

有色噪声下不相关和相干混合信号的DOA估计

饶 伟^{1,2}, 贾凤勤¹, 李 旦²

(1. 南昌工程学院信息工程学院, 江西南昌 330099; 2. 复旦大学信息科学与工程学院, 上海 200433)

摘要: 针对有色噪声背景下的不相关和相干混合入射信号, 本文提出了一种新的波达角度(Direction Of Arrival, DOA)估计方法. 首先对混合信号协方差矩阵进行分析和处理以消除其中的有色噪声部分. 在此基础上, 先利用多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)方法或旋转不变信号参数估计(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)法估计出不相关信号的DOA; 然后利用改进的空间差分方法构造出一个新的只含有相干信号的协方差矩阵, 且无秩亏损; 最后利用MUSIC算法或ESPRIT算法从中估计出相干信号的DOA. 和文献报道的方法相比, 新方法具有更优的混合信号DOA估计性能, 尤其对于相干信号. 仿真结果验证了该算法的有效性.

关键词: 有色噪声; 波达角估计; 空间差分算法; 相干信号

基金项目: 国家自然科学基金(No.61961025); 江西省自然科学基金(No.20202BABL202001)

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2023)03-0622-10

电子学报URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20211216

DOA Estimation of Uncorrelated and Coherent Mixed Signals in Colored Noise

RAO Wei^{1,2}, JIA Feng-qin¹, LI Dan²

(1. School of Information Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang, Jiangxi 330099, China;

2. School of Information Science and Technology, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: A new direction-of-arrival (DOA) estimation method is proposed for uncorrelated and coherent mixed signals in the background of colored noise. Firstly, the covariance matrix of the mixed signals is analyzed and processed to eliminate the colored noise. On this basis, the DOA of uncorrelated signals is first estimated by the multiple signal classification (MUSIC) method or the estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT) method. Then a new covariance matrix containing only coherent signals without rank deficit is constructed by using the improved spatial difference method. Finally, the DOA of coherent signals is estimated by MUSIC or ESPRIT. The proposed method outperform related methods in estimating DOA of mixed signals, especially coherent signals. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: colored noise; direction of arrival estimation; spatial difference algorithm; coherent signals

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.61961025); Natural Science Foundation of Jiangxi Province (No.20202BABL202001)

1 引言

信号波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是阵列信号处理中的一个重点研究内容, 并已广泛应用于声呐、地震勘探、移动通信和自动驾驶等领域^[1-4]. 最经典的DOA估计方法包括多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)法^[5,6]和旋转不变信号参数估计(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance

Techniques, ESPRIT)法^[7,8]等. 在此基础上学者们又提出了很多改进算法, 例如求根MUSIC(root-MUSIC)算法^[9,10]、最小二乘ESPRIT(LS-ESPRIT)算法^[11]和总体最小二乘ESPRIT(TLS-ESPRIT)算法^[12]. 这些算法可以在信号不相关且噪声为高斯白噪声的情况下提供高分辨率的DOA估计. 但是, 一方面由于各种干扰以及山体、云层、树木和建筑物等的反射会引起电磁波的多径传

播,致使到达阵列的信号往往是不相关和相干混合信号;另一方面在大多数实际环境中的噪声为有色噪声.此时,相干信号和有色噪声均会导致此类算法性能降低甚至失效^[13,14].

为克服相干信号的影响学者们提出了许多方法,其中最为经典的是空间平滑(Spatial Smoothing, SS)算法^[15-17].该算法包括前向空间平滑(Forward Spatial Smoothing, FSS)^[15]和前后向空间平滑(Forward/Backward Spatial Smoothing, FBSS)^[16,17].与空间平滑策略不同,文献[18,19]提出了基于Toeplitz矩阵的方法.文献[20]提出了基于联合对角化策略的方法.文献[21]提出了一种斜投影阵列及其信号处理方法.文献[22,23]提出了两种不同的差分方法.文献[24]提出了一种利用较少传感器估计相干信号 DOA 的方法.但需注意的是,上述方法所涉及的噪声均为高斯白噪声,而非有色噪声.

为了克服有色噪声的影响,文献[25]提出了一种稀疏表示的 DOA 估计方法.文献[26]提出了一种基于稀疏阵列的确定性最大似然 DOA 估计方法,其利用子阵列提供的离散特性,可将不同子阵列之间的噪声建模为不相关的,但算法计算量较大.文献[27]提出了一种加权空间平滑的方法,通过选择适当的权值可以增强该方法处理信号的能力,但是该方法可能出现信号相消的现象.文献[28]利用对称阵列模型和四阶累积量来补偿相干信号协方差矩阵的秩亏损和抑制有色噪声,然后应用联合对角化技术实现相干信号的 DOA 估计,但是在信噪比较低时,其估计效果不佳.需要注意的是,上述方法处理的是有色噪声环境下相干信号的 DOA 估计,而非混合信号的 DOA 估计.

针对有色噪声下混合信号的 DOA 估计,文献[29]提出了一种利用相邻子阵构造空间差分矩阵的方法,该方法能有效抑制空间有色噪声,但是在信噪比较低时 DOA 估计的误差较大.文献[30]提出了一种空间差分平滑方法,该方法首先利用 MUSIC 算法估计出不相关信号,然后根据不相关信号的协方差矩阵的 Toeplitz 性质去除其中的不相关信号和有色噪声,然后利用改进的空间平滑算法估计出相干信号的 DOA.文献[31]提出了另外一种空间差分算法,该方法首先利用 DOA 矩阵特征值模的性质来估计不相关信号的 DOA,之后,通过差分技术消除不相关信号和噪声干扰项,此时只有相干信号保留在空间差分矩阵中,最后通过空间平滑方案估计出相干信号的 DOA.

为更有效地处理有色噪声环境下混合信号的 DOA 估计问题,本文提出了一种新算法.算法首先采用与文献[25]相类似的方法对混合信号协方差矩阵(文献[25]中处理的是相干信号协方差矩阵)进行理论分析和处理,以消除混合信号协方差矩阵中的有色噪声部

分.然后用 MUSIC 算法或 ESPRIT 算法从中估计出不相关信号的 DOA.为了更好的估计出剩余相干信号的 DOA,本文提出了一种前向差分和后向差分矩阵相乘的方法来消除协方差矩阵中的不相关信号部分,同时构造出只含有相干信号部分的协方差矩阵,且该矩阵不存在秩亏损.最后,利用 MUSIC 算法或 ESPRIT 算法从中估计出相干信号的 DOA.与文献报道的方法相比,新方法对于不相关信号和相干信号的 DOA 估计性能均有提升,尤其是针对相干信号部分提升显著.同时,新方法针对相干信号部分的 DOA 估计具有更高的分辨率.仿真实验结果验证了新方法的有效性.

2 信号模型

本文研究的信号为相干和不相关混合信号.对于接收到的多个信号,一般可以用信号之间的互相关系数衡量它们之间的关联程度.信号 $s_i(t)$ 和 $s_j(t)$ 之间的相关系数可以表示为:

$$\xi_{ij} = \frac{E[(s_i(t) - E[s_i(t)])(s_j(t) - E[s_j(t)])]}{\sqrt{E[s_i(t) - E[s_i(t)]]^2 E[s_j(t) - E[s_j(t)]]^2}} \quad (1)$$

其中, $E[\cdot]$ 表示期望.相关系数满足 $|\xi_{ij}| \leq 1$. 当 $|\xi_{ij}| = 0$ 时, $s_i(t)$ 与 $s_j(t)$ 不相关; $0 < |\xi_{ij}| < 1$ 时, $s_i(t)$ 与 $s_j(t)$ 相关; $|\xi_{ij}| = 1$ 时, $s_i(t)$ 与 $s_j(t)$ 相干.

