

# DC-DC 变换器的大信号建模及鲁棒控制方法

吴爱国,李际涛,黄瑞祥,袁 浩

(天津大学自动化学院,天津 30072)

**摘 要:** 本文从工程实践的要求出发,将建模和控制器的设计紧密结合,提出了一种新型 DC-DC 变换器大信号建模方法,基于这一模型,将线性时变不确定系统的鲁棒控制方法应用于 DC-DC 变换器的控制器设计.本文所提出的建模和控制器设计方法适用于全部四种基本 PWM 型 DC-DC 变换器.计算机仿真和实验证明,本文设计的控制器对输入电源电压扰动和线性负载电阻扰动具有良好的鲁棒性,且实现方案简单易行.

**关键词:** DC-DC 变换器;大信号建模;线性时变不确定性;鲁棒控制

**中图分类号:** TN624 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 05-0649-04

## Large Signal Modeling and Robust Control for DC-DC Converters

WU Ai-guo, LI Ji-tao, HUAN Rui-xiang, YUAN Hao

(Department of Automation Tianjin University, Tianjin 30072, China)

**Abstract:** From an engineering point of view, a novel large-signal modeling method is proposed for dc-dc converters in this paper. Based on this model, a robust control strategy of linear uncertainty systems with time-varying uncertainty is applied to control of dc-dc converters. The modeling method and control strategy is simple and applicable to all four basic PWM converters. The results of computer simulations and experiments prove that the controller designed in this paper is robust to disturbances of input voltage and linear resistive load.

**Key words:** dc-dc converters; large-signal modeling; linear time-varying uncertainty; robust control

### 1 引言

PWM 型 DC-DC 变换器是一个强非线性离散系统.图 1 是 Boost 变换器的基本拓扑. PWM 型 DC-DC 变换器的工作可以看作是由依次切换的若干线性电路来完成的,但是从整体来看变换器是非线性的.这使得 PWM 型 DC-DC 变换器的建模分析十分复杂.目前应用最广泛的建模方法是状态空间平均法.该方法首先得到一个状态空间平均方程,然后在某一稳态工作点附近,将其线性化,得到一个线性模型,一般称为小信号模型.在小信号条件下,小信号模型是实用性和精确性的良好折衷.但是,由于大幅度扰动的存在,通常是输入电压扰动和输出负载扰动,变换器经常工作在大信号条件下,这时基于某一稳态工作点的线性小信号模型预测的瞬态响应与系统实际响应会有很大的误差.由此设计的控制器可能会使系统性能恶化,甚至会出现不稳定的情况.本文致力于探讨一种既能反映 PWM 型 DC-DC 变换器的特点,又能方便地用于控制器设计的模型及相应的控制器设计方法.

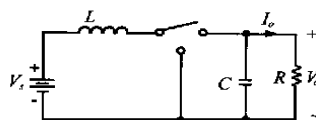


图 1 Boost 变换器

### 2 PWM 型 DC-DC 变换器的大信号建模

通过状态空间平均法得到的小信号模型的一般形式如下:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{v}_s + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_s]d \quad (1)$$

其中  $A, B, A_1, A_2, B_1, B_2$  是由电路参数确定的;  $\hat{x}$  是电路状态变量(电感电流和电容电压)与其稳态值的差,例如  $\hat{x} = [\hat{i}_L \ \hat{v}_C]^T$ ;  $X, V_s$  分别是状态变量的稳态值和输入电压的稳态值.以 Boost 变换器为例,其小信号模型如下:

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{v}_s + \begin{bmatrix} \frac{X_2}{L} \\ -\frac{X_1}{C} \end{bmatrix} d \quad (2)$$

一般地开关变换器的稳态工作点是由稳态占空比  $D$ 、稳态电感电流  $I_L$  和稳态电容电压  $V_C$  来表征的.参照式(2)可见,对于每一个确定的稳态工作点都有一个确定的小信号模型与之对应,或者说稳态工作点与模型参数是相对应的.假定输入电压  $v_s$  和负载  $R$  不变,并且变换器完全是理想的,则在稳态条件下有

$$(1 - D) = v_o / V_C \quad (3)$$

$$X_1 = I_L = V_C^2 / v_s R \quad (4)$$

$$X_2 = V_C \quad (5)$$

将式(3)、(4)、(5)代入式(2),有

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{V_C}{V_C L} \\ \frac{v_s}{V_C C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} \frac{V_C}{L} \\ -\frac{V_C^2}{v_s RC} \end{bmatrix} \vartheta + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_s \quad (6)$$

$$\vartheta = d - d_{op} \quad (7)$$

$$\hat{x} = x - x_{op} \quad (8)$$

其中

$$d_{op} = 1 - (v_s / V_C), x_{op} = \begin{bmatrix} \frac{V_C^2}{v_s R} \\ V_C \end{bmatrix}$$

