

各向异性介质填充波导散射特性的三维 54 参量边缘元分析

程军峰, 徐善驾

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系, 合肥 230027)

摘要: 本文将 54 参量边缘元和/边界行进0及 Galerkin 法相结合, 分析了各向异性介质填充波导的散射特性. 该方法有效地提高了计算精度和效率, 明显地降低了对内存的需求, 并消除了伪解. 文中给出的计算实例, 很好地证实了本文方法的这些优点.

关键词: 54 参量边缘元; 各向异性介质; 波导不连续性

中图分类号: TM15 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 05-0708-03

Analysis of Scattering Characteristics of Waveguide Loaded with Anisotropic Dielectric by 3D 54-Parameter Edge Element Method

CHENG Junfeng, XU Shan2jia

(University of Science & Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: 54-parameter edge element, / boundary marching0 and Galerkin method are combined to analyze the scattering characteristics of waveguide loaded with anisotropic dielectric. With the present method, the calculating accuracy and efficiency are effectively improved, and the requirement to the computer memory is tremendously reduced. Also no spurious solution is found. Some calculating results are given in the paper to verify the advantages of the method.

Key words: 54-parameter edge element; anisotropic dielectric; waveguide discontinuity

1 引言

波导不连续性问题历来都是微波工程中最基本的实际问题之一, 介质的不连续性是众多的不连续性中很重要的一类. 近年来, 由各向异性介质材料构成的各种导波结构在微波电路中获得了许多重要的应用^[1], 因此引起人们的重视和兴趣.

已经有不少方法可用来分析这类问题, 如模匹配法, 多模网络与模匹配法, 矩量法, 有限元法结合边界元法, 还有三维有限元法等等. 其中, 三维有限元法得到了广泛的应用, 这是因为与其它方法相比较, 它更具通用性.

应用常规的三维有限元进行不连续性分析时, 有时会出现伪解的问题, 这是普通节点有限元的固有缺陷. 近年来出现的边缘元方法, 从根本上消除了伪解. 本文讨论的 54 参量边缘元就是一种高阶的三维边缘元方法, 它不仅不产生伪解, 而且与通常采用的低阶单元相比, 具有更高的精确度和收敛速率. 为减少对内存的需求, 本文引入一种叫/边界行进0的方法, 在离散的实施过程中, 对于如图 1 所示的结构, 我们只须分别对介质区域和空波导区域交界面处一薄层内的各个单元矩阵进行分析, 然后通过简单的递归运算, 完成整体分析. 这样只需占用的少量的内存, 就可以对大长度的介质块进行有效的计算, 这是常规的处理方法难以做到的. 采用 Galerkin 法来离散矢量波方程, 保证了本文方法能分析张量形式的电和

磁介质同时存在的情形.

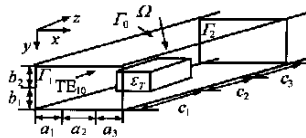


图 1 块状介质填充波导不连续性结构

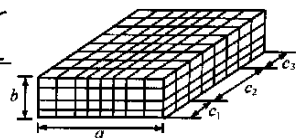


图 2 网格划分

2 理论分析

2.1 等价的变分形式

以图 1 所示的导波结构为例, 求解区域 Ω 由 $\#_1$, $\#_2$ 和 $\#_0$ 围成, 其中 $\#_1$, $\#_2$ 是前后端面, $\#_0$ 是侧面边界. 本文中 $\#_0$ 为电壁.

波导中的时谐场满足如下的矢量波动方程:

$$\nabla \cdot (\epsilon_r^{-1} \nabla H) - k_0^2 L_r H = 0 \quad (1)$$

由于不能确保上式中的算子在张量材料存在的情况下依然满足自伴随的条件, 本文用上述问题的 Galerkin 变分形式, 可表示为:

$$\begin{aligned} m_8 \left(\nabla \cdot (\epsilon_r^{-1} \nabla H) - k_0^2 L_r H \right) d\Omega - k_0^2 m_8 T \# L_r H d\Omega \\ + j \chi E_0 k_{\#_1 + \#_2} T \# (n \cdot \nabla E) d\# = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

其中 T, H 取自同一个以 54 参量边缘元的插值函数为基的矢

量函数空间.

