

# 多径衰落信道的多重分形模型

谢 波,朱世华,胡 刚

(西安交通大学电子与信息工程学院,西安 710049)

**摘 要:** 本文研究多径衰落信号的多重分形性质,分析并指出了信号多重分形维数是描述无线信道传播特性的重要参数;计算了多径衰落信号的多重分形维数及其分形参数;在此基础上提出了一种新的无线信道模型;结合分形插值方法,对多径衰落信号的重构进行了研究.仿真结果表明,无线信道的多重分形模型与传统的统计模型相比更有效、更准确.

**关键词:** 多径衰落信号;信道模型;多重分形;分形插值

**中图分类号:** TN914.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 05-0645-04

## The Multifractal Model of Multipath Fading Channels

XIE Bo, ZHU Shi-hua, HU Gang

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Fractal characteristic of multipath fading signal is studied in the paper which shows that multifractal dimension is a key parameter for describing the signal propagation in wireless channels. The multifractal dimension and fractal parameter are calculated. Then a novel channel model is proposed and fractal interpolation is applied to reconstruct the signals. Simulation results show that the new model outperforms the conventional statistic models in both effectiveness and accuracy.

**Key words:** multipath fading signal; channel model; multifractal; fractal interpolation

### 1 引言

在现代移动通信中,为了预测接收到的无线信号的包络、相位及其时变规律,建立有效的无线传播信道模型是十分必要的.多径传播和时延散布是移动通信信道的两大主要特点,信道模型研究大多是建立在这两大影响之上<sup>[1,2]</sup>.已知的信道模型都是基于统计分析的统计模型,根据研究范围的不同可分为传播预测(大范围)模型和多径衰落(小范围)模型.这两类模型的不足是准确性不高,且难以真实地再现原信号.

理论分析和实地测量均表明,无线电波信号在移动通信信道中的传播是一个复杂的过程.这个过程中既包括电波的散射、反射及绕射,还有复杂的环境及移动台移动对电波传输的影响.这些因素的综合作用,使得电波传播在不同的条件下表现出一种动态差异,性质变化很大,无法找到准确的线性关系,相反却显现出极复杂的不规则性和较强的非线性.本文利用非线性科学的方法—分形理论来研究无线电波在移动通信信道中的传播过程.许多研究表明,分形现象广泛存在于自然界及其变化规律中,利用分形理论来研究无线电波传播越来越受到重视.文[3,4]研究了复杂地形及表面环境中无线电波的分形特性,文[5]将分形理论应用于调制技术,文[6]应用分形模型分析了传播环境中的物体对无线电波传播的影响,文[7]从多径衰落信号产生的动力学机制出发,分析了多径衰落

信号的分形特性.从分形学的角度建立移动通信信道的模型,将为移动通信的调制、编码、分集接收等提供新的技术方法和途径.

以下首先讨论无线衰落信号的多重分形特性,在此基础上提出了无线信道的多重分形模型,然后结合分形插值,对多径信号的重构进行了研究,最后给出仿真结果.

### 2 无线信道的多重分形模型

#### 2.1 无线衰落信号的多重分形维数

多重分形维数分形概念能够揭示自然界中一大类无规则系统的内在规律性.人们通过对各类分形结构的深入研究,已经分别定义了各种分形维数.分形维数是在分形意义上由标度关系得出的一个定量的数值,但在事实上,它除了标志着该结构的自相似构造规律外,并不能完全揭示出相应结构的全貌和产生此结构的动力学过程.近年来的研究表明,就分形几何学而言,实际上并不存在一个普适的分形维数.特别是对于复杂的非线性演化而形成的结构仅用一个分形维数不能够准确、全面地描述.为此,又提出了多重分形.多重分形又称多标度分形,它适用于描述仅用一个取决于整体的特征标度指数或分形维数所不能完全描述的奇异几率分布的对象.它使用一个谱函数来描述分形体不同层次的生长特征.