观察式(6),如果期望输出电压  $V_C$  一定,并假定电感  $L$  和电容  $C$  取标称值,式(6)的参数完全由输入电压和负载电阻决定. 有两点值得注意:(1)虽然我们预先假定输入电压  $v_s$  不变,但实际上  $v_s$  是实时变化的. 因此,式(6)是基于一个变化的稳态工作点的线性化模型,  $d_{op}$ 、 $x_{op}$  是随着输入电压和负载电阻的变化而变化的;(2)式(6)比式(2)少了  $v_s$  项,这是因为在导出式(6)时,预先假定了  $v_s$  不变,实际上,式(6)中,  $v_s$  变化对系统的影响是通过  $v_s$  变化对参数的影响体现出来的.

通过上述讨论,可以设想如果能实时检测输入电压  $v_s$  和输出负载电阻  $R$ (通过检测输出电压  $V_C$  和输出电流  $I_o$ ,  $R = V_C / I_o$ ),那么就可以实时确定式(6)的参数和当前稳态工作点. 这样,根据输入电压和负载电阻的实际变化,就能用一个基于当前新稳态工作点的小信号模型来描述系统的动态响应. 对其它类型的 PWM 型 DC-DC 变换器也有类似的结论. 根据这一建模方案, PWM 型 DC-DC 变换器的模型可以表示为

$$\dot{\hat{x}} = A_{op}(v_s, R) \hat{x} + b_{op}(v_s, R) \vartheta \quad (9)$$

$$\vartheta = d - d_{op}(v_s) \quad (10)$$

$$\hat{x} = x - x_{op}(v_s, R) \quad (11)$$

这一建模方法类似于处理有多个工作区域的非线性系统常用的分区建模方法,但是这里没有划分工作区域和对各个区域分别建模的困难. 工程上,在确定了每一个区域的局部模型(Local model)后,分别设计相应的控制器. 当系统工作在不同的工作区域时,我们就可以首先判断系统的实际工作区域,然后在对应控制器之间切换以控制系统. 容易证明系统状态方程是完全能控的. 如果采用状态反馈进行极点配置,反馈阵是模型参数和期望极点的函数. 一个自然的想法就是,采样输入电压、输出电压和输出电流,实时确定稳态工作点和模型参数,进而确定反馈阵,合成控制信号. 经过简单的推算,可以看到控制器的形式是比较复杂的,采用模拟控制器是难以实现的. 即使是采用数字控制器,对处理器及其外围设备和软件设计的要求较高,不易满足控制的实时性要求.

另一方面,从上面的分析中我们可以看到,尽管系统的参数受到输入电压和输出负载电阻的影响,是时变的,但是,这些扰动并不影响系统模型的结构. 这样我们就可以把系统看作一个具有参数不确定性的线性不确定系统,而且因为实际

系统中输入电压和输出负载电阻的变化是有界的,因此,这一不确定性是有界时变的. 我们将式(9)表示如下:

$$\dot{\hat{x}} = (A + \Delta A) \hat{x} + (B + \Delta B) \vartheta \quad (12)$$

其中  $A, B$  分别表示系统矩阵和输入矩阵的标称部分;  $\Delta A$  和  $\Delta B$  表示系统扰动引起的不确定部分. 模型式(12)与模型式(9)同样有

$$\vartheta = d - d_{op}(v_s) \quad (13)$$

$$\hat{x} = x - x_{op}(v_s, R) \quad (14)$$

式(12)~(14)称为 PWM 型 DC-DC 变换器的线性时变不确定模型. 这一模型虽然不能用来精确地分析系统的动态响应,但却有可能用来设计一个简单的线性控制器.