新方法采用了与文献[25]相同的阵列结构即对称均匀线阵,如图 1 所示.

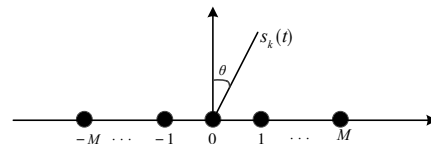


图 1 对称均匀线阵结构

假设该阵列由 $\bar{M} = 2M + 1$ 个阵元组成,且阵列中心阵元的索引为“0”,阵元间距为 d ($d = \lambda/2$, λ 为信号波长),共有 N 个不相关和相干窄带远场混合信号入射到此阵列.其中,前 L 个信号 $s_z(t)$, ($z = 1, \dots, L$) 为相干信号,且其功率为 σ_z^2 ,入射角为 θ_z .剩余的 $Q = N - L$ 个为不相关信号 $s_z(t)$, ($z = L + 1, \dots, L + Q$),功率为 σ_z^2 .

则在 t 时刻阵列接收信号 $\mathbf{x}(t) \in \bar{M} \times 1$ 可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= s_1(t) \sum_{i=1}^L \alpha_i \mathbf{a}(\theta_i) + \sum_{i=L+1}^{L+Q} \mathbf{a}(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{h}(t) \\ &= \mathbf{A}_c \mathbf{s}_c(t) + \mathbf{A}_u \mathbf{s}_u(t) + \mathbf{h}(t) \\ &= \mathbf{A} \mathbf{S}(t) + \mathbf{h}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{a}(\theta_i) = [e^{jM\pi\sin\theta_i}, e^{j(M-1)\pi\sin\theta_i}, \dots, e^{-jM\pi\sin\theta_i}]^T$, 且当 $1 \leq i \leq L$ 时 $\mathbf{a}(\theta_i)$ 表示第 i 个相干信号对应的导向矢量,而当 $L + 1 \leq i \leq L + Q$ 时 $\mathbf{a}(\theta_i)$ 表示第 i 个不相关信号对应的导向矢

量, $[\cdot]^T$ 表示转置; $\mathbf{A}_c = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_L)]$ 和 $\mathbf{A}_u = [\mathbf{a}(\theta_{L+1}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{L+Q})]$ 分别表示相干和不相关信号的阵列流形矩阵; α_i 表示复合衰落系数, 一般有 $|\alpha_i| \leq 1$, 且 $\alpha_1 = 1$; $\mathbf{s}_c(t) = [s_1(t), \alpha_2 s_1(t), \dots, \alpha_L s_1(t)]^T = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_L(t)]^T$ 表示相干信号源矢量; $\mathbf{s}_u(t) = [s_{L+1}(t), \dots, s_{L+Q}(t)]^T$ 表示不相关信号源矢量; $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_c, \mathbf{A}_u]$ 表示混合信号的阵列流形矩阵; $\mathbf{S}(t) = [\mathbf{s}_c^T(t), \mathbf{s}_u^T(t)]^T$ 表示混合信号矢量; $\mathbf{h}(t)$ 表示有色噪声向量, 且假设其与所有信号源 $s_i(t)$ 是不相关的, 则阵列接收到的混合信号的协方差矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbb{E}[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \mathbb{E}[\mathbf{h}(t)\mathbf{h}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}_c\mathbf{R}_c\mathbf{A}_c^H + \mathbf{A}_u\mathbf{R}_u\mathbf{A}_u^H + \mathbf{H} \\ &= \mathbf{R}_{\text{NT}} + \mathbf{R}_{\text{T}} + \mathbf{H} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{R}_s = \mathbb{E}\{\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)\} = \text{blkdiag}\{\mathbf{R}_c, \mathbf{R}_u\}$ 为混合信号 $\mathbf{S}(t)$ 的协方差矩阵, $\mathbf{R}_c = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_L^2\}$ 和 $\mathbf{R}_u = \text{diag}\{\sigma_{L+1}^2, \dots, \sigma_{L+Q}^2\}$ 分别为相干和不相关信号的协方差矩阵, $\mathbb{E}[\cdot], (\cdot)^H, \text{diag}\{\cdot\}$ 和 $\text{blkdiag}\{\cdot\}$ 分别代表期望、共轭转置、对角矩阵和块对角矩阵; $\mathbf{R}_{\text{NT}} = \mathbf{A}_c\mathbf{R}_c\mathbf{A}_c^H$; $\mathbf{R}_{\text{T}} = \mathbf{A}_u\mathbf{R}_u\mathbf{A}_u^H$; \mathbf{H} 表示有色噪声的协方差矩阵。

3 有色噪声处理

在式(3)中, 针对有色噪声协方差矩阵 \mathbf{H} , 将其第 (m, c) 个元素表示为 $h(m, c)$ ^[32], 则:

$$h(m, c) = \mathbf{H}_{mc} = \sigma_{mc} \tau^{|m-c|} e^{j\frac{(m-c)\pi}{2}} \quad (4)$$

其中, $m, c = -M, \dots, 0, \dots, M$, σ_{mc} 表示第 m 个和第 c 个传感器之间的有色噪声功率, 且 σ_{mc} 服从标准(二元)正态分布; τ 为相邻两个阵元的空间相关系数且 $\tau \in [0, 1]$, 当 τ 的取值为“0”时, 所有的噪声都是白噪声, 当 τ 的取值为其它值时, 噪声为有色噪声, 即各阵元间的噪声是相关的。

结合式(2), 可将第 m 个阵元在 t 时刻的接收信号 $x_m(t)$ 表示为:

$$\begin{aligned} x_m(t) &= \sum_{i=1}^L \alpha_i^m \alpha_i s_1(t) + \sum_{i=L+1}^{L+Q} \alpha_i^m(\theta_i) s_i(t) + h_m(t) \\ &= s_1(t) \sum_{i=1}^L \alpha_i e^{-j\pi m \sin \theta_i} + \sum_{i=L+1}^{L+Q} e^{-j\pi m \sin \theta_i} s_i(t) + h_m(t) \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\alpha_i^m(\theta_i) = e^{-j\pi m \sin \theta_i}$, $\alpha_i = \rho_i e^{j\phi_i}$, ρ_i 表示振幅衰减因子, ϕ_i 表示相位变化; $h_m(t)$ 是第 m 个阵元处的有色噪声。

