

# 基于多频率聚焦与融合的相干辐射源时差 直接定位方法

李建峰, 朱珂慧, 江 航, 张小飞, 吴启晖

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 江苏南京 211106)

**摘 要:** 为了提升分布式传感器场景下对于宽带辐射源的定位效果, 本文提出了一种基于到达时间差(Time Difference Of Arrival, TDOA)的多频率聚焦与融合的相干辐射源直接定位(Direct Position Determination, DPD)方法. 首先, 对衰减系数未知的传感器时域接收信号进行预处理, 进行数据分段和频域变换, 将宽带信号转化成若干个多快拍窄带频域信号; 其次, 根据最佳聚焦矩阵构造准则, 构造聚焦矩阵, 将各频率对应的信号聚焦到中心频率附近频谱能量最大的聚焦频率, 得到聚焦后的接收数据; 然后, 根据子空间正交性建立关于辐射源位置的最小化代价函数, 融合多个聚焦后的代价函数解决衰减系数未知的问题; 最后, 结合拉格朗日乘子法, 通过网格点上代价函数值的谱峰搜索得到宽带辐射源的估计位置. 所提方法可以在衰减系数未知的情况下实现相干辐射源的高精度定位, 仿真和实际测试结果表明本文所提方法的有效性, 在信噪比大于 0 dB 的四节点多径定位场景中, 所提方法的定位性能较其他时差直接定位性能提升了 30% 以上.

**关键词:** 宽带辐射源; 频率聚焦与融合; 时差; 直接定位; 分布式传感器; 子空间法

**基金项目:** 中国高校产学研创新基金(No. 2021ZYA0301); 国家重点研发计划(No. 2020YFB1807602, No. 2020YFB1807604)

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2023)08-2110-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20230170

## A Direct Position Determination Method of TDOA Based on Multi-Frequency Focusing and Fusion for Coherent Radiation Sources

LI Jian-feng, ZHU Ke-hui, JIANG Hang, ZHANG Xiao-fei, WU Qi-hui

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 211106, China)

**Abstract:** In order to improve the positioning performance of wideband emitters in distributed sensor scenarios, this paper proposes a multi-frequency focusing and fusion direct position determination (DPD) method based on time difference of arrival (TDOA) for coherent sources. Firstly, the time domain received data of the sensors with unknown attenuation coefficients are preprocessed; data segmentation and frequency domain transform are performed; and the wideband data are converted into several multiple-snapshot narrowband frequency domain data. Secondly, according to the construction criteria of the optimal focus matrix, the focus matrix is constructed, and the signals corresponding to each frequency are focused to the focus frequency with the largest spectral energy near the center frequency to obtain the received data after focusing. Then, according to the subspace orthogonality, the minimized cost function of the emitter is established, and the problem of unknown attenuation coefficients is solved by fusing multiple focused cost functions. Finally, combined with the Lagrange multiplier method, the estimated position of the wideband emitter is obtained through the spectral peak search of the cost function values on the grid points. The proposed method can achieve high accuracy positioning under the condition of unknown attenuation coefficients. Simulation and real-world test results show the effectiveness of the proposed method. In four node multipath localization scenarios with a signal-to-noise ratio greater than 0 dB, the proposed method improves the positioning performance by more than 30% compared to other TDOA-based DPD methods.

**Key words:** wideband emitter; frequency focusing and fusion; time difference of arrival; direct position determination; distributed sensors; subspace methods

Foundation Item(s): China University Industry, University and Research Innovation Fund (No.2021ZYA0301); National Key Research and Development Program of China (No.2020YFB1807602, No.2020YFB1807604)

## 1 引言

无源定位技术在电子侦察、雷达、车联网等军用和民用领域都得到了广泛运用<sup>[1,2]</sup>. 无源定位技术可被分为两步定位和直接定位(Direct Position Determination, DPD). 两步定位需要进行参数估计<sup>[3-7]</sup>,再结合空间几何关系解算出辐射源的估计位置. 然而两步定位的定位性能被参数估计导致的误差累积限制,而直接定位利用接收数据中蕴含的有用信息,通过数据融合的方式实现辐射源的位置估计,在低信噪比下也具有更高的定位精度.

早期的直接定位主要针对窄带辐射源提出. 文献[8]中,Weiss首次提出了直接定位算法,基于最大似然(Maximum Likelihood, ML)准则构建代价函数,通过峰值搜索获得辐射源的估计位置. 直接定位也可以通过空间谱的方式实现<sup>[9]</sup>,TIRER和WEISS提出一种基于最小方差无失真响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)的DPD方法<sup>[10]</sup>,可以实现无须信源数的高分辨率定位. 对于宽带辐射源,目前的方法主要利用接收数据中的到达时间差(Time Difference Of Arrival, TDOA)信息实现<sup>[11,12]</sup>. 文献[13]将宽带阵列信号处理中的非相干信号子空间方法(Incoherent Signal-subspace Method, ISM)<sup>[14]</sup>和相干信号子空间方法(Coherent Signal-subspace Method, CSM)<sup>[15]</sup>拓展至直接定位. 随着硬件设备的更新升级,分布式传感器在定位领域也发挥着很大作用. 文献[16]针对不同信号建立了基于最大似然估计的TDOA成本函数. 文献[17]利用子空间正交性构造了基于行列式的代价函数,可以实现超分辨率定位;我们前期融合了宽带信号多个有用频率下的代价函数解决衰减系数未知的问题<sup>[18]</sup>,可以实现低复杂度定位.

