & 6.3435 & 5.7726 & 5.2531 & 4.7803 & 4.3501 & 3.9586 & 3.6023 \\ 5.2531 & 5.7726 & 6.3435 & 5.7726 & 5.2531 & 4.7803 & 4.3501 & 3.9586 \\ 4.7803 & 5.2531 & 5.7726 & 6.3435 & 5.7726 & 5.2531 & 4.7803 & 4.3501 \\ 4.3501 & 4.7803 & 5.2531 & 5.7726 & 6.3435 & 5.7726 & 5.2531 & 4.7803 \\ 3.9586 & 4.3501 & 4.7803 & 5.2531 & 5.7726 & 6.3435 & 5.7726 & 5.2531 \\ 3.6023 & 3.9586 & 4.3501 & 4.7803 & 5.2531 & 5.7726 & 6.3435 & 5.7726 \\ 3.2781 & 3.6023 & 3.9586 & 4.3501 & 4.7803 & 5.2531 & 5.7726 & 6.3435 \end{bmatrix}$$

$E[\boldsymbol{Y}_1\boldsymbol{Y}_1^T]=$

$$\begin{bmatrix} 0.6879 & 0.6630 & 0.3966 & 0.3517 & -0.0000 & -0.0420 & -0.3966 & -0.4156 \\ 0.6630 & 0.6879 & 0.4156 & 0.3966 & 0.0420 & -0.0000 & -0.3517 & -0.3966 \\ 0.3966 & 0.4156 & 0.4180 & 0.3902 & 0.2162 & 0.1689 & -0.0912 & -0.1352 \\ 0.3517 & 0.3966 & 0.3902 & 0.4180 & 0.2360 & 0.2162 & -0.0480 & -0.0912 \\ 0.0000 & 0.0420 & 0.2162 & 0.2360 & 0.3288 & 0.3005 & 0.2162 & 0.1689 \\ -0.0420 & 0.0000 & 0.1689 & 0.2162 & 0.3005 & 0.3288 & 0.2360 & 0.2162 \\ -0.3966 & -0.3517 & -0.0912 & -0.0480 & 0.2162 & 0.2360 & 0.4180 & 0.3902 \\ -0.4156 & -0.3966 & -0.1352 & -0.0912 & 0.1689 & 0.2162 & 0.3902 & 0.4180 \end{bmatrix}$$

$E[\boldsymbol{Y}_2\boldsymbol{Y}_2^T]=$

$$\begin{bmatrix} 0.2049 & 0.1907 & 0.1782 & 0.1673 & 0.0000 & -0.0103 & -0.0208 & -0.0314 \\ 0.1907 & 0.2049 & 0.1907 & 0.1782 & 0.0103 & 0.0000 & -0.0103 & -0.0208 \\ 0.1782 & 0.1907 & 0.2049 & 0.1907 & 0.0208 & 0.0103 & 0.0000 & -0.0103 \\ 0.1673 & 0.1782 & 0.1907 & 0.2049 & 0.0314 & 0.0208 & 0.0103 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0103 & 0.0208 & 0.0314 & 0.1145 & 0.0999 & 0.0862 & 0.0733 \\ -0.0103 & 0.0000 & 0.0103 & 0.0208 & 0.0999 & 0.1145 & 0.0999 & 0.0862 \\ -0.0208 & -0.0103 & 0.0000 & 0.0103 & 0.0862 & 0.0999 & 0.1145 & 0.0999 \\ -0.0314 & -0.0208 & -0.0103 & 0.0000 & 0.0733 & 0.0862 & 0.0999 & 0.1145 \end{bmatrix}$$

$E[\boldsymbol{Y}_3\boldsymbol{Y}_3^T]=$

$$\begin{bmatrix} 0.2105 & 0.1818 & -0.0059 & -0.0045 & 0.0912 & 0.0945 & 0.0047 & -0.0218 \\ 0.1818 & 0.2105 & 0.0222 & -0.0059 & -0.0887 & 0.0912 & 0.0017 & 0.0047 \\ -0.0059 & 0.0222 & 0.1213 & 0.0922 & -0.0059 & -0.0045 & 0.0000 & 0.0013 \\ -0.0045 & -0.0059 & 0.0922 & 0.1213 & 0.0222 & -0.0059 & -0.0013 & 0.0000 \\ 0.0912 & 0.0887 & -0.0059 & 0.0222 & 0.2105 & 0.1818 & -0.0047 & -0.0017 \\ 0.0945 & 0.0912 & -0.0045 & -0.0059 & 0.1818 & 0.2105 & 0.0218 & -0.0047 \\ 0.0047 & 0.0017 & -0.0000 & -0.0013 & -0.0047 & 0.0218 & 0.1173 & 0.0881 \\ -0.0218 & 0.0047 & 0.0013 & -0.0000 & -0.0017 & -0.0047 & 0.0881 & 0.1173 \end{bmatrix}$$