利用式(4)和式(5)可以推导出协方差矩阵 \mathbf{R} 中的第 (m, c) 个元素为:

$$\begin{aligned} r(m, c) &= \mathbb{E}[x_m(t)x_c^*(t)] \\ &= \sum_{f=1}^L [P\alpha_f^* \sum_{i=1}^L (\alpha_i e^{-j\pi m \sin \theta_i})] e^{j\pi c \sin \theta_f} \\ &\quad + \sum_{f=L+1}^{L+Q} \mathbb{E}\{s_f^*(t) \sum_{i=L+1}^{L+Q} [s_i(t) e^{-j\pi m \sin \theta_i}]\} e^{j\pi c \sin \theta_f} \\ &\quad + h(m, c) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $P = \mathbb{E}[s_1(t)s_1^*(t)]$, $h(m, c) = \mathbb{E}[h_m(t)h_c^*(t)]$. 令 $B_m^f = P\alpha_f^* \sum_{i=1}^L (\alpha_i e^{-j\pi m \sin \theta_i})$, $K_m^f = \mathbb{E}[s_f^*(t) (\sum_{i=L+1}^{L+Q} s_i(t) e^{-j\pi m \sin \theta_i})]$, 则 $r(m, c)$ 可重写为:

$$r(m, c) = \sum_{f=1}^L B_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f} + \sum_{f=L+1}^{L+Q} K_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f} + h(m, c) \quad (7)$$

其中, $\sum_{f=1}^L B_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f}$ 对应相干信号部分, $\sum_{f=L+1}^{L+Q} K_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f}$ 对应不相关信号部分。

为去除协方差矩阵 \mathbf{R} 中的有色噪声部分 \mathbf{H} , 即消除 $r(m, c)$ 中的 $h(m, c)$, 定义一个 $\bar{M} \times \bar{M}$ 的矩阵 \mathbf{R}' , 其第 (m, c) 个元素定义为^[25]:

$$\gamma(m, c) = 2r(m, c) - r^*(-m, -c) - r^*(c, m) \quad (8)$$

请注意, 上式在文献[25]中用于只存在相干信号(不含不相关信号)的情况, 但此处将其推广至不相关和相干混合信号情况。

将 $r(m, c)$ 代入式(8), 并令 $B_m^f = P \sum_{i=1}^L (\alpha_i^* \alpha_i - \alpha_j \alpha_i^*) e^{-j\pi m \sin \theta_i}$, $K_m^f = \mathbb{E}[s_f^*(t) (\sum_{i=L+1}^{L+Q} s_i(t) e^{-j\pi m \sin \theta_i})]$, 得:

$$\begin{aligned} \gamma(m, c) &= \sum_{f=1}^L B_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f} + \sum_{f=L+1}^{L+Q} K_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f} \\ &\quad + [2h(m, c) - h^*(-m, -c) - h^*(c, m)] \end{aligned} \quad (9)$$

根据式(4)易得: $h(m, c) = h^*(-m, -c) = h^*(c, m)$, 所以上式中的有色噪声项 $2h(m, c) - h^*(-m, -c) - h^*(c, m) = 0$, 因此:

$$\gamma(m, c) = \sum_{f=1}^L B_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f} + \sum_{f=L+1}^{L+Q} K_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f} \quad (10)$$

其中, $\sum_{f=1}^L B_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f}$ 对应相干信号部分, $\sum_{f=L+1}^{L+Q} K_m^f e^{j\pi c \sin \theta_f}$ 对应不相关信号部分。

对比通过式(8)处理前、后信号协方差矩阵中的元素 $r(m, c)$ 、 $\gamma(m, c)$ 可知, 相比 $r(m, c)$, $\gamma(m, c)$ 中不含有色噪声项, 且和 $r(m, c)$ 一样具有相似的表达形式, 且相干和不相关信号 DOA 信息没有发生变化. 在这种情况下, 可以从变换后的协方差矩阵 \mathbf{R}' 中估计出原入射信号 DOA^[15-17, 25].

综上所述, \mathbf{R}' 中不但不包含有色噪声, 而且还可以通过 MUSIC 或 ESPRIT 算法从中估计出原不相关信号 DOA.

4 DOA 估计

接下来将在新协方差矩阵 \mathbf{R}' 的基础上, 分两个阶

段先后对不相关信号和相干信号进行 DOA 估计. 其中, 针对相干信号的 DOA 估计, 本文将提出一种新的处理方法.

4.1 不相关信号部分的 DOA 估计

4.1.1 MUSIC 算法估计不相关信号

假设阵列满足 $\bar{M}-1 \geq Q+L$, 则利用传统的 MUSIC 算法对 \mathbf{R}' 进行特征分解从而估计出不相关信号的 DOA^[22,23,29,30], 对 \mathbf{R}' 进行特征分解为:

$$\mathbf{R}' = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^H = \mathbf{U}_s\mathbf{S}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n\mathbf{S}_n\mathbf{U}_n^H \quad (11)$$

其中, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{\bar{M}}]$; $\mathbf{S} = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{\bar{M}}\}$, $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{Q+L} > \lambda_{Q+L+1} = \dots = \lambda_{\bar{M}} = 0$; $\mathbf{U}_s = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{Q+L}]$; $\mathbf{S}_s = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{Q+L}\}$; $\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}_{Q+L+1}, \dots, \mathbf{u}_{\bar{M}}]$; $\mathbf{S}_n = \text{diag}\{\lambda_{Q+L+1}, \dots, \lambda_{\bar{M}}\}$.

\mathbf{U}_s 的列张成的信号子空间与入射信号的导向矢量 \mathbf{A}_u 和 \mathbf{A}_c 的列共同张成的是同一个空间, 并且信号子空间正交于由 \mathbf{U}_n 的列张成的噪声子空间. 因此

$$(\mathbf{A}_i \boldsymbol{\rho}_i)^H \mathbf{U}_n = 0, i = 1, \dots, L \quad (12)$$

$$\mathbf{g}(\theta) \triangleq |\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_n|^2 = 0, \theta = \theta_i, i = 1, \dots, Q \quad (13)$$

由式(12)可知, 相干信号源的导向矢量矩阵 $\mathbf{A}_i \boldsymbol{\rho}_i$ 为范德蒙矩阵列向量的线性组合, 因此无法等价于某个方向对应的导向矢量 $\mathbf{a}(\theta)$, 也就是说相干信号不具备式(13)中不相关源的特性. 而不相关源的 DOA 对应于 $1/\mathbf{g}(\theta)$ 的峰值, 其个数为 Q . 即利用 MUSIC 算法应用于 \mathbf{R}' 时, 所估计出来的信号 DOA 只对应于不相关入射信号部分.

4.1.2 ESPRIT 算法估计不相关信号

假设阵列满足 $\bar{M}-1 \geq Q+L$, 则利用传统的 ESPRIT 算法对 \mathbf{R}' 进行特征分解, 也能从中估计出不相关信号的 DOA; 通过式(11)对 \mathbf{R}' 进行特征分解得到信号子空间 \mathbf{U}_s , 由此产生的 \mathbf{U}_s 具有以下属性^[33]:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{T} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{T} = \text{blkdiag}\{\mathbf{I}_Q, \boldsymbol{\rho}_1, \dots, \boldsymbol{\rho}_L\}$ 是包含复衰落系数的列满秩矩阵, 因此 \mathbf{T} 的左伪逆矩阵存在, \mathbf{I}_Q 为 $Q \times Q$ 的单位矩阵, \mathbf{T} 是一个满秩变换矩阵.