收稿日期:2000-01-10;修回日期:2001-02-16

基金项目:国家自然科学基金(No. 60072040);博士点基金(No. 9569823)

移动无线信道的主要特点是多径传播及衰落,从发射机发出的无线电波在传播路径上受到周围环境中地形地物的作用,产生绕射、反射或散射.接收机接收到的是从多条路径传播来的多个信号的叠加.多径衰落导致接收信号的幅度、相位和到达时间的剧烈变化.如果发射机、接收机或周围环境物体之一或全部都在快速运动,多径衰落将使接收信号变得极其复杂.多径衰落信道的一些特性可以用概率或统计的术语描述,然而,由于多径衰落的复杂性,无线电波信号在多径衰落信道中的传播是一个具有高度不确定性的过程,难以用一般的数学方法准确描述和分析它.文[3,4]应用分形理论研究了复杂地形及表面环境中无线电波的传播,分析并指出了电波传播的分形特性.我们来考察多径衰落信号.将接收到的多径衰落信号的可能功率范围分为  $N$  个子集或功率段,则接收信号按其功率可表示为  $F = \{ (p, f(p)) : p \in p_i, i = 1, \dots, N \}$ , 其中  $p$  为接收信号的功率,  $p_i$  为接收信号的第  $i$  个信号功率段,  $f(p)$  为信号处于此功率段的概率.设第  $i$  个子集的标度为  $r$ , 观察期间内接收信号功率位于该子集的次数为  $n_i(r)$ , 假定接收信号具有分形特性,按定义<sup>[8]</sup>,其多重分形维数  $D_q$  为

$$D_q = \begin{cases} \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log \sum_i p_i^q(r)}{\log(r)}, & q \neq 1 \\ \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_i p_i(r) \log p_i(r)}{\log(r)}, & q = 1 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $p_i(r) = n_i(r) / \sum_j n_j(r)$ ,  $q$  为正实数.当参数  $q$  固定,仅标度  $r$  变化时(即在不同的标度下观察接收信号),如果  $D_q$  与  $r$  满足对数线形关系,说明信号满足标度不变性,信号具有分形特性(后文将证明接收信号满足此关系).在移动通信中,不同的电波传播环境对多径衰落信号产生的影响也不同,反映在接收到的多径衰落信号功率值上,其功率值的分布是不同的.设某一功率段中的功率值点数  $r^D$  来标度,则  $D_q$  描述了在有限的时间或距离内功率值点的数目.通过对多径衰落信号功率值的多重分形分析,可以揭示信号经历反射、散射等复杂非线性作用的演化过程,达到刻画多径衰落信号本质特征的目的.从式(1)可以看出,当  $q$  变化时,不同分布的功率值段对  $D_q$  的影响不同.例如,当  $q$  取较大的正数时,越具有稠密点的信号功率段(对应于信号功率值点比较集中的信号功率段)对  $D_q$  性质的贡献越大.因此,使用一组适当的  $D_q$  ( $q \geq 1$ ),可以在不同层次上全面、准确地描述信号功率值的分布及变化.特别的,  $q = 1$  时  $D_1$  实际上是信息维数,所以  $D_q$  是信息维数定义的扩展,而当  $q$  取不同值时,  $D_q$  包含了分形理论所定义的全部分形维数.

从移动通信的角度来看,我们关心的是信号落入各功率段的分布.受信号传播环境及传播路径差异的影响,这些功率段所对应的产生条件是不相同的,从而反映在接收信号上,不同功率段的奇异性强度不同,进而反映为  $D_q$  的变化规律不同.如果信号传播过程中的某些因素使接收信号的强度发生变化,从而引起功率段中点数目分布的变化,  $D_q$  的值也将不同.因此  $D_q$  揭示了信道传播环境对接收信号强度的影响.由于不同的信道环境具有不同的传播特性,其上传播的信号将

表现出不同的信号功率段分布,因而不同信道的多重分形维数也会不同.而对同一个信道传播环境来说,由于其传播环境特性中固有的反射、散射及多径等特点,在合成接收信号时将产生相似的信号功率段分布,因而接收信号的多重分形维数基本保持不变.因此,以多重分形维数作为信道参数所建立的新信道模型能刻画出不同的无线信道并描述其传播特征.

## 2.2 分形信道参数计算

在上述分析的基础上,首先计算出接收信号的多重分形维数,然后利用一种经典分形信号分形布朗运动和分形插值方法研究信号的重构.因为在重构过程中分形参数  $h$  起关键作用,而一般的计算方法如时间序列法只部分考虑了研究对象的局部分形特征,不能描述研究对象不同层次的整体特征,与利用多重分形维数计算  $h$  相比准确性不高.所以,我们将利用接收信号多重分形维数计算  $h$ .具体方法是在得到接收信号多重分形维数后,先利用  $q$  的相关指数  $v_q$  计算出信号的 Hausdorff 维数  $D_h$ ,然后可进一步计算出  $h$ ,实现信号的准确重构.在仿真中将运用这一方法并做进一步说明.