21.2 用 54 参量边缘元结合/ 边界行进0 法进行离散

将 8 用图 3 所示的三维 54 参量边缘元划分, 如图 2 所示. 图 3 中的本地坐标系 (N, G, F) 与直角坐标系 (x, y, z) 平行, 且它的坐标原点位于正方体单元的中心. 单元内的磁场可以表示为:

$$H = H_N a_N + H_G a_G + H_F a_F$$

其中 a_F, a_G, a_N 是本地坐标系 (N, G, F) 三个轴上的单位矢量, H_N, H_G, H_F 是磁场在三个方向上的分量, 这三个分量又可以分别由各自方向上的 Lagrange 型插值函数 N_N(N, G, F), N_G(N, G, F), N_F(N, G, F) 来表示, 即

$$H_N = \sum_{i=1}^{18} H_{N_i} N_{N_i}(N, G, F) \quad H_G = \sum_{i=1}^{18} H_{G_i} N_{G_i}(N, G, F) \\ H_F = \sum_{i=1}^{18} H_{F_i} N_{F_i}(N, G, F)$$

其中 H_N, H_G, H_F 是结点上的待定磁场分量. 图 3 中给出了单元中的 18 个 H_N 的分布, 它们对应的插值函数为

$$N_N = \frac{1}{8} (1 + N/N) F(F + F_i) G(G + G_i), \text{ 在单元的顶点上}$$

$$N_N = \frac{1}{8} (1 + N/N) F(F + F_i) (1 - G^2), \text{ 在平行于 G 的棱上}$$

$$N_N = \frac{1}{8} (1 + N/N) (1 - F^2) G(G + G_i), \text{ 在平行于 F 的棱上}$$

$$N_N = \frac{1}{8} (1 + N/N) (1 - F^2) (1 - G^2), \text{ 在 } N = ? \text{ 1 面上}$$

另两方向上的表达式与此类似^[2], 这里恕不赘述.

然后, 利用上述的 54 参量边缘元将式(2)离散化, 可以得到如下的矩阵方程:

$$SH - k_0^2 TH + \sum_{i=1}^2 \sum_{\alpha} E_{\alpha} k_{\alpha} j X E_0 N(n_i @ E) |_{\#d\#} = \{0\} \quad (3)$$

上式中 α 指前后端面上的单元, 而 S, T 和 H 为:

$$T = \sum_{\alpha} m_{\alpha} N_L N^T d^8 \quad S = \sum_{\alpha} m_{\alpha} B E^T B^T d^8$$

$$H = [H_x^T H_y^T H_z^T]^T$$

其中 e 指 8 内的单元, H 为三方向插值参量组成的列向量, 而 B, N 的表达式为:

$$B = \begin{bmatrix} \{0\} & 5N_x/5z & -5N_x/5y \\ -5N_y/5z & \{0\} & 5N_y/5x \\ 5N_z/5y & -5N_z/5x & \{0\} \end{bmatrix} \\ N = \begin{bmatrix} N_x & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & N_y & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & N_z \end{bmatrix}$$

B 和 N 都是 54@3 的矩阵. N_x, N_y, N_z 分别是三方向上的 18 个插值函数构成的列向量.

率, 本文引入/ 边界行进法^[3]. 以矩形金属波导中一段纵向长度为 d 阶梯区域为例, 在它的端面处划分一小段纵向长度为 d/2^N (N 是一正整数) 的单层区域, 则由该区域对应的形式 (3) 的矩阵方程, 经过 N 次递归过程, 就能得到整段阶梯区域的矩阵方程. 每次递归过程包含两个步骤: 首先, 利用相接面上场的连续性将上次递归过程分析的区域和相邻的等大区域的矩阵方程进行合并; 然后, 消除内部结点参量, 就得到加倍后的区域对应的矩阵方程. 假定 x 向划为 X 块, y 向划为 Y 块, 则处理单层区域得到的方程中方阵 S 和 T 的大小为 (20XY + 13X + 13Y + 10), 而递归过程得到的为 (24XY + 15X + 15Y + 3), 可见/ 边界行进0 法可以很有效地处理长介质块. 对每段阶梯区域应用/ 边界行进0 方法, 将各自得到的矩阵方程依次合并, 并消除内部结点上的参量, 就得到对应于整个区域 8 的矩阵方程, 再消去 Z 向参量就得到

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_{\alpha} k_{\alpha} j X E_0 Nc(n_1 @ E) |_{\#_1 d\#} \\ -E_{\alpha} k_{\alpha} j X E_0 Nc(n_2 @ E) |_{\#_2 d\#} \end{bmatrix} \quad (4)$$

上式中的 H_1, H_2 分别是前后端面上的横向磁场参量组成的列向量. Nc 是由 N 的前 36 行和前 2 列组成的矩阵.