本文提出了一种基于多频率聚焦与融合的相干辐射源时差直接定位方法,将CSM方法拓展至时差直接定位,构造无须信源先验信息的聚焦矩阵,将各个频率的窄带信号聚焦到选定的聚焦频率,解决信号相干引起的协方差矩阵不满秩的问题;将多个聚焦频率下的基于子空间正交性的代价函数融合,可以在衰减系数未知的情况下实现准确的定位,形成了多频率数据融合的新方式;通过实际数据的测试,验证了所提方法在真实定位场景中的有效性.

## 2 信号模型

本文的定位场景如图1所示,其中,未知宽带辐射源的位置向量表示为 $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_P$ , $P$ 为辐射源个数,用

于接收的基站位置向量分别表示为 $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \dots, \mathbf{l}_N$ , $N$ 为基站个数,在 $T_S$ 时间范围内的任意 $t$ 时刻,第 $n$ 个基站的宽带时域接收信号表示为

$$x_n(t) = \sum_{p=1}^P \alpha_{np} s_p(t - \tau_{np}) + w_n(t), \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad 0 < t \leq T_S \quad (1)$$

其中, $\alpha_{np}$ 是第 $p$ 个辐射源信号到达第 $n$ 个基站传播路径上的未知衰减系数, $s_p(t)$ 是任意 $t$ 时刻第 $p$ 个辐射源的发射信号, $w_n(t)$ 是任意时刻 $t$ 的加性高斯噪声, $\tau_{np}$ 是第 $p$ 个辐射源信号到达第 $n$ 个基站的时延,表示为

$$\tau_{np} = \frac{\|\mathbf{l}_n - \mathbf{q}_p\|_2}{c} \quad (2)$$

其中, $c$ 表示电磁波的传播速度, $\|\cdot\|_2$ 表示2范数.

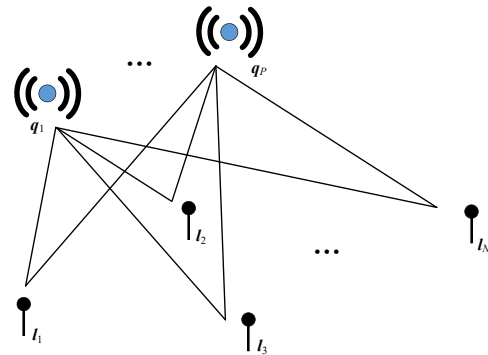


图1 基于多个单天线的TDOA定位场景

整合所有基站的时域接收信号,得到

$$\mathbf{X}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_N(t)]^T, \quad 0 < t \leq T_S \quad (3)$$

其中, $(\cdot)^T$ 表示矩阵转置.

## 3 多频率聚焦融合的相干信号源直接定位方法

### 3.1 宽带处理模型构建

首先把各个基站的接收信号 $\mathbf{X}$ 平均划分成 $K$ 段,即

$$\mathbf{X} = [\mathbf{Y}_1(t') \quad \mathbf{Y}_2(t') \quad \dots \quad \mathbf{Y}_K(t')] \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{Y}_k(t') = [x_1(t_k) \quad x_2(t_k) \quad \dots \quad x_N(t_k)]^T \quad (5)$$

$$x_n(t_k) = \sum_{p=1}^P \alpha_{np} s_p(t_k - \tau_{np}) + w_n(t_k) \quad (6)$$

其中, $0 \leq t' \leq T_S/K$ ,  $(k-1)T_S/K < t_k \leq kT_S/K$ ,  $\mathbf{Y}_k(t')$ ,  $x_n(t_k)$ ,  $s_p(t_k)$ 和 $w_n(t_k)$ 分别是 $\mathbf{X}(t)$ ,  $x_n(t)$ ,  $s_p(t)$ 和 $w_n(t)$ 的

第  $k$  段数据.