$E[\boldsymbol{Y}_4\boldsymbol{Y}_4^T]=$

$$\begin{bmatrix} 0.0802 & 0.0729 & 0.0664 & 0.0604 & 0.0550 & 0.0500 & 0.0455 & 0.0414 \\ 0.0729 & 0.0802 & 0.0729 & 0.0664 & 0.0604 & 0.0550 & 0.0500 & 0.0455 \\ 0.0664 & 0.0729 & 0.0802 & 0.0729 & 0.0664 & 0.0604 & 0.0550 & 0.0500 \\ 0.0604 & 0.0664 & 0.0729 & 0.0802 & 0.0729 & 0.0664 & 0.0604 & 0.0550 \\ 0.0550 & 0.0604 & 0.0664 & 0.0729 & 0.0802 & 0.0729 & 0.0664 & 0.0604 \\ 0.0500 & 0.0550 & 0.0604 & 0.0664 & 0.0729 & 0.0802 & 0.0729 & 0.0664 \\ 0.0455 & 0.0500 & 0.0550 & 0.0604 & 0.0664 & 0.0729 & 0.0802 & 0.0729 \\ 0.0414 & 0.0455 & 0.0500 & 0.0550 & 0.0604 & 0.0664 & 0.0729 & 0.0802 \end{bmatrix}$$

$E[\boldsymbol{Y}_5\boldsymbol{Y}_5^T]=$

$$\begin{bmatrix} 0.1173 & 0.0881 & -0.0047 & -0.0017 & -0.0000 & 0.0013 & 0.0047 & -0.0218 \\ 0.0881 & 0.1173 & 0.0218 & -0.0047 & -0.0013 & -0.0000 & 0.0017 & 0.0047 \\ -0.0047 & 0.0218 & 0.2105 & 0.1818 & -0.0059 & -0.0045 & 0.0912 & 0.0945 \\ -0.0017 & -0.0047 & 0.1818 & 0.2105 & 0.0222 & -0.0059 & 0.0887 & 0.0912 \\ 0.0000 & -0.0013 & -0.0059 & 0.0222 & 0.1213 & 0.0922 & -0.0059 & -0.0045 \\ 0.0013 & 0.0000 & -0.0045 & -0.0059 & 0.0922 & 0.1213 & 0.0222 & -0.0059 \\ 0.0047 & 0.0017 & 0.0912 & 0.0887 & -0.0059 & 0.0222 & 0.2105 & 0.1818 \\ -0.0218 & 0.0047 & 0.0945 & 0.0912 & -0.0045 & -0.0059 & 0.1818 & 0.2105 \end{bmatrix}$$

$E[\boldsymbol{Y}_6\boldsymbol{Y}_6^T]=$

$$\begin{bmatrix} 0.1145 & 0.0999 & 0.0862 & 0.0733 & 0.0000 & -0.0103 & -0.0208 & -0.0314 \\ 0.0999 & 0.1145 & 0.0999 & 0.0862 & 0.0103 & 0.0000 & -0.0103 & -0.0208 \\ 0.0862 & 0.0999 & 0.1145 & 0.09999 & 0.0208 & 0.0103 & 0.0000 & -0.0103 \\ 0.0733 & 0.0862 & 0.0999 & 0.1145 & 0.0314 & 0.0208 & 0.0103 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0103 & 0.0208 & 0.0314 & 0.2049 & 0.1907 & 0.1782 & 0.1673 \\ -0.0103 & 0.0000 & 0.0103 & 0.0208 & 0.1907 & 0.2049 & 0.1907 & 0.1782 \\ -0.0208 & -0.0103 & 0.0000 & 0.0103 & 0.1782 & 0.1907 & 0.2049 & 0.1907 \\ -0.0314 & -0.0208 & -0.0103 & 0.0000 & 0.1673 & 0.1782 & 0.1907 & 0.2049 \end{bmatrix}$$

$E[\boldsymbol{Y}_7\boldsymbol{Y}_7^T]=$

$$\begin{bmatrix} 0.4180 & 0.3902 & 0.2162 & 0.1689 & -0.0912 & -0.1352 & -0.3966 & -0.4156 \\ 0.3902 & 0.4180 & 0.2360 & 0.2162 & -0.0480 & -0.0912 & -0.3517 & -0.3966 \\ 0.2162 & 0.2360 & 0.3288 & 0.3005 & 0.2162 & 0.1689 & 0.0000 & -0.0420 \\ 0.1689 & 0.2162 & 0.3005 & 0.3288 & 0.2360 & 0.2162 & 0.0420 & 0.0000 \\ -0.0912 & -0.0480 & 0.2162 & 0.2360 & 0.4189 & 0.3902 & 0.3966 & 0.3517 \\ -0.1352 & -0.0912 & 0.1689 & 0.2162 & 0.3902 & 0.4180 & 0.4156 & 0.3966 \\ -0.3966 & -0.3517 & -0.0000 & 0.0420 & 0.3966 & 0.4156 & 0.6897 & 0.6630 \\ -0.4156 & -0.3966 & -0.0420 & -0.0000 & 0.3517 & 0.3966 & 0.6630 & 0.6879 \end{bmatrix}$$