### 3 控制器设计

一类线性时变不确定系统可以由下式描述:

$$\dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + [B + \Delta B(t)]u(t) \quad (15)$$

其中  $t \in R, x \in R^n$  为状态,  $u(t) \in R^m$  为控制量. 常数矩阵  $A$  表示系统矩阵的标称部分,而  $\Delta A(t)$  表示系统矩阵的不确定部分.  $B$  表示输入矩阵的标称部分,而  $\Delta B(t)$  表示输入矩阵的不确定部分.  $\Delta A(t)$ 、 $\Delta B(t)$  是任意的,时变的未知矩阵. 唯一的假定是:  $\Delta A(t)$ 、 $\Delta B(t)$  是 Lebesgue 可测的,且满足

$$\|(\Delta A(t), \Delta B(t))\| \leq \rho, t \geq 0 \quad (16)$$

其中  $\rho$  属于  $R^{n \times (n+m)}$  的紧凸集.

为了便于控制器的实现,我们希望能得到一个线性控制器. 上述系统可由线性控制器实现二次稳定的定义如下:

定义 1<sup>[5]</sup>: 动态系统式(15)是可由线性定常控制器二次稳定的(以下简称二次稳定),如果存在矩阵  $K$  和  $P$  ( $P = P^T$ ), 以及标量  $\alpha > 0$ , 令  $u = -Kx$ , 使得对所有  $x \in R^n$ , ( $E, F$ ), 有

$$x^T [ (P(A + E - (B + F)K) + (A + E - (B + F)K)^T P) ] x \leq -\alpha \|x\|^2 \quad (17)$$

其中  $S_+^n$  表示  $n \times n$  正定阵.

定理 1<sup>[5]</sup>: 不确定系统(15)是二次稳定的,当且仅当下述系统是二次稳定的:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + \Delta A & B + \Delta B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} v(t) \quad (18)$$

定理 2<sup>[6]</sup>: 令  $D \in R^{n \times (n-m)}$ , 使得  $V = (B^T \ D^T)^T$  非奇异. 令其逆矩阵被分块为:  $V^{-1} = (B \ D)$  系统

$$\dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + Bu(t) \quad (19)$$

是二次稳定的当且仅当存在矩阵  $S \in S_+^{n-m}$ , 使得对所有  $E$ , 有

$$D_{A+E}^T S = -D^T [ (A + E)S + S(A + E)^T ] D \ S_+^{n-m} \quad (20)$$

如果能得到使增广系统(18)二次稳定的正定阵  $S$ , 则使系统(15)二次稳定的控制器为:

$$u = S_{21} S_{11}^{-1} x \quad (21)$$

Desoer 和 Vidyasagar 已经证明定理 2 的条件“ $S \in S_+^{n-m}$ ”, 与条件“ $S \in S_+^{n-m}$  且  $\|S\| = 1$ ”是等价的,  $\|\cdot\|$  是矩阵范数,而且对矩阵范数没有特别的要求. 我们选择奇异值和范数. 当  $S$



$k = [-0.6803, -0.4046]$

图 3 是模拟实验的电路图. 这里只给出了输入电压扰动时的实验电路, 对于输出负载扰动的情况, 实验电路是类似的. PWM 芯片为 TDA4716. 其后所接 TC4049B 用来给 MOSFET 门极控制方波信号整形. 图中的开关是同时动作的, 为了尽量保持同步, 控制回路中的开关是用模拟开关 DG308AC 来实现