对  $\mathbf{Y}_k(t')$  进行  $M$  点快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT), 得到

$$\bar{\mathbf{Y}}_k(f_m) = [\bar{x}_{1k}(f_m) \quad \bar{x}_{2k}(f_m) \quad \cdots \quad \bar{x}_{Nk}(f_m)]^T \quad (7)$$

$$\bar{x}_{nk}(f_m) = \sum_{p=1}^P \alpha_{np} \bar{s}_{pk}(f_m) e^{-j2\pi f_m \tau_{np}} + \bar{w}_{nk}(f_m) \quad (8)$$

其中,  $\bar{\mathbf{Y}}_k(f_m)$ 、 $\bar{x}_{nk}(f_m)$ 、 $\bar{s}_{pk}(f_m)$  和  $\bar{w}_{nk}(f_m)$  分别是  $\mathbf{Y}_k(t')$ 、 $x_n(t_k)$ 、 $s_p(t_k)$  和  $w_n(t_k)$  的 FFT 结果,  $f_m$  是第  $m$  个频点对应的频率. 令  $\mathbf{q}$  为辐射源位置变量, 且

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_k(f_m) &= [\bar{s}_{1k}(f_m) \quad \bar{s}_{2k}(f_m) \quad \cdots \quad \bar{s}_{Pk}(f_m)]^T \\ \mathbf{W}_k(f_m) &= [\bar{w}_{1k}(f_m) \quad \bar{w}_{2k}(f_m) \quad \cdots \quad \bar{w}_{Nk}(f_m)]^T \\ \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) &= [\mathbf{a}(f_m, \mathbf{q}_1) \quad \mathbf{a}(f_m, \mathbf{q}_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(f_m, \mathbf{q}_P)] \\ \mathbf{a}(f_m, \mathbf{q}_p) &= (\alpha_{1p} e^{-j2\pi f_m \tau_{1p}}, \dots, \alpha_{Np} e^{-j2\pi f_m \tau_{Np}})^T \end{aligned} \quad (9)$$

则有

$$\bar{\mathbf{Y}}_k(f_m) = \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{S}_k(f_m) + \mathbf{W}_k(f_m) \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{S}_k(f_m)$  表示频域快拍为  $k$  时发射信号的第  $m$  个窄带频域分量,  $\mathbf{W}_k(f_m)$  表示频域快拍为  $k$  时噪声的第  $m$  个窄带频域分量,  $\mathbf{A}(f_m, \mathbf{q})$  表示信号流形矩阵,  $\mathbf{a}(f_m, \mathbf{q}_p)$  是包含衰减系数、时延与频率信息的矢量. 基站接收的第  $k$  段宽带信号频域模型如式 (10) 所示,  $\bar{\mathbf{Y}}_k(f_m)$  可以看成频域快拍数为  $k$  时接收信号的第  $m$  个窄带频域分量.

### 3.2 多频率聚焦方法

频率  $f_m$  对应分量的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_Y(f_m) &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{Y}}_k(f_m) \bar{\mathbf{Y}}_k^H(f_m) \\ &= \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \left( \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{S}_k(f_m) \mathbf{S}_k^H(f_m) \right) \mathbf{A}^H(f_m, \mathbf{q}) \\ &\quad + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{W}_k(f_m) \mathbf{W}_k^H(f_m) \\ &= \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{R}_S(f_m) \mathbf{A}^H(f_m, \mathbf{q}) + \mathbf{R}_W(f_m) \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置,  $\mathbf{R}_S(f_m)$  是信号谱密度矩阵,  $\mathbf{R}_W(f_m)$  是噪声谱密度矩阵. 对  $\mathbf{R}_Y(f_m)$  进行特征分解, 将特征值从大到小排列, 将排列后的特征值对应的特征向量构成的酉矩阵记为  $\mathbf{U}_m$ , 前  $P$  个特征向量构成的矩阵为信号子空间  $\mathbf{U}_{m_s}$ , 后  $N-P$  个特征向量构成的矩阵为噪声子空间  $\mathbf{U}_{m_n}$ , 则  $\mathbf{U}_m$  可表示为

$$\mathbf{U}_m = [\mathbf{U}_{m_s} \quad \mathbf{U}_{m_n}] \quad (12)$$

将对应最大能量的频率值记为  $f_0$ , 即聚焦频率, 将对应  $f_0$  上的酉矩阵记为

$$\mathbf{U}_0 = [\mathbf{U}_{0_s} \quad \mathbf{U}_{0_n}] \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{U}_{0_s}$  是  $\mathbf{U}_0$  的前  $P$  列构成的矩阵,  $\mathbf{U}_{0_n}$  是  $\mathbf{U}_0$  的后  $N-P$  列构成的矩阵, 频率  $f_m$  上的聚焦矩阵为  $\mathbf{T}(f_m)$ , 则根据最佳聚焦矩阵构造准则<sup>[19]</sup>:

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{A}(f_0, \mathbf{q}) - \mathbf{T}(f_m) \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q})\|_F^2, 1 \leq m \leq M \\ \mathbf{T}^H(f_m) \mathbf{T}(f_m) = \mathbf{I}_N \end{cases} \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{I}_N$  为  $N$  维单位矩阵,  $\|\cdot\|_F$  表示 Frobenius 范数. 构造聚焦矩阵:

$$\mathbf{T}(f_m) = \frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{U}_0 \mathbf{U}_m^H \quad (15)$$