21.3 散射系数的确定

假设 TE₁₀ 波从端面 #1 入射. 根据矩形金属波导中模的正交性, 可得前后端面上(对应 i = 1, 2) 的横向磁场与横向电场有如下关系:

$$E_i(x, y, z) = D_i 2a_{10} e^{-jB_{10} z} e_{i10}(x, y) \\ + \sum_m \sum_n (-1)^i \frac{1}{j B_{mn}} k_{\#_i} h_{1mn}(x, y) j X L_0 \\ \# H_1(x, y, z) dx dy e_{1mn}(x, y) \\ + \sum_m \sum_n (-1)^i \frac{j B_{mn}}{-k_0^2} k_{\#_i} h_{2mn}(x, y) j X L_0 \\ \# H_2(x, y, z) dx dy e_{2mn}(x, y) \quad (5)$$

在我们的计算中, 区域边界可方便地通过/ 边界行进0 方法延伸至远离介质处, 从而选取比文献[4] 少得多的模式数即能得到很好的结果. 将式(5) 离散化后可得

$$\begin{bmatrix} \{E_x\}_i \\ \{E_y\}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ D_i \{g\} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [Z_{xx}]_i & [Z_{xy}]_i \\ [Z_{yx}]_i & [Z_{yy}]_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j X L_0 \{H_x\}_i \\ j X L_0 \{H_y\}_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(5)和(6)中各项的定义与文献[4] 相同. 令 A_{mm} (m = 124, n = 124) 为式(4) 中 P_{mm} (m = 122, n = 122) 的子矩阵, 则结合式(4)和式(6)可得到

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j X L_0 \{H_x\}_1 \\ j X L_0 \{H_y\}_1 \\ j X L_0 \{H_x\}_2 \\ j X L_0 \{H_y\}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^y g_1 \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (7)$$

A_{mm} 和 B_i^y 的表达式参见文献[4].

由式(7) 得到前后两截面上的横向磁场后, S₁₁, S₂₁ 则可由下式求得

$$S_{11} = \frac{k_{\#_1} h_{110} j X L_0 h_{1d} - j B_{10} a_{10} e^{-jB_{10} z_1}}{j B_{10} a_{10} e^{-jB_{10} z_1}}$$

$$S_{21} = \frac{k_{\#2} h_{110} \# jXL_0 h_{12d} \#}{- jB_{10} a_{10} e^{-jB_{10} z_2}}$$

3 数值结果

首先,对如图 1 所示的介质块填充矩形波导的反射系数进行计算,其中各参数用 b 归一后依次为 $b_1=0.1399$, $b_2=0.1601$, $a_1=0.1556$, $a_2=0.1888$, $a_3=0.1556$, $c_2=0.18$. 图 4 所示的是介质为各向同性的情形:无耗时曲线与文献[4]的结果符合得很好;有耗时的两条曲线与文献[6]的结果符合得也很好,证明了本文方法的有效性和准确性.当介质块的介电常数是主轴各向异性(只有对角线上有非零项)时,反射系数曲线如图 4 所示,可见,随 E_y 的降低,谐振现象变弱,谐振频率也升高了.

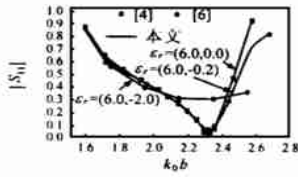


图 4 各向同性介质块的反射系数曲线

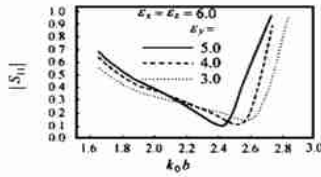


图 5 各向异性介质块的反射系数曲线

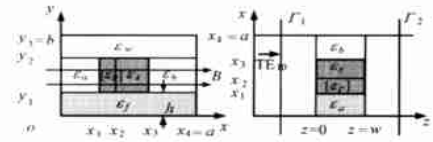


图 6 半导体块填充的波导结构(W=5mm, a=221.86mm, b=101.16mm, $x_2-x_1=212\mu m$, $x_3-x_2=1mm$, $x_4-x_3=101.5mm$, $y_1=0$, $y_3-y_2=0$, $E_a=E_b=11.0$, $E_s=(11, -0.15)$)

图 7 给出了图 6 所示的不连续性结构在保持 $L_c=22 @ 10^3 cm^2/Vs$, $n_c=214 @ 10^{16} cm^{-3}$, 而外加磁场 B 变化情况下的传输系数曲线.图中还与微扰法的计算结果[5]作了比较,由图可见,在 B 较小时,两者符合得很好,而 B 较大时,存在较大的差异,这是因为微扰法中介电常数被认为是个标量而不是张量,即没有考虑纵向电场分量的影响,因此在 B 较大时是不够准确的.