本文中采用的移动通信接收信号实测数据引自文[9],接收信号的功率分布如图1所示.由图中的测量数据计算相关的多重分形维数,这里采用多重分形的相关积分算法.首先在功率测量值点  $x_j$  处定义一个局部密度函数:

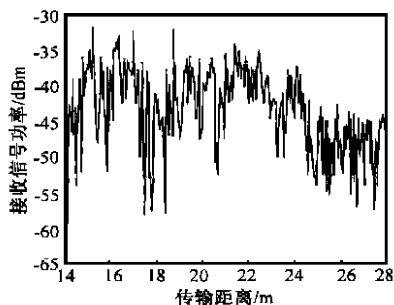


图1 实地测量数据

$$p_j(r) = \frac{(r - |x_k - x_j|)}{m} \quad (2)$$

这里  $m$  是总的测量点数,  $(x)$  定义为:

$$(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

根据式(1),可以推出  $D_q$  满足下式:

$$C_q(r) = \left( \sum_{j=1}^m p_j(r)^q \right)^{1/(q-1)} r^{D_q} \quad (3)$$

这样可以在  $C_q(r)$  与  $r$  的双对数坐标图上对样点用最小二乘法进行拟合,其斜率即为  $D_q$  值.对图1中的测量数据,计算接收信号的  $D_q$  值.当  $q > 6$  时,双对数坐标图上  $C_q(r)$  与  $r$  不再满足线形关系,说明此时已经超出了分形的标度范围.  $q$  从 2 到 6 取整数时得到如表1所示的  $q \sim D_q$  分布.利用上述算法,在功率标度  $r$  做不同变化时,接收信号多重分形维数的计算结果比较稳定,说明该算法对测量数据稳定、有效.

表1 图1中实测接收信号的  $q \sim D_q$  分布

$q$	2	3	4	5	6
$D_q$	0.828	0.769	0.652	0.481	0.375

## 3 分形插值方法及其在多径信号重构上的应用

在计算出的接收信号多重分形维数及其分形参数后,利

用信号的分形特性来重构多径信号,以获得准确描述移动通信中多径信号的方法。

客观世界在微观上存在复杂的细节.因观测技术、方法及条件等多方面的限制,通常只能在较大的尺度上对对象进行粗糙的、不精确的观测和研究.当需要更详细的特征时,常采用线性插值和样条拟合等手段由大尺度的观测数据来推测小尺度时的特征.这种插值方法总是基于研究对象在小尺度上是线性、平滑的假设.但实际上有的研究对象的小尺度细节也是复杂、非线性的.用通常的插值方法来分析这类对象不可避免地存在准确度差的缺点.此外,对于有的研究对象,往往不能确定其系统变量的个数和性质,从数学的角度讲,就是不能确定应该用多少维空间来分析该对象.多径衰落信号即属此类研究对象.分形理论恰恰描述了微观与宏观的相似性,由于复杂、不规则的分形对象其整体与局部具有相似性,如果能够计算出准确描述该对象所需的分形维数,便可根据这一性质从大尺度的数据,插值拟合出小尺度的信息.此外,由分形维数还可预测出研究对象的发展趋势.所以,运用分形方法研究多径衰落信号可以避免前述的不足.以下提出一种基于典型分形信号即分形布朗运动(FBM: Fractional Brownian Motion)的插值方法.

称  $V_h(t)$  为分形布朗运动(FBM),如果  $V_h(t_2) - V_h(t_1)$  符合高斯分布,且其方差满足

$$|V_h(t_2) - V_h(t_1)|^2 \propto |t_2 - t_1|^{2h} \quad (4)$$

其中  $\langle \cdot \rangle$  表示集合平均.式中  $h$  为分形参数,且  $0 < h < 1$ ,当  $h$  接近 0 时,所构造的运动轨迹最粗糙,而  $h$  接近 1 时,轨迹相对平滑. $h$  通过简单的缩放规律

$$V_h(t) \propto t^h \quad (5)$$

把  $V_h(t)$  的典型变化  $V_h = V_h(t_2) - V_h(t_1)$  与  $t = t_2 - t_1$  联系起来. $V_h(t)$  表示了统计上的尺度缩放过程.如果  $t$  改变了因子  $r$ ,则增量  $V_h(t)$  改变因子  $r^h$ ,即

$$V_h^2(rt) = r^{2h} V_h^2(t) \quad (6)$$

利用分形的自相似特性可得到构造复杂分形信号的简单算法.构造算法常是一个迭代过程.同样利用 FBM 的性质,可以用简单的方法来构造分形布朗运动. FBM 的构造方法主要有随机中点偏移、连续随机叠加、谱合成方法等,这里采用随机中点偏移算法.