则聚焦到  $f_0$  后的接收信号可以表示为

$$\mathbf{Z}_k(f_m) = \mathbf{T}(f_m) \mathbf{Y}_k(f_m) \quad (16)$$

$\mathbf{Z}_k(f_m)$  的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_Z(f_m) &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{Z}_k(f_m) \mathbf{Z}_k^H(f_m) \\ &= \mathbf{T}(f_m) \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{R}_S(f_m) \mathbf{A}^H(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{T}^H(f_m) \\ &\quad + \mathbf{T}(f_m) \mathbf{R}_W(f_m) \mathbf{T}^H(f_m) \end{aligned} \quad (17)$$

根据式 (12)、式 (13) 和式 (15), 有

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(f_m) \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) &= \frac{1}{\sqrt{M}} [\mathbf{U}_{0_s} \quad \mathbf{U}_{0_n}] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m_s}^H \\ \mathbf{U}_{m_n}^H \end{bmatrix} \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{M}} [\mathbf{U}_{0_s} \quad \mathbf{U}_{0_n}] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m_s}^H \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{U}_{0_s} \mathbf{U}_{m_s}^H \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \end{aligned} \quad (18)$$

将所有频率下的聚焦后的协方差相加并取平均, 得到聚焦频率下的协方差矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_T &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{R}_Z(f_m) \\ &= \frac{1}{M^2} \mathbf{U}_{0_s} \left( \sum_{m=1}^M \mathbf{U}_{m_s}^H \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{R}_S(f_m) \mathbf{A}^H(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{U}_{m_s} \right) \mathbf{U}_{0_s}^H \\ &\quad + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{T}(f_m) \mathbf{R}_W(f_m) \mathbf{T}^H(f_m) \\ &= \mathbf{U}_{0_s} \mathbf{R}_{SS} \mathbf{U}_{0_s}^H + \mathbf{R}_{WW} \end{aligned} \quad (19)$$

其中,

$$\mathbf{R}_{SS} = \frac{1}{M^2} \left( \sum_{m=1}^M \mathbf{U}_{m_s}^H \mathbf{A}(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{R}_S(f_m) \mathbf{A}^H(f_m, \mathbf{q}) \mathbf{U}_{m_s} \right) \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_{WW} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{T}(f_m) \mathbf{R}_W(f_m) \mathbf{T}^H(f_m) \quad (21)$$

式 (19) 中,  $\mathbf{R}_{SS}$  是聚焦频率下的信号功率矩阵,  $\mathbf{R}_{WW}$  是聚焦频率下的噪声功率矩阵,  $\mathbf{U}_{0_s}$  对应于聚焦频率  $f_0$

处的信号子空间,与 $\mathbf{A}(f_0, \mathbf{q})$ 蕴含相同的信号子空间信息,而 $\mathbf{R}_{SS}$ 是满秩矩阵<sup>[20]</sup>. 对于相干信号源,其接收信号协方差不满秩,不满足结合子空间正交性进行定位的要求,因此现有的基于空间谱的时差定位算法性能有限;而本方法首先利用聚焦思想将宽带信号划分的各个窄带信号映射到 $f_0$ 上,可以综合宽带信号信息;其次对聚焦后的协方差矩阵 $\mathbf{R}_Z(f_m)$ 进行平均,有利于减小信号之间的相关系数,使协方差矩阵 $\mathbf{R}_T$ 的秩等于信源个数,从而可以在后续结合空间谱的相关原理进行辐射源定位.

### 3.3 多聚焦频率融合的直接定位方法

对 $\mathbf{R}_T$ 进行特征分解,得到噪声子空间 $\mathbf{U}_{T_N}$ ,根据噪声特征向量和信号向量之间的正交性,有

$$\mathbf{U}_{T_N}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_m, \mathbf{q})) \boldsymbol{\varphi} = 0 \quad (22)$$

其中,  $\text{diag}(\cdot)$  表示对角化,  $\mathbf{q}$  为辐射源位置变量,  $\tau_n(\mathbf{q}) = \|\mathbf{l}_n - \mathbf{q}\|_2 / c$ ,  $\boldsymbol{\varphi} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T$ ,  $\alpha_n$  是信号到达第  $n$  个基站传播路径上的未知衰减系数,  $\mathbf{a}(f_m, \mathbf{q}) = (e^{-j2\pi f_m \tau_1(\mathbf{q})}, e^{-j2\pi f_m \tau_2(\mathbf{q})}, \dots, e^{-j2\pi f_m \tau_N(\mathbf{q})})^T$ . 由于衰减系数  $\boldsymbol{\varphi}$  是未知的,仅凭式(22)无法解出辐射源的位置. 由于解决衰减系数未知的问题需要多个频率下的代价函数进行融合,因此选取中心频率附近能量最大的  $D$  个频率点  $f_{01}, f_{02}, \dots, f_{0D}$ . 由于频域信号不是在整个采样带宽内都有效,因此选取长度为  $M_0$  的频谱有效部分,分别将  $M_0$  个频率分量聚焦到这  $D$  个频点,得到它们对应的聚焦后的噪声子空间  $\mathbf{U}_{T_{N01}}, \mathbf{U}_{T_{N02}}, \dots, \mathbf{U}_{T_{N0D}}$ , 由于它们对应的未知衰减系数  $\boldsymbol{\varphi}$  相同,则有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{T_{N01}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{01}, \mathbf{q})) \\ \mathbf{U}_{T_{N02}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{02}, \mathbf{q})) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{T_{N0D}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{0D}, \mathbf{q})) \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi} = 0 \quad (23)$$