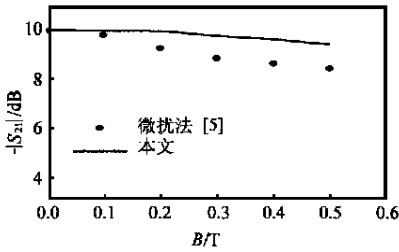


图 7 传输系数随外加磁场 B 的变化曲线

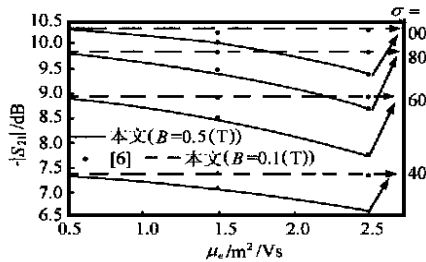


图 8 传输系数随迁移率的变化曲线

图 8 给出了外加小磁场时图 6 所示的不连续结构的传输系数随外延层迁移率的变化特性.曲线是本文的结果,圆点是文献[6]的结果,由图可见,两者吻合得很好,再次证明了本文方法的有效性和准确性.

参考文献:

[1] R. C. Alfemess. Waveguide electrooptic modulators [J]. IEEE Trans. MIT, Aug. 1982, 30:1121- 1137.

图 6 给出了半导体样品块填充的波导结构.当外加磁场时,半导体外延层的相对介电常数变为有耗的张量形式,可表示为:

$$E_p = E_{st}I - \frac{j}{X\epsilon_0} \begin{bmatrix} R_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & R_{yy} & R_{yz} \\ 0 & -R_{yz} & R_{zz} \end{bmatrix}$$

其中各项的表达式为:

$$\begin{aligned} R_{xx} &= R_0 = n_c L_c \\ R_{yy} &= R_{zz} = R_0(1 - jXS) / [1 + (L_c B)^2] \\ R_{yz} &= R_{zy} L_c B \end{aligned}$$

这里 $S = 5 @ 10^{-13} s$ 是延迟时间, E_{st} 是静介电常数,通常取为 20, L_c 是迁移率, n_c 是载流子浓度, B 是外加磁场, e 是电子电量, X 为角频率,本文取 81.89GHz

[2] J.P. Webb and Ruth Miniowitz. Analysis of 3D microwave resonators using covariant projection elements [J]. IEEE Trans. MIT, Nov. 1991, 39(11): 1895- 1899.

[3] S. L. Foo, et al. Boundary marching method for discontinuity analysis in waveguides of arbitrary cross section [J]. IEEE Trans MIT, Oct. 1992, 40(10):1889- 1893.

[4] Kiyoshi Ise, et al. Three dimensional finite element solution of dielectric scattering obstacles in a rectangular waveguide [J]. IEEE Trans MIT, Sep. 1990, 38(9): 1352- 1359.

[5] P. Greiner, L. Polignone, C. R. Becher, and E. Geick. Contactless measurement of the conductivity of I2VI epitaxial layers by means of the partially filled waveguide method [J]. Appl. Phys., 1992, A55: 279- 288.

[6] 盛新庆. 边缘元及其应用 [D]. 合肥: 中国科技大学研究生院, 1995.

作者简介:

程军峰 1976 年生, 1997 年获中国科学技术大学电子工程与信息科学系学士学位; 同年, 转为硕博连读, 现为该系电磁场与微波技术专业的博士研究生, 目前研究方向为边缘元的理论及其在微波与毫米波中的应用.



徐善驾 教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 纽约科学院院士. 长期从事微波、毫米波和光波理论与技术方面的教学与科研工作, 曾获中科院自然科学一等奖、光华科技基金一等奖、中科院重大科研成果二、三等奖, 在国内外发表论文 310 余篇.