利用 ESPRIT 算法估计信号 DOA, 将信号子空间划分为两个大小均为 $(\bar{M}-1) \times (Q+D)$ 的矩阵, 即:

$$\mathbf{U}_f = \mathbf{U}_s(1:\bar{M}-1, :) = \mathbf{A}_1 \mathbf{T} \mathbf{T} \quad (15)$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{U}_s(2:\bar{M}, :) = \mathbf{A}_2 \mathbf{T} \mathbf{T} \quad (16)$$

其中, \mathbf{A}_1 和 \mathbf{A}_2 分别表示阵列流形矩阵 \mathbf{A} 的前 $\bar{M}-1$ 行和后 $\bar{M}-1$ 行, 则:

$$\mathbf{A}_1 \boldsymbol{\Psi} = \mathbf{A}_2 \quad (17)$$

其中, $\boldsymbol{\Psi} = \text{diag}\{e^{-j\varphi_1}, \dots, e^{-j\varphi_N}\}$, $\varphi_n = 2\pi d \sin \theta_n / \lambda$, 且 $|e^{-j\varphi_n}| = 1$, $n = 1, 2, \dots, N$.

将式(17)代入式(16)得:

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\Psi} \mathbf{T} \mathbf{T} \quad (18)$$

联合式(15)和(18)可得 DOA 估计矩阵为:

$$\mathbf{U}_f^\dagger \mathbf{U}_b = \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Gamma}^\dagger \boldsymbol{\Psi} \mathbf{T} \mathbf{T} \quad (19)$$

其中, $(\cdot)^\dagger$ 表示伪逆.

据文献[33]可知, 对利用 ESPRIT 得到的 DOA 估计矩阵进行特征分解, 不相关信号的特征值的模值为 1, 相干信号的特征值的模值小于 1, 即:

$$|\lambda_1| \leq \dots \leq |\lambda_Q| < |\lambda_{Q+1}| = \dots = |\lambda_{Q+L}| = 1 \quad (20)$$

因此可以根据特征值模值与 1 的关系区分不相关信号和相干信号.

假设 $\lambda_{L+1} \sim \lambda_{L+Q}$ 为不相关信号的特征值, 则不相关信号 DOA 估计值 $\hat{\theta}_k, k = L+1, \dots, L+Q$, 为:

$$\hat{\theta}_k = \arcsin\left(-\frac{\lambda}{j2\pi d} \text{angle}(\lambda_k)\right) \quad (21)$$

4.2 相干信号部分的 DOA 估计

在估计出不相关信号 DOA 后, 对 \mathbf{R}' 进行以下全新处理, 以构造出只包含相干信号信息且不存在秩亏损的协方差矩阵, 然后利用 MUSIC 算法或 ESPRIT 算法从中估计出相干信号的 DOA.

首先, 将协方差矩阵 \mathbf{R}' 拆分成 s 个重叠的子(块)协方差矩阵, 其中第 k 个子协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{K}_k \mathbf{R}' \mathbf{K}_k^H, k = 1, \dots, s \quad (22)$$

其中, $\mathbf{K}_k = [\mathbf{0}_{(\bar{M}-s+1) \times (k-1)} \quad \mathbf{I}_{(\bar{M}-s+1)} \quad \mathbf{0}_{(\bar{M}-s+1) \times (s-k)}]$ 为选择矩阵(注意, s 的取值是人为设定的, 按照前向空间平滑理论, s 个子协方差矩阵只能用于处理不多于 s 个相干入射信号, 且每个子协方差矩阵的行(或列)数要大于相干入射信号数).

然后, 针对 \mathbf{R}_k , 根据文献[29]的方法构造前向差分矩阵 \mathbf{D}_s^f :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_s^f &= \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (\mathbf{R}_{k-1} - \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1} \mathbf{R}_k^* \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1}^H) \\ &= \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s [\mathbf{K}_{k-1} \mathbf{R}' \mathbf{K}_{k-1}^H - \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1} (\mathbf{K}_k \mathbf{R}' \mathbf{K}_k^H)^* \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1}^H] \end{aligned} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{J}_{\bar{M}-s+1}$ 表示副对角线上元素为 1, 其它元素为 0 的交换矩阵. 此外, 当 $k=1$ 时, 用 \mathbf{R}_1 代替 \mathbf{R}_0 .

同时, 本文定义如下后向差分矩阵 \mathbf{D}_s^b :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_s^b &= \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s [\mathbf{R}_k - \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1} \mathbf{R}_{k-1}^* \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1}^H] \\ &= \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s [\mathbf{K}_k \mathbf{R}' \mathbf{K}_k^H - \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1} (\mathbf{K}_{k-1} \mathbf{R}' \mathbf{K}_{k-1}^H)^* \mathbf{J}_{\bar{M}-s+1}^H] \end{aligned} \quad (24)$$

然后, 利用 \mathbf{D}_s^f 和 \mathbf{D}_s^b 构造出一个新协方差矩阵 \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_s^f \mathbf{D}_s^b \quad (25)$$

命题 1 若不相关和相干混合信号入射至均匀线阵, 则新协方差矩阵 \mathbf{D} 中不含不相关信号信息, 而只含相干信号信息.

证明 由于 \mathbf{D} 是前向差分矩阵 \mathbf{D}_s^f 和后向差分矩阵 \mathbf{D}_s^b 的乘积, 所以只需证明 \mathbf{D}_s^f 和 \mathbf{D}_s^b 中都不含不相关信号信息而都只含相干信号信息即可, 这里以前向差分矩阵 \mathbf{D}_s^f 为例进行证明:

将已去除有色噪声的混合信号协方差矩阵 \mathbf{R}' 写成如下形式:

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_{NT} = \mathbf{A}_u \mathbf{R}_u \mathbf{A}_u^H + \mathbf{A}_c \mathbf{R}_c \mathbf{A}_c^H \quad (26)$$

其中, $\mathbf{R}_T = \mathbf{A}_u \mathbf{R}_u \mathbf{A}_u^H$ 对应不相关信号协方差矩阵; $\mathbf{R}_{NT} = \mathbf{A}_c \mathbf{R}_c \mathbf{A}_c^H$ 对应相干信号协方差矩阵; $\mathbf{A}_u = [\mathbf{a}(\theta_{L+1}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{L+Q})]$ 为不相关信号的阵列流形; $\mathbf{A}_c = [\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_L]$ 为相干信号的阵列流形.

将子协方差矩阵式(22)和混合信号协方差矩阵式(26)代入到前向差分矩阵式(23)中, 可将前向差分矩阵 \mathbf{D}_s^f 重写为:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_s^f &= \frac{1}{S} \sum_{k=1}^s \{ \mathbf{K}_{k-1} (\mathbf{R}_T + \mathbf{R}_{NT}) \mathbf{K}_{k-1}^H \\ &\quad - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} [\mathbf{K}_k (\mathbf{R}_T + \mathbf{R}_{NT}) \mathbf{K}_k^H]^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \} \\ &= \frac{1}{S} \sum_{k=1}^s [\mathbf{K}_{k-1} \mathbf{R}_T \mathbf{K}_{k-1}^H + \mathbf{K}_{k-1} \mathbf{R}_{NT} \mathbf{K}_{k-1}^H \\ &\quad - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} (\mathbf{K}_k \mathbf{R}_T \mathbf{K}_k^H + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_{NT} \mathbf{K}_k^H)^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1}] \quad (27) \end{aligned}$$