定义关于辐射源位置变量  $\mathbf{q}$  的代价函数为

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{T_{N01}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{01}, \mathbf{q})) \\ \mathbf{U}_{T_{N02}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{02}, \mathbf{q})) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{T_{N0D}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{0D}, \mathbf{q})) \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{T_{N01}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{01}, \mathbf{q})) \\ \mathbf{U}_{T_{N02}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{02}, \mathbf{q})) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{T_{N0D}}^H \text{diag}(\mathbf{a}(f_{0D}, \mathbf{q})) \end{bmatrix} \quad (24)$$

式(24)是融合了多个聚焦频率下代价函数的结果,则 $\mathbf{Q}(\mathbf{q})$ 和 $\boldsymbol{\varphi}$ 满足:

$$\boldsymbol{\varphi}^H \mathbf{Q}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\varphi} = 0 \quad (25)$$

此时对于辐射源位置的估计问题可以转化为等式

(25)左侧的最小化问题,即

$$\min_{\mathbf{q}} \boldsymbol{\varphi}^H \mathbf{Q}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\varphi}, \quad \text{s.t. } \mathbf{e}_1^T \boldsymbol{\varphi} = 1 \quad (26)$$

其中,  $\mathbf{e}_1 = (1, 0, \dots, 0)^T$ , 根据拉格朗日乘子法,解出:

$$\boldsymbol{\varphi} = \frac{\mathbf{Q}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{e}_1}{\mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{e}_1} \quad (27)$$

将式(27)的结果代入式(26),得到辐射源位置的估计结果:

$$\hat{\mathbf{q}} = \underset{\mathbf{q}}{\text{argmax}} \mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{e}_1 = \underset{\mathbf{q}}{\text{argmax}} H(\mathbf{q}) \quad (28)$$

选取定位范围,并将其网格化,根据式(28),对于每个网格点上的代价函数 $H(\mathbf{q})$ 进行求解,其中 $P$ 个代价函数峰值对应的位置即为辐射源的估计位置.

### 3.4 计算流程与复杂度

根据以上推导,将所提方法的计算流程总结如下:

步骤1:将 $N$ 个传感器的接收信号平均划分为 $K$ 段长度为 $M$ 的分段数据,对分段数据进行快速傅里叶变换得到频域数据 $\mathbf{Y}_k(f_m)$ ,分别求每个频率对应窄带信号的协方差矩阵 $\mathbf{R}_Y(f_m)$ .

步骤2:取信号频谱有效部分长度为 $M_0$ ,对有效频谱上的窄带信号协方差矩阵进行特征分解,得到特征向量构成的酉矩阵 $\mathbf{U}_m$ .

步骤3:根据式(15),将 $M_0$ 个频率与选取的 $D$ 个聚焦频率的特征向量构成的酉矩阵相乘得到聚焦矩阵.

步骤4:根据式(16), $D$ 个聚焦矩阵与 $M_0$ 个频率对应的窄带信号相乘得到聚焦频率对应的信号,并获得各个聚焦信号的协方差矩阵.

步骤5:对聚焦后的 $D$ 个信号的协方差矩阵进行特征分解得到其噪声子空间 $\mathbf{U}_{T_{N01}}, \mathbf{U}_{T_{N02}}, \dots, \mathbf{U}_{T_{N0D}}$ .

步骤6:假设一维搜索的次数为 $W$ ,获得每个网格点上的代价函数值 $H(\mathbf{q})$ 并对其进行峰值搜索.

如表1所示,每个步骤的计算复杂度被一一列出.

表1 各步骤计算复杂度

步骤	计算复杂度
1	$O(MKN^2 + MKN \log M)$
2	$O(M_0 N^3)$
3	$O(M_0 D N^3)$
4	$O(M_0 D K N^2)$
5	$O(D N^3)$
6	$O(W^2(D(N-P)N^2 + N^3))$

## 4 仿真与实测结果

### 4.1 仿真结果

本节中,采用仿真的16进制正交振幅调制(Quadrature

Amplitude Modulation, QAM)信号作为辐射源发射信号,其采样率为 $f_s = 125$  MHz,  $M = 64$ ,  $M_0 = 20$ ,  $K = 507$ ,  $N = 4$ ,  $P = 1$ ,与主径信号相干的多径分量数为2,四个基站位置向量为 $\mathbf{l}_1 = (-500, -300, 0)$ ,  $\mathbf{l}_2 = (-500, 300, 0)$ ,  $\mathbf{l}_3 = (500, 300, 0)$ ,  $\mathbf{l}_4 = (500, -300, 0)$ ,辐射源的真实位置向量为 $\mathbf{q}_1 = (26.6, 42.1, 0)$ ,位置向量中的参量单位为m,聚焦频点数 $D = 5$ .将本文算法与文献[16]、文献[17]以及文献[18]中的直接定位算法的定位效果进行对比,得到的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)随信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)变化曲线如图2所示,同时文献[21]中提供的克拉美罗下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)被用来进一步评价算法性能.