考虑一个分形布朗运动  $V_h(t)$ . 当  $t = 1$  时,按定义,变量  $V_h(t + \Delta t) - V_h(t)$  的均值为零,设方差为  $\sigma^2$ . 则从式(4)有

$$|V_h(t) - V_h(0)|^2 = t^{2h} \sigma^2 \quad (7)$$

设  $V_h(0) = 0, V_h(-1)$  和  $V_h(1)$  为具有方差  $\sigma^2$  的随机值,则

$$V_h(\pm 1/2) = [V_h(0) + V_h(\pm 1)]/2 + d_1 \quad (8)$$

式中  $d_1$  是均值为零,方差为  $\mu_1^2$  的随机变量.由式(6)可得

$$\text{Var}[V_h(\pm 1/2) - V_h(0)] = \sigma^2/2^{2h} \quad (9)$$

$$\text{Var}[V_h(\pm 1) - V_h(0)] = \sigma^2 \quad (10)$$

综合式(8)、(9)和(10),有

$$\frac{1}{2^{2h}} \sigma^2 = \frac{1}{4} \sigma^2 + \mu_1^2$$

即 
$$\mu_1^2 = \frac{\sigma^2}{2^{2h}} (1 - 2^{2h-2}) \quad (11)$$

从式(8)和(11),可计算  $V_h(\pm 1/2)$ . 对于  $V_h(\pm 1/2^2)$ ,可依同样的方法求得

$$\mu_2^2 = \frac{\sigma^2}{(2^2)^{2h}} (1 - 2^{2h-2}) \quad (12)$$

依此迭代,可得到 FBM 任意精细的结构,迭代次数越多,构造出的分形布朗运动就越精确.

### 4 仿真结果及分析

计算出接收信号的多重分形维数  $D_q$  后,即可利用  $q$  的相关指数  $v_q = (q - 1) D_q$  来计算信号的 Hausdorff 维数  $D_h$ . 根据分形理论,当  $q = 3, 4, 5$  时,  $D_h$  等于相关指数  $v_q^{1/q}$ . 在进行插值时,假设已经得到了接收信号的采样间距为  $d_1$  的一个功率采样序列  $P_h(d_i), i = 0, 1, \dots, n; d_{i+1} - d_i = d_1$ . 首先,根据采样序列计算出  $D_q$ , 利用 Hausdorff 维数  $D_h$  求得  $h: h = 2 - D_h$ , 再用统计方法求均方差  $\sigma_1: \sigma_1 = |P_h(d_{i+1}) - P_h(d_i)|, (i = 0, 1, \dots, n - 1)$ , 然后,在每个区间  $[d_i, d_{i+1}]$  内利用  $P_h(d_i), P_h(d_{i+1}), h$  和  $\sigma_1$  构造分形布朗运动  $P_h(d_{i,j}) (j = 1, \dots, m - 1), d_{i,j+1} - d_{i,j} = d_2$ , 且  $d_2 = d_1/m$ . 选取适当的  $m$ , 就能从采样序列重构接收信号. 在这里,由于  $q = 3, 4, 5$  时,能够近似得到 3 个  $D_h$  值,为了减少误差,分别对每个  $q$  所对应的  $D_h$  值作了分形插值,然后取这 3 个插值结果的平均值作为接收信号分形插值重构的最后结果.

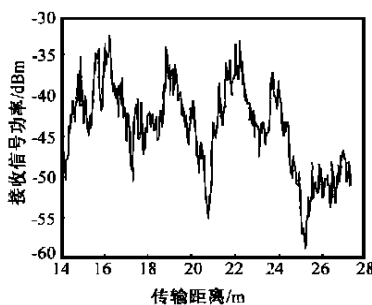


图 2 接收信号重构图(插值为 15 个点)

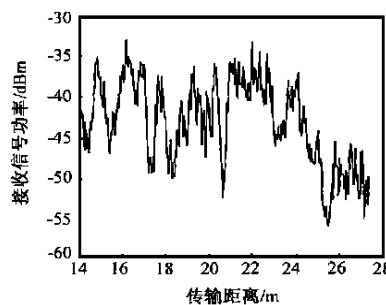


图 3 接收信号重构图(插值为 7 个点)