鉴于篇幅所限, 本文不再给出矢量 $\boldsymbol{Y}_l$ 和 $\boldsymbol{Y}_k$($k\neq l$)的互相关矩阵(56个的8×8矩阵). 考察矢量 $\boldsymbol{Y}_l$ 和 $\boldsymbol{Y}_k$ 的相关矩阵

可以得出结论: 在矢量变换域中, 当 $k \neq l$ 时, 矢量 $\boldsymbol{Y}_l$ 和 $\boldsymbol{Y}_k$ 的相关性比较弱; 而当 $k = l$ 时, 矢量 $\boldsymbol{Y}_l$ 和 $\boldsymbol{Y}_k$ 的相关性比较强, 即矢量变换消弱了矢量之间的相关性.

再考察给出的变换域矢量自相关矩阵的对角分量, 可以看出能量已经不再是均匀的分布. 如果将每个矩阵中的对角分量的和看作是相应矢量的能量, 那么总能量的 79.3% 被压缩到矢量中; 总能量的 11.6% 被压缩到 $\boldsymbol{Y}_1$ 和 $\boldsymbol{Y}_7$ 矢量中; 9.1% 的总能量被压缩到其余的 5 个矢量 $\boldsymbol{Y}_2$~ $\boldsymbol{Y}_6$, 可见通过矢量变换能量被压缩到较少的矢量中, 且总能量分配百分数和文献[3] 提出的矢量变换相同.

从统计分析结果可得出结论: 本文提出的矢量变换具有很好的解相关能力和与文献[3] 中提出的矢量变换具有相同的能量压缩能力.

5 仿真实验

为比较本文提出的快速矢量变换算法和文献[3] 提出的矢量变换算法的计算效率, 选取 256 灰度级图像作为测试图像, 通过测定二者完成图像数据变换的计算时间, 比较其计算效率. 测试步骤如下: (1) 将测试图像分块处理; (2) 对每一个图像块做一次矢量变换和矢量逆变换; (3) 计算完成所有图像块变换处理所需的时间. 仿真实验在 PC 机 PIII-600 上进行, 在 Windows 环境下, 采用 Visual C++ 语言作为编程语言. 实验结果如表 1 所示.

从表 1 可以看出, 将图像块 4×4 分块时, 采用本文提出的矢量变换算法所需的时间最短. 但此时由于图像块划分得太小, 不能充分的利用矢量变换的解相关能力和能量压缩能力, 因此采用对图像 8×8 分块作为比较对象. 同文献[3] 所提出的矢量变换算法相比(对图像采取 4×8 分块), 本文提出的矢量变换算法将计算时间缩短了 23% 左右, 可见该矢量变换算法大大地提高了计算效率.

表 **1**　本文提出矢量变换算法和文献[**3**] 提出的矢量变换算法的计算效率比较

测试内容	测试图像大小	图像块大小	图像块数目	所需时间 ms
文献[3] 提出的矢量变换	256×256	4×8	2048	930
本文提出的快速矢量变换	256×256	4×4	4096	170
	256×256	8×8	1024	720

6 结论

本文提出了一种用于图像编码的快速矢量变换算法. 在该算法中由矢量构成的矩阵的维数和变换核矩阵的维数相同; 对该算法的统计分析表明, 该算法具有良好解相关能力和能量压缩能力; 仿真实验表明该算法可以缩短计算时间, 提高计算效率. 若将该算法应用于矢量图像编码, 则可大大地提高编码速度.

由于矢量变换的变换核矩阵的特殊性, 使得矢量变换的硬件实现变得相对简单, 因此本文提出的快速矢量变换算法在图像矢量编码、图像压缩的硬件实现中也具有较高参考价值.

参考文献:

[1] A.K.Jain. Image data compression: a review [J]. Proc. IEEE. 1981, 69:349- 389.

[2] N.M. Nasrabadi and R. A. King. Image coding using vector quantization: a review [J]. IEEE Trans. Communication, 1988, 36:957- 971.

[3] Weiping Li. Vector transform and image coding [J]. IEEE Trans. Circuit and System for Video Technology, 1991, 1: 297- 307.

作者简介:

孙圣和　哈尔滨工业大学自动化测试与控制系教授, 博士生导师, 国务院学科评议组成员, 国家科技奖评审组成员, 曾获国家科技进步二等奖 1 项, 省部级科技进步一等奖 4 项, 出版著作 6 部, 在国内外科技刊物和学术会议上发表论文 150 篇, 主要研究方向为计算机自动测试与控制技术、数字信号处理技术等.

王秋生　1971 年出生, 1998 年获哈尔滨工业大学硕士学位, 现为哈尔滨工业大学自动化测试与控制系博士研究生, 目前主要研究领域有: 数字图像处理、数字语音处理、网络安全技术等.