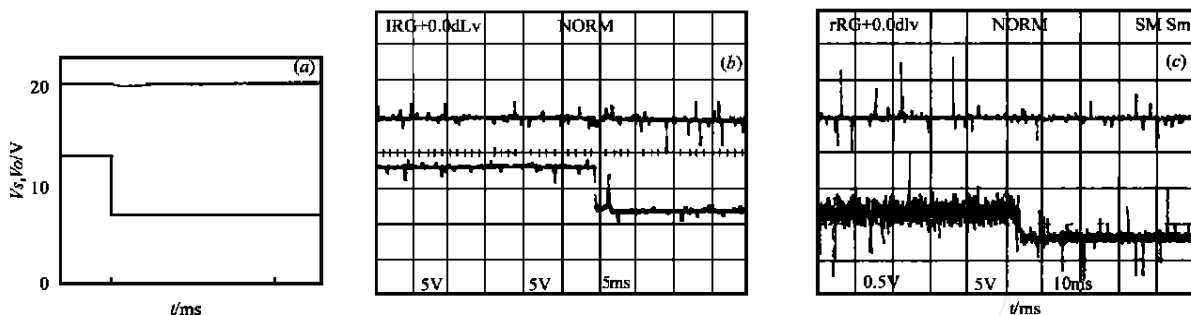


图 4 仿真和实验结果

## 5 结论

计算机仿真和实验证明: 本文所设计的控制器对输入电压和线性负载扰动具有很好的鲁棒性, 输出电压变化小, 调节时间短, 且控制器形式更简单, 便于实现. 值得强调的是, 本文所提出的建模和控制器设计方法并不依赖特定的拓扑形式, 对四种基本 PWM 型 DC-DC 变换器都适用. 事实上, 无论开关变换器的具体拓扑形式如何, 只要能用小信号模型描述, 并可实时确定其稳态工作点, 本文所提方案就是可行的. 不难看出, 本方案稍加变通就能够很方便的考虑电感值和电容值的不确定性对系统的影响. 因此, 该方案对于开关变换器的控制器设计是一个具有普遍意义的方案, 它简单、直接, 为开关变换器的控制方法的研究提供了一条新途径.

## 参考文献:

- [ 1 ] HEBERTT SITA-RAMIREZ, MAURICIO GARCIA-ESTEBABA, and RAFAEL A. PEREZ-MORENO: Design of pulse width modulation controllers for stabilization and tracking in derived DC-to-DC power converters [J]. INT. J. Control, 1996, 64(2).
- [ 2 ] Jose M. Burdio and Abelardo Martinez. A unified discrete-time state-space model for switching converters [J]. IEEE Tran on PE, November 1995, 10(6).
- [ 3 ] ARINDAM GHOSH and GERARD LEDWICH: Modeling of switch-mode DC-DC converters using state transition matrices [J]. Electronics, 1995.
- [ 4 ] Frank H. F. Leung and Peter K. S. Tam. Large-signal modeling of regulated switching DC-DC converters using a grid-point approach [J]. IEEE Trans. Industrial Electronics, February 1996, 43(1).

的. 示波器型号为 HITACHI VC-6024, 绘图仪为 HITACHI 681.

图 4 (a)、(b) 分别是输入电压从 13V 突降至 7V 时, 输出电压的仿真波形和实验波形. 可以看到仿真和实验的结果是基本一致的. 图 4 (c) 是输出负载电阻从 50 突变到 100 时, 输出电压的波形.

- [ 5 ] B. R. BARMISH. Stabilization of Uncertain Systems Via Linear Control [J]. IEEE Trans Automation Control, August 1983, AC-28(8).
- [ 6 ] Y. H. Chen and J. S. Chen. ROBUST CONTROL OF UNCERTAIN SYSTEMS WITH TIME-VARYING UNCERTAINTY: A COMPUTER-AIDED SETUP WITH ILLUSTRATIONS. AMERICAN CONTROL CONFERENCE 1990.
- [ 7 ] B. R. BARMISH. Necessary and Sufficient Conditions for Quadratic Stabilizability of an Uncertain System [J]. Optimization Theory and Applications, August 1985, 46(4).
- [ 8 ] J. S. Thorp and B. R. Barmish. On guaranteed stability of uncertain linear system via linear control [J]. Optimization Theory and Applications, 1981, 35(4).
- [ 9 ] C. V. Hollot and B. R. Barmish: Optimal quadratic stability of uncertain linear system [A]. in Proc. 18th Allerton Conf. Commun., Contr., Comput. [C], Univ. Illinois, Monticello, 1980.

## 作者简介:



吴爱国 1954 年出生, 1982 年毕业于天津大学自动化系, 教授、硕士生导师, 天津大学——霍尼韦尔楼宇自动化学学院院长, 中国电力电子学会会员, 长期致力于电气自动化领域的教学科研工作, 目前主要研究方向为电力电子领域中功率变换器拓扑结构及控制策略、电力传动系统的控制策略及智能大厦的控制等.

李济涛 1974 年出生, 1999 年毕业于天津大学电力电子与电气传动专业, 并获工学硕士学位.