从图2可以看出,所提方法的RMSE曲线最低,说明了在多径的情况下,所提方法的估计误差比其他三种方法小;而其他三种方法,尤其是基于最大似然的方法,未考虑相干信号作用,且受噪声的影响大,因此产生的误差较大.在相同的条件下,所提方法对于信号相干下的时差直接定位有更好的优势.由于搜索网格宽度的限制,定位误差最终无法趋近于0,而是趋近于最近的网格点的距离.

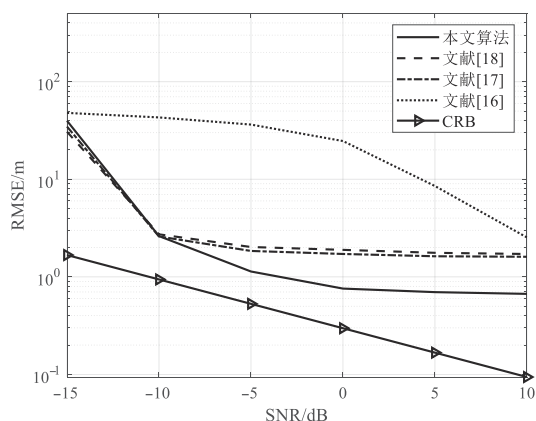


图2 仿真测试的RMSE曲线对比

为了研究选取的聚焦频点数 $D$ 对于定位性能的影响,图3给出了不同聚焦频点数下所提算法的RMSE随SNR变化曲线,其中,两个相干辐射源的位置向量分别为 $\mathbf{q}_1 = (26.6, 42.1, 0)$  m,  $\mathbf{q}_2 = (-37.7, -30.5, 0)$  m,考虑到聚焦频点数量越多则算法复杂度越高,因此将聚焦的频点数设为3、4、5、6.如图3所示,随着聚焦频点的增加,定位性能也逐渐提高.

多频率的聚焦与融合方法在信噪比较高的情况下可以确保协方差矩阵的秩与信源个数一致,为了研究噪声对于所提算法解相干性能的影响,探究其

边界条件,通过仿真讨论了两个相干信号源场景下的 $-15 \sim 15$  dB信噪比范围内对应的聚焦后信号的不同特征值比值如图4所示.当相干源数量为2、基站个数为4时,体现为最大的两个特征值与最小的两个特征值的之间的显著差值,将4个特征值由大到小排序,分别设为最大、次大、次小、最小特征值,如图4所示,由最大、次大分别与次小、最小特征值的比值可以看出,比值曲线在 $-15 \sim -5$  dB范围内都较为平坦且接近于1,当信噪比大于 $-5$  dB时,几条曲线提升的幅度都大大增加,说明信噪比大于 $-5$  dB时,特征值的差距逐渐明显,因此将 $-5$  dB的信噪比设为所提方法解相干的边界条件.

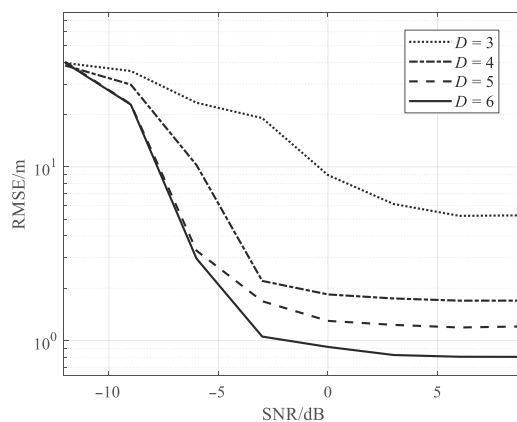


图3 不同聚焦频点数下所提算法的RMSE随SNR变化曲线

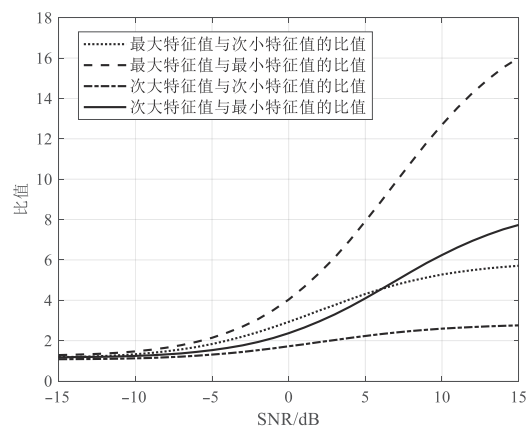


图4 聚焦后信号的不同特征值比值曲线对比

## 4.2 实测数据结果

实测场景由4个校园分布式单天线定位节点和1个信号源组成,由于地面反射的存在,场景内有轻微的多径效应,因此信号源被认为是相干信号源.信号源发射带宽为 $B = 20$  MHz、采样率为 $f_s = 125$  MHz、中心频率