根据式(22)可得: $\mathbf{R}_{T(k-1)} = \mathbf{K}_{k-1} \mathbf{R}_T \mathbf{K}_{k-1}^H$ 、 $\mathbf{R}_{Tk} = \mathbf{K}_k \mathbf{R}_T \mathbf{K}_k^H$ 、 $\mathbf{R}_{NT(k-1)} = \mathbf{K}_{k-1} \mathbf{R}_{NT} \mathbf{K}_{k-1}^H$ 以及 $\mathbf{R}_{NTk} = \mathbf{K}_k \mathbf{R}_{NT} \mathbf{K}_k^H$, 将其代入式(27)得:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_s^f &= \frac{1}{S} \sum_{k=1}^s [\mathbf{R}_{T(k-1)} + \mathbf{R}_{NT(k-1)} \\ &\quad - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} (\mathbf{R}_{Tk} + \mathbf{R}_{NTk})^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1}] \\ &= \frac{1}{S} \sum_{k=1}^s [(\mathbf{R}_{T(k-1)} - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \mathbf{R}_{Tk}^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1}) \\ &\quad + (\mathbf{R}_{NT(k-1)} - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \mathbf{R}_{NTk}^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1})] \\ &= \frac{1}{S} \sum_{k=1}^s \{ \mathbf{W}_k + \mathbf{F}_k \} \quad (28) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{W}_k = \mathbf{R}_{T(k-1)} - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \mathbf{R}_{Tk}^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1}$, 并且可以看出 \mathbf{W}_k 的表达式中只含有表示不相关信号的协方差矩阵 \mathbf{R}_T , 因此 \mathbf{W}_k 对应不相关信号协方差矩阵; $\mathbf{F}_k = \mathbf{R}_{NT(k-1)} - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \mathbf{R}_{NTk}^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1}$, 并且可以看出 \mathbf{F}_k 的表达式中只含有表示相干信号的协方差矩阵 \mathbf{R}_{NT} , 因此 \mathbf{F}_k 对应相干信号的协方差矩阵.

因此, 接下来只需证明对应不相关信号协方差矩阵的 $\mathbf{W}_k = \mathbf{0}$ 即可:

将 $\mathbf{R}_T = \mathbf{A}_u \mathbf{R}_u \mathbf{A}_u^H$ 代入 \mathbf{W}_k 得:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_k &= \mathbf{R}_{T(k-1)} - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \mathbf{R}_{Tk}^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \\ &= \mathbf{K}_{k-1} \mathbf{R}_T \mathbf{K}_{k-1}^H - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} (\mathbf{K}_k \mathbf{R}_T \mathbf{K}_k^H)^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \\ &= \mathbf{K}_{k-1} \mathbf{A}_u \mathbf{R}_u \mathbf{A}_u^H \mathbf{K}_{k-1}^H \\ &\quad - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} (\mathbf{K}_k \mathbf{A}_u \mathbf{R}_u \mathbf{A}_u^H \mathbf{K}_k^H)^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \\ &= \mathbf{A}_{u1} \mathbf{R}_u \mathbf{A}_{u1}^H - \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} (\mathbf{A}_{u1} \boldsymbol{\Theta} \mathbf{R}_u \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{A}_{u1}^H)^* \mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \quad (29) \end{aligned}$$

由 $\mathbf{A}_{u1} = \mathbf{K}_{k-1} \mathbf{A}_u$ 、 $\mathbf{A}_u = [\mathbf{a}(\theta_{L+1}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{L+Q})]$ 、 $\boldsymbol{\Theta} = \text{diag}\{\mathbf{e}^{-j\pi \sin \theta_{L+1}}, \dots, \mathbf{e}^{-j\pi \sin \theta_{L+Q}}\}$ 得 $\mathbf{J}_{\overline{M}-s+1} \mathbf{A}_{u1}^* = \mathbf{A}_{u1} \boldsymbol{\Theta}$, 从而对式(29)做进一步推理得:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_k &= \mathbf{A}_{u1} \mathbf{R}_u \mathbf{A}_{u1}^H - \mathbf{A}_{u1} \boldsymbol{\Theta} (\boldsymbol{\Theta} \mathbf{R}_u \boldsymbol{\Theta}^H)^* (\mathbf{A}_{u1} \boldsymbol{\Theta})^H \\ &= \mathbf{A}_{u1} \mathbf{R}_u \mathbf{A}_{u1}^H - \mathbf{A}_{u1} \boldsymbol{\Theta} (\boldsymbol{\Theta} \mathbf{R}_u \boldsymbol{\Theta}^H)^* \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{A}_{u1}^H \\ &= \mathbf{A}_{u1} \mathbf{R}_u \mathbf{A}_{u1}^H - \mathbf{A}_{u1} \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\Theta}^H (\boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{R}_u)^* \mathbf{A}_{u1}^H \\ &= \mathbf{A}_{u1} \mathbf{R}_u \mathbf{A}_{u1}^H - \mathbf{A}_{u1} \mathbf{R}_u \mathbf{A}_{u1}^H \\ &= \mathbf{0} \quad (30) \end{aligned}$$

由式(30)可知, 经过差分处理后混合信号协方差矩阵中不相关信号部分为“ $\mathbf{0}$ ”, 即前向差分矩阵中只包含了相干信号部分, 因此 \mathbf{D}_s^f 可重写为:

$$\mathbf{D}_s^f = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^s \{ \mathbf{W}_k + \mathbf{F}_k \} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^s \mathbf{F}_k \quad (31)$$

同理可证, 后向差分矩阵 \mathbf{D}_s^b 中也只保留有相干信号分量.

综合以上可得“若不相关和相干混合信号入射至均匀线阵, 则新协方差矩阵 $\mathbf{D} = \mathbf{D}_s^f \mathbf{D}_s^b$ 中不含不相关信号信息, 而只含相干信号信息”.

证毕.

命题 2 只包含相干信号信息的新协方差矩阵 \mathbf{D} 无秩亏损, 即秩与相干信号个数一致.

证明 由文献[29]可知, 当 $s \geq L$ 且 $L < \overline{M} - s + 1$ 时, \mathbf{D}_s^f 的秩等于相干信号的个数, 即 $\text{rank}(\mathbf{D}_s^f) = L$. 同样的方法可以得到 $\text{rank}(\mathbf{D}_s^b) = L$. 由于 $\mathbf{D} = \mathbf{D}_s^f \mathbf{D}_s^b$, 根据相乘矩阵秩的性质可以得到 $L \leq \text{rank}(\mathbf{D}) \leq L$, 进而可得 $\text{rank}(\mathbf{D}) = L$.

证毕.

所以, 新的协方差矩阵 \mathbf{D} 中只包含有相干信号信息, 且无秩亏损, 这意味着直接利用 MUSIC 方法或 ESPRIT 方法便可从 \mathbf{D} 中估计出相干信号的 DOA.

4.3 本文算法估计混合信号 DOA 步骤

综上所述, 本文提出的有色噪声背景下对混合信号进行 DOA 估计的方法步骤可归纳如图 2 所示. 注意, 由于新方法在 DOA 估计环节可用 MUSIC 算法或 ESPRIT 算法来实现, 因此分别称之为“本文算法(结合 MUSIC)”和“本文算法(结合 ESPRIT)”.

5 仿真实验

仿真 1 有色噪声背景下, 对本文算法(包括本文算法(结合 MUSIC)和本文算法(结合 ESPRIT))、FBSS 算法、文献[30]算法、文献[29]算法和文献[25]算法的混合信号 DOA 估计性能进行仿真对比.