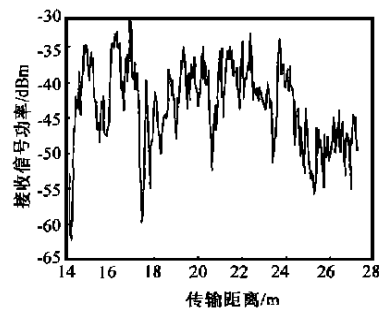


图 4 接收信号重构图(插值为 3 个点)

图 2、3、4 分别表示插值点数不同时,用上述方法重构的接收信号。可以看出,插值点数越少,亦即对应的采样点数越多,重构的信号越接近原信号。进行性能评价时,使用 Cameron-Mises 准则<sup>[10]</sup>来比较信道的 Rayleigh、Rice 及多重分形模型与实际信道之间的拟合度。拟合度越好,则拟合误差越小。定义为:

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (P(x) - P^*(x))^2 dP(x) \quad (13)$$

其中:  $P^*(x)$  是实测数据的概率分布,  $P(x)$  是信道模型的概率分布。性能评价时,按插值点数对信号分段计算拟合误差,最后取其平均值。我们计算了插值为 15 和 7 个点时的拟合误差,结果如表 2 所示。可以看出,使用分形插值方法重构的多径接收信号与实际信号之间的拟合误差比 Rayleigh 和 Rice 模型都小。在插值为 15 个点时的拟合误差分别为 Rayleigh、Rice 模型拟合误差的 52.2% 和 60%。在插值为 7 个点时的拟合误差分别为 Rayleigh、Rice 模型拟合误差的 40% 和 45.7%。也就是说,信道的多重分形模型能比 Rayleigh 与 Rice 模型更准确地描述信号在无线信道中的传播特性,且插值点数越少,准确度更高。

表 2 拟合误差

信道模型	Rayleigh	Rice	多重分形
( $n=15$ )	$2.3e-2$	$2.0e-2$	$1.2e-2$
( $n=7$ )	$4.0e-3$	$3.5e-3$	$1.6e-3$

## 5 结论

本文将分形理论应用于多径衰落信号分析,提出了一种新的信道模型。文中研究了多径衰落信号的分形特性,计算了其多重分形维数。仿真结果表明,与传统的统计信道模型相比,基于多重分形的信道模型与分形插值结合能更准确、方便的表示多径衰落信号。

## 参考文献:

- [ 1 ] M. Hata. Empirical formulae for propagation loss land mobile radio service [J]. IEEE Trans. Veh. Technol. ,1980 ,29(4) :317 - 325.
- [ 2 ] Lutz E, et al. The land mobile satellite communication channel-recoding statistics and channel model [J]. IEEE Trans. Veh. Tech. ,1991 ,40(2) :215 - 259.
- [ 3 ] D. L. Jaggard, X. Sun. Scattering from fractally corrugated surfaces [J]. Journal of Optical Society of America (J. Opt. Soc. Am. A) , 1990 ,7(6) :1131 - 1139.
- [ 4 ] D. L. Jaggard, X. Sun. Scattering from bandlimited fractal fibers [J]. IEEE Trans. Antennas Propag. ,1989 ,37(12) :1591 - 1597.
- [ 5 ] Gregory W. Wornell, Alon V. Oppenheim. Wavelet-based representations for a class of self-similar signals with application to fractal modulation [J]. IEEE Trans. Infor. Theory. ,1992 ,38(2) :785 - 800.
- [ 6 ] 王显德等. 基于倾斜地面上分形树的电磁散射研究 [J]. 电子学报,1999 ,27(9) :48 - 51.
- [ 7 ] 谢波,朱世华,胡刚. 多径衰落信号的分形时序特性研究 [J]. 西安交通大学学报,1999 ,33(9) :18 - 21.
- [ 8 ] 张济忠. 分形 [M]. 北京:清华大学出版社,1995.
- [ 9 ] J. B. Andersen, T. S. Rappaport, S. Yoshida. Propagation measurements and models for wireless communication channels [J]. IEEE Commun. Mag. , Jan 1995 :42 - 49.
- [ 10 ] L. G. Tartara and F. Tallone. Statistical analysis of measured impulse response functions of 2.0GHz indoor radio channels [J]. IEEE J-SAC. Apr 1996 ,14(3) :405 - 410.

## 作者简介:



谢波 1973 年出生,西安交通大学博士研究生,主要从事 CDMA 系统中信道模型及信道估计技术研究。



朱世华 教授,博导,1987 年获英国 ESSEX 大学电子工程系工程博士学位,现从事移动通信、数字传输和交换方面的研究。