为 $f_c=700$  MHz的16QAM信号. 以节点1为 $x$ - $y$ 平面的坐标原点,以实际海拔高度作为 $z$ 轴坐标,以m为参量单位,4个分布式定位节点位置向量分别为 $I_1=(0, 0, 14.9)$ ,  $I_2=(23.6, -95.4, 30.1)$ ,  $I_3=(-60.1, 32.1, 31.9)$ ,  $I_4=($

$5.4, -188.3, 20.7)$ ,辐射源的真实位置对应的向量是 $q_1=(-94.6, -97.4, 14)$ . 参数设置为: $M=128, K=253, M_0=20, D=4$ ,数据样本个数为25. 实测场景图如图5所示.

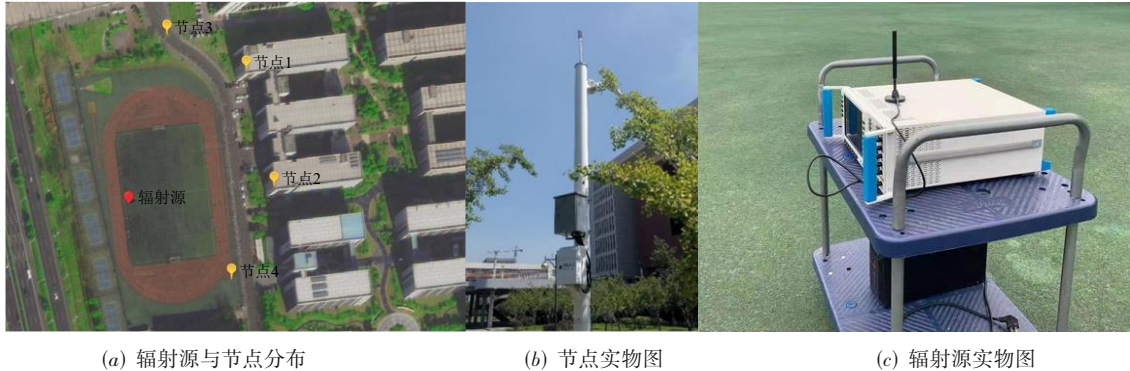


图5 校园实测场景示意图

图5(a)是辐射源与节点分布,图5(b)是节点实物图,图5(c)是辐射源实物图,峰值搜索区域的边长为400 m,单次测试的谱峰图如图6所示. 将本算法与文献[16~18]算法进行对比,其累积密度函数(Cumulative Distribution Function, CDF)曲线如图7所示.

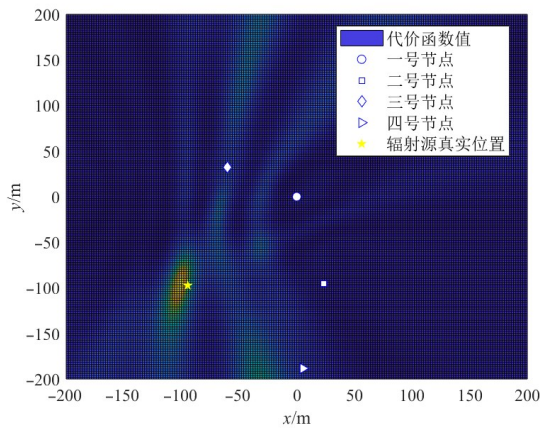


图6 单次测试的谱峰图

从图6可以看出,辐射源估计位置与真实位置很接近,可以验证本方法的有效性. 图7中的横轴表示实测场景中的定位误差,纵轴CDF表示对应横轴上误差的概率,从图7可以看出,本算法的CDF曲线最靠近纵轴,即本算法在该场景下的总体定位误差更小. 实测RMSE对比如表2所示,表2也显示出本算法的平均误差更小,说明所提方法在实测场景中具有更好的定位表现.

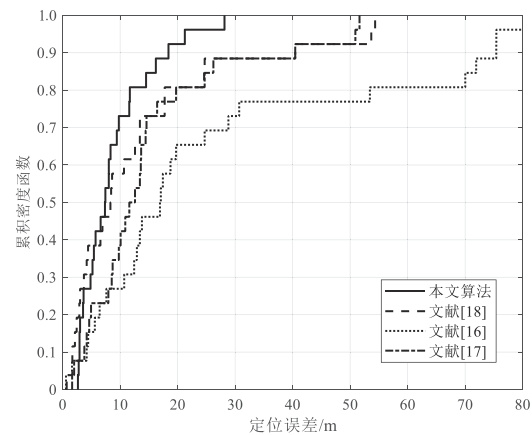


图7 实测数据的CDF曲线对比

表2 不同算法在实测场景的RMSE对比

算法名称	RMSE/m
本文算法	8.828 0
文献[18]	13.426 7
文献[17]	15.424 0
文献[16]	26.726 4

### 5 结论

本文针对分布式传感器场景提出了一种基于多频率聚焦融合的相干信号源时差直接定位方法,旨在实现衰减系数未知情况下的相干宽带辐射源的高精度定位. 所提方法将CSM方法引入基于时差的直接定位,通过频率聚焦的方法解决信号相干的问题. 仿真和实