设置三个不相关信号, 且入射角分别为 -13° 、 5° 、 20° , 以及三个相干信号, 且入射角分别为 -25° 、 2° 、 8° , 依据算法要求, 在实验中针对 3 个相干入射信号, 将 s 的取值设置为 3. 阵列的阵元间距为半波长, 阵元数为 11.

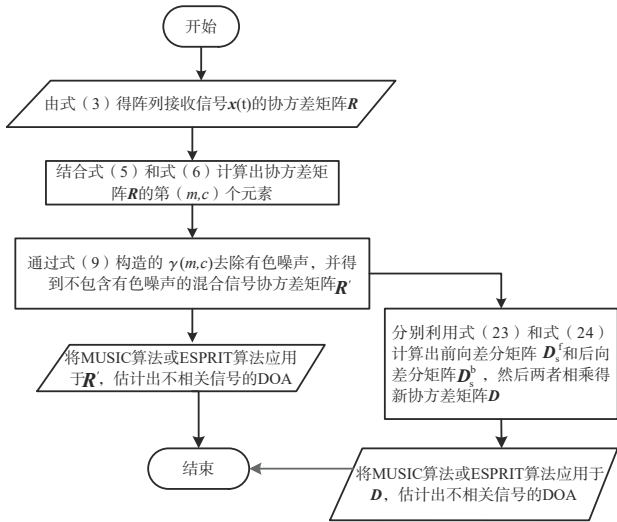


图2 本文算法估计混合信号 DOA 步骤

有色噪声功率 σ_{mc} 服从标准正态分布,相邻两阵元间的相关系数 τ 取 0.7.

(1) 不相关信号部分的估计性能随 SNR 的变化:

固定快拍数为 100,信噪比 SNR 从 -10 dB 变化到 20 dB,各算法在对混合信号中的不相关信号部分进行 DOA 估计时的 RMSE 如图 3 所示,其中 RMSE 定义为:

$$RMSE_{(DOA)} = \sqrt{\frac{1}{PT} \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T (\theta_p - \hat{\theta}_p)^2} \quad (32)$$

其中, P 为信源数, T 为 Monte Carlo 仿真数(此为 500), $\hat{\theta}_p$ 为 DOA 估计值, θ_p 为真实的 DOA 值.

由图 3 可知,针对不相关信号部分的 DOA 估计,FBSS 算法的性能最差,文献[29,30]算法次之.因为文献[29,30]算法在处理不相关信号时采用的方法相同,所以具有几乎一致的估计性能(RMSE 曲线重合).本文算法(结合 MUSIC)和文献[25]算法具有最优估计性能,由于这两个算法都是先去除了有色噪声部分再利用相同的 MUSIC 方法估计不相关信号的 DOA,所以也具有几乎一致的估计性能,值得注意的是,对于本文算法(结合 ESPRIT),其 RESM 性能优于文献[29,30]以及 FBSS 算法,但相较于本文算法(结合 MUSIC)以及文献[25]会有较小幅度的下降,这是由 ESPRIT 算法性能本身所决定的.

(2) 不相关信号部分的估计性能随快拍数的变化:

固定信噪比为 5 dB,快拍数从 50 变化到 400,其它条件不变,则各算法在对混合信号中的不相关信号部分进行 DOA 估计时的 RMSE 如图 4 所示.

由图 4 可知,各算法估计性能优劣与本节(1)中所述类似.

(3) 相干信号部分的估计性能随 SNR 的变化:

固定快拍数为 100,信噪比从 -10 dB 变化到 20 dB,

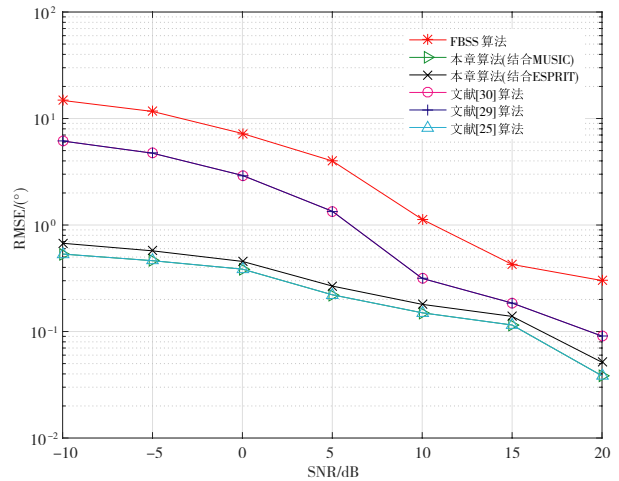


图3 不相关信号 DOA 估计的 RMSE 随信噪比的变化

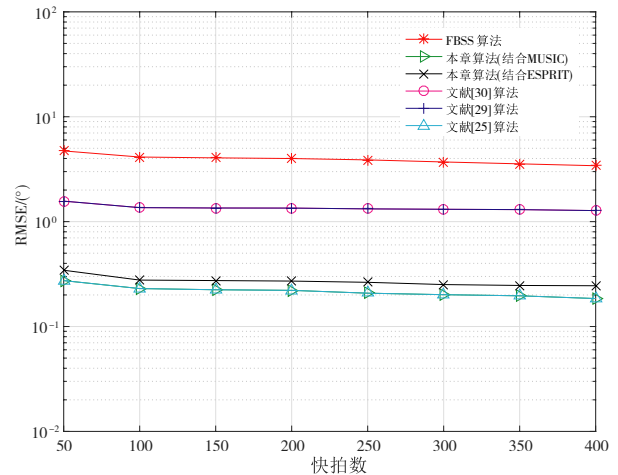


图4 不相关信号 DOA 估计的 RMSE 随快拍数的变化

其它条件不变,对比了本文算法(结合 MUSIC)、本文算法(结合 ESPRIT)及其它各算法在对混合信号中的相干信号部分进行 DOA 估计时的 RMSE,结果如图 5 所示.

由图 5 可知,针对相干信号部分的 DOA 估计,本文算法(结合 MUSIC)及本文算法(结合 ESPRIT)的估计性能,在各信噪比下均优于其他对比算法,尤其是在信噪比较低的情况下,优势更为明显.同时,本文算法(结合 MUSIC)相对于本文算法(结合 ESPRIT)性能略优,但本文算法(结合 ESPRIT)计算复杂度较低.

(4) 相干信号部分的估计性能随快拍数的变化:

固定信噪比为 5 dB,快拍数从 50 变化到 400,其它条件不变,对比了本文算法(结合 MUSIC)、本文算法(结合 ESPRIT)及其它各算法在对混合信号中的相干信号部分进行 DOA 估计时的 RMSE,结果如图 6 所示.

由图 6 可知,针对相干信号部分的 DOA 估计,本文算法的估计性能,在各快拍下均优于其他对比算法.

仿真 2 有色噪声背景下,对比各算法估计相干信

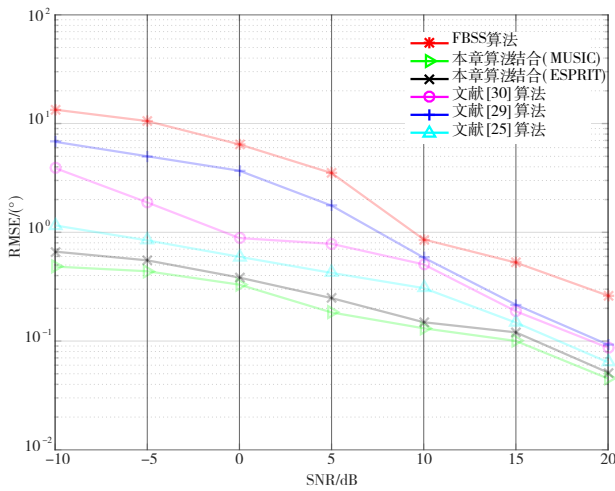


图5 相干信号 DOA 估计的 RMSE 随信噪比的变化

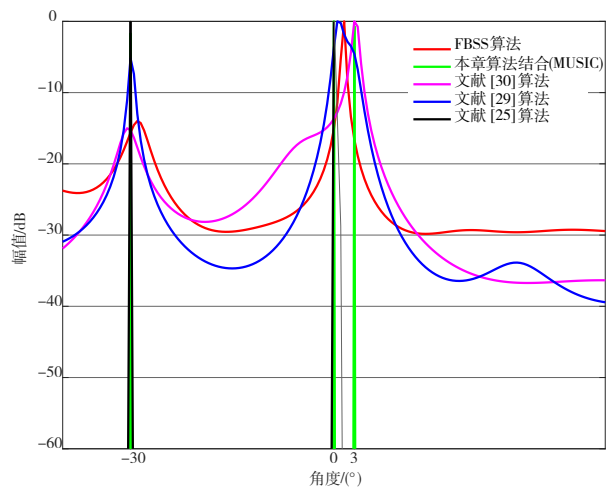


图7 相干信号部分的 DOA 谱估计

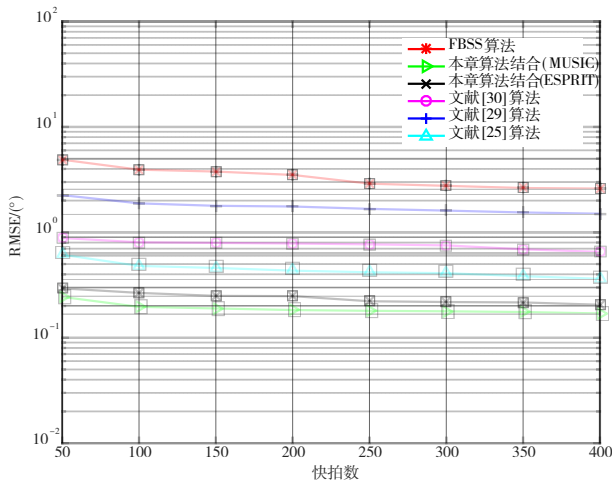


图6 相干信号 DOA 估计的 RMSE 随快拍数的变化

表1 本文算法(结合 ESPRIT)对相干信号部分的 DOA 估计 单位:(°)

| 真实 DOA | -30 | 0 | 3 |
|--------|-----------|---------|---------|
| 估计 DOA | -30.001 7 | 0.004 0 | 2.943 5 |

其中有一个不相关信号和相干信号均为 10° . 快拍数为 200, SNR=10 dB, 其它条件与仿真 1 相同. 则文献[25]的所有信号 DOA 谱估计如图 8(a)所示; 本文算法(结合 MUSIC)的不相关信号部分 DOA 谱估计如图 8(b)所示, 相干信号部分 DOA 谱估计如图 8(c)所示; 本文算法(结合 ESPRIT)的不相关信号部分 DOA 估计如表 2 所示, 相干信号部分 DOA 估计如表 3 所示.

表2 本文算法(结合 ESPRIT)对混合信号中不相关信号部分的 DOA 估计结果 单位:(°)

| 真实 DOA | -10 | 10 |
|--------|-----------|---------|
| 估计 DOA | -10.002 9 | 9.975 3 |

表3 本文算法(结合 ESPRIT)对混合信号中相干信号部分的 DOA 估计结果 单位:(°)

| 真实 DOA | 10 | 20 | 30 |
|--------|----------|----------|----------|
| 估计 DOA | 10.001 0 | 20.030 1 | 29.950 1 |

号部分时的分辨率.

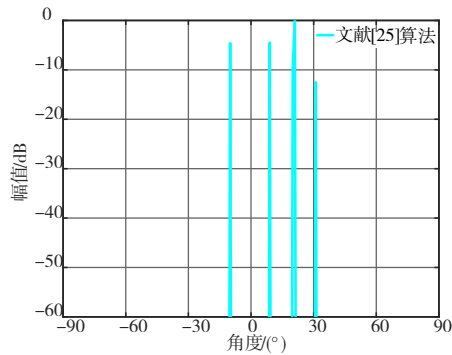
将混合信号中相干信号入射角设置为 $-30^\circ, 0^\circ, 3^\circ$, 其中的 0° 和 3° 设置较近, 快拍数为 200, SNR=10 dB, 其它条件与仿真 1 相同. 则各算法对相干信号部分的 DOA 估计结果如图 7 和表 1 所示.

由图 7 和表 1 可知, 本文算法(结合 MUSIC)及本文算法(结合 ESPRIT)都可成功识别出所有 3 个相干信号, 而其它算法均无法将其中相距较近的 0° 和 3° 两个相干入射角同时识别出来, 因此相较于其他算法, 本文算法具有更高的分辨率.

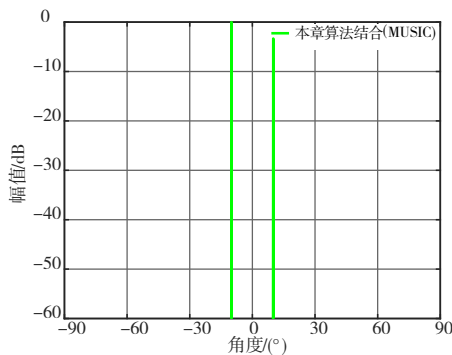
仿真 3 有色噪声背景下, 当不相关信号和相干信号来自同一个方向时, 对比本文算法和文献[25]算法 DOA 估计性能.

设置两个不相关信号, 且入射角分别为 $-10^\circ, 10^\circ$, 以及三个相干信号, 且入射角分别为 $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$, 可见

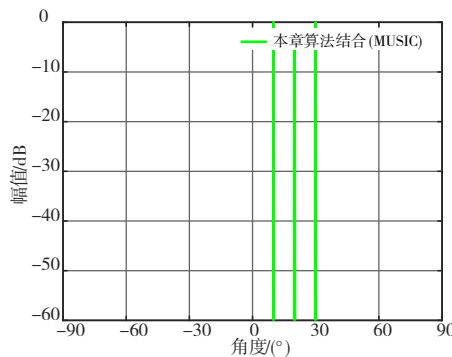
由图 8 和表 2、表 3 可知, 由于文献[25]是对不相关信号和相干信号同时进行谱估计的, 所以当存在不相关信号和相干信号入射角相同的情况, 就只能估计出一个 DOA. 而新方法是分两个阶段先后对不相关信号和相干信号进行谱估计的, 所以能够识别出全部信号.



(a) 文献[25]算法对混合信号的 DOA 谱估计



(b) 本文算法(结合 MUSIC)对混合信号中不相关信号部分的 DOA 谱估计



(c) 本文算法(结合 MUSIC)对混合信号中相干信号部分的 DOA 谱估计

图 8 不相关信号和相干信号存在相同入射角时的 DOA 谱估计

从以上的仿真结果可以看出,本文算法相较于其它算法具有更高精度的 DOA 估计性能,以及更高的信号 DOA 分辨率,且即便存在不相关信号和相干信号来自同一方向的情况,也能将它们区分开来。

6 结论

针对有色噪声背景下的不相关和相干混合信号,提出了一种新的 DOA 估计方法.新方法首先去除混合信号协方差矩阵中的有色噪声部分,然后利用 MUSIC 方法或 ESPRIT 方法从中估计出不相关信号部分的 DOA.再利用提出的改进空间差法方法,构造出只含有相干信号信息的协方差矩阵,且不存在秩亏损.最后利用 MUSIC 方法或 ESPRIT 方法从中估计出相干信号的 DOA.理论分析和实验结果表明,和文献报道的方法相比,新方法具有更优的有色噪声下的混合信号 DOA 估计性能,尤其是针对相干信号部分的估计性能提升显著。

参考文献

- [1] WU X H, ZHU W P, YAN J. A high-resolution DOA estimation method with a family of nonconvex penalties[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(6): 4925-4938.
- [2] 王永良. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [3] SHAFIN R, LIU L J, ZHANG J Z, et al. DOA estimation and capacity analysis for 3-D millimeter wave massive-MIMO/FD-MIMO OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(10): 6963-6978.
- [4] PATOLE S M, TORLAK M, WANG D, et al. Automotive radars: A review of signal processing techniques[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2017, 34(2): 22-35.
- [5] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [6] 张天瑜. 改进型 MUSIC 算法在智能天线 DOA 估计中的研究[J]. 陕西科技大学学报, 2009, 27(1): 97-101.
ZHANG T Y. Research of modified MUSIC algorithm in DOA estimation of smart antenna[J]. Journal of Shannxi University of Science and Technology, 2009, 27(1): 97-101. (in Chinese)
- [7] 崔皓, 钱艳艳, 李冬海. 提取 ESPRIT 算法信号子空间的 DOA 估计研究[J]. 计算机工程与设计, 2009, 30(13): 3057-3059.
CUI H, QIAN Y Y, LI D H. Direction of arrival research on extracting signal subspace of ESPRIT algorithm[J]. Computer Engineering and Design, 2009, 30(13): 3057-3059. (in Chinese)
- [8] 梁浩, 崔琛, 余剑. 基于 ESPRIT 算法的十字型阵列 MIMO 雷达降维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2016, 38

- (1): 80-89.
- LIANG H, CUI C, YU J. Reduced-dimensional DOA estimation based on ESPRIT algorithm in monostatic MIMO radar with cross array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(1): 80-89. (in Chinese)
- [9] YAN F G, LIU S, WANG Jun, et al. Real-valued root-MUSIC for DOA estimation with reduced-dimension EVD/SVD computation[J]. *Signal Processing*, 2018, 152: 1-12.
- [10] LIU C F, LIAO G S. Fast algorithm for root-MUSIC with real-valued egedecomposition[C]//2006 CIE International Conference on Radar. Piscataway: IEEE, 2006: 1-4.
- [11] HU A Z, LV T J, GAO H, et al. An ESPRIT-based approach for 2-D localization of incoherently distributed sources in massive MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 996-1011.
- [12] ZHENG Z, FU M C, WANG W Q, et al. Mixed far-field and near-field source localization based on subarray cross-cumulant[J]. *Signal Processing*, 2018, 150: 51-56.
- [13] NIOW C H, HUI H T. Improved noise modeling with mutual coupling in receiving antenna arrays for direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(4): 1616-1621.
- [14] MAO W P, LI G L, XIE X, et al. DOA estimation of coherent signals based on direct data domain under unknown mutual coupling[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014, 13: 1525-1528.
- [15] SHAN T J, WAX M, KAILATH T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806-811.
- [16] PILLAI S U, KWON B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(1): 8-15.
- [17] ZHANG L, LIU W. Robust beamforming for coherent signals based on the spatial-smoothing technique[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(11): 2747-2758.
- [18] HAN F M, ZHANG X D. An ESPRIT-like algorithm for coherent DOA estimation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2005, 4: 443-446.
- [19] CHEN H, HUANG B X, DENG B, et al. A modified Toeplitz algorithm for DOA estimation of coherent signals [C]//2007 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems. Piscataway: IEEE, 2007: 80-83.
- [20] CHEN Q, HUANG L, ZENG W J, et al. Direction-of-arrival estimation for coherent signals without knowledge of source number[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2014, 14(9): 3267-3273.
- [21] XU X, YE Z F, PENG J H. Method of direction-of-arrival estimation for uncorrelated, partially correlated and coherent sources[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2007, 1(4): 949-954.
- [22] AL-ARDI E M, SHUBAIR R M, AL-MUALLA M E. Computationally efficient high-resolution DOA estimation in multipath environment[J]. *Electronics Letters*, 2004, 40(14): 908-910.
- [23] LIU F L, WANG J K, SUN C Y, et al. Spatial differencing method for DOA estimation under the coexistence of both uncorrelated and coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(4): 2052-2062.
- [24] YE Z F, ZHANG Y F, LIU C. Direction-of-arrival estimation for uncorrelated and coherent signals with fewer sensors[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2009, 3(3): 473-482.
- [25] FANG Y F, ZHU S Q, GAO Y C et al. DOA estimation for coherent signals with improved sparse representation in the presence of unknown spatially correlated Gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(9): 10059-10069.
- [26] VOROBYOV S A, GERSHMAN A B, WONG K M. Maximum likelihood direction-of-arrival estimation in unknown noise fields using sparse sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(1): 34-43.
- [27] TAN K C, OH G L. Estimating directions-of-arrival of coherent signals in unknown correlated noise via spatial smoothing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(4): 1087-1091.
- [28] Qian C, HUANG L, XIAO Y H, et al. Localization of coherent signals without source number knowledge in unknown spatially correlated Gaussian noise[J]. *Signal Processing*, 2015, 111: 170-178.
- [29] MA X R, XU H D, XIE Y F. An improved spatial differencing method for DOA estimation with the coexistence of uncorrelated and coherent signals[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(10): 3719-3723.
- [30] QI C Y, WANG Y L, ZHANG Y S, et al. Spatial difference smoothing for DOA estimation of coherent signals

- [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(11): 800-802.
- [31] LENG W, WANG A Q, GUO T F, et al. DOA estimation for mixed uncorrelated and coherent sources in multipath environment[J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2015(2015): 1-8.
- [32] VIBERG M, STOICA P, OTTERSTEN B. Maximum likelihood array processing in spatially correlated noise fields using parameterized signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(4): 996-1004.
- [33] LU G, LUO X Y. Direction-of-arrival estimation for uncorrelated and coherent signals in the presence of multipath propagation[J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2013, 7(9): 746-753.

作者简介



饶 伟 男,1982年4月出生于江西省抚州市。现为南昌工程学院教授、硕士生导师。主要研究方向为阵列信号处理、自适应信号处理等。
E-mail: wrao14@fudan.edu.cn



贾凤勤 女,1993年2月出生于河南省商丘市。现为南昌工程学院研究生。主要研究方向为阵列信号处理等。
E-mail: jfq19937067982@163.com



李 旦 男,1982年1月出生于江苏省常州市。现为复旦大学副教授、硕士生导师。主要研究方向为信号处理及其在超声检测、图像、控制、测量和雷达中的应用等。
E-mail: lidan@fudan.edu.cn