测结果验证了本方法在实际中的有效性和适用性。

#### 参考文献

- [1] 吴癸周, 张源, 张文俊, 等. 基于互质阵列的运动单站信号直接定位方法[J]. 雷达学报, 2022, 11(4): 692-704.  
WU G Z, ZHANG Y, ZHANG W J, et al. Coprime array based direct position determination of signals with single moving observation[J]. Journal of Radars, 2022, 11(4): 692-704. (in Chinese)
- [2] ZHANG Y D, AMIN M G, HIMED B. Joint DOD/DOA estimation in MIMO radar exploiting time-frequency signal representations[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2012, 2012(1):1-10.
- [3] GE Q C, ZHANG Y S, WANG Y Z. A low complexity algorithm for direction of arrival estimation with direction-dependent mutual coupling[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(1): 90-94.
- [4] HU N, SUN B, ZHANG Y, et al. Underdetermined DOA estimation method for wideband signals using joint non-negative sparse Bayesian learning[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(5): 535-539.
- [5] QIAO T Z, ZHANG Y, LIU H P. Nonlinear expectation maximization estimator for TDOA localization[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2014, 3(6): 637-640.
- [6] HU D X, HUANG Z, LIANG K Q, et al. Coherent TDOA/FDOA estimation method for frequency-hopping signal [C]//2016 8th International Conference on Wireless Communications & Signal Processing (WCSP). Piscataway: IEEE, 2016: 1-5.
- [7] WEN K, SEOW C K, TAN S Y. An indoor localization and tracking system using successive weighted RSS projection[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2020, 19(9): 1620-1624.
- [8] WEISS A J. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(5): 513-516.
- [9] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [10] TIRER T, WEISS A J. High resolution direct position determination of radio frequency sources[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(2): 192-196.
- [11] WEISS A J, AMAR A. Direct geolocation of stationary wideband radio signal based on time delays and Doppler shifts[C]//2009 IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2009: 101-104.
- [12] WEISS A J. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and Doppler[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2513-2521.
- [13] POKRAJAC I P, VUCIC D, OKILJEVIC P. Direct position determination of wideband signals: Coherent and noncoherent approach[C]//2013 11th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS). Piscataway: IEEE, 2014: 77-80.
- [14] WAX M, SHAN T J, KAILATH T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1984, 32(4): 817-827.
- [15] WANG H, KAVEH M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(4): 823-831.
- [16] VANKAYALAPATI N, KAY S, DING Q. TDOA based direct positioning maximum likelihood estimator and the cramer-Rao bound[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(3): 1616-1635.
- [17] HAO K G, WAN Q. An efficiency-improved tdoa-based direct position determination method for multiple sources [C]//ICASSP 2019–2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE, 2019: 4425-4429.
- [18] ZHU K H, JIANG H, YU L J, et al. An improved TDOA-based DPD method via multiple-frequency function fusion[C]//2022 7th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP). Piscataway: IEEE, 2022: 217-221.
- [19] 张小飞, 李建峰, 徐大专. 阵列信号处理及MATLAB实现[M]. 第2版. 北京: 电子工业出版社, 2020: 219-220.  
ZHANG X F, LI J F, XU D Z. Array Signal Processing and MATLAB Implementation[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2020: 219-220. (in Chinese)
- [20] PAL P, VAIDYANATHAN P P. A novel autofocusing approach for estimating directions-of-arrival of wideband signals[C]//2009 Conference Record of the Forty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Piscataway: IEEE, 2010: 1663-1667.
- [21] 欧阳鑫信. 跳频信号时差估计与直接定位方法研究[D].

成都: 电子科技大学, 2017.

OUYANG X X. Reseach on Time Difference of Arrival Estimation and Direct Position Determination for Frequency-Hopping Signals[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2017. (in Chinese)

#### 作者简介



**李建峰** 男, 1988年2月出生于江苏省泰州市. 现任南京航空航天大学电子与信息工程学院副教授. 从事阵列信号处理和辐射源定位方面的研究工作. 中国电子学会会员: E190019894S.  
E-mail: lijianfeng@nuaa.edu.cn



**朱珂慧** 女, 1999年8月出生于江苏省盐城市. 现为南京航空航天大学电子与信息工程学院在读硕士. 主要研究方向为辐射源定位.  
E-mail: zhukehui@nuaa.edu.cn



**江航** 男, 2000年2月出生于黑龙江省齐齐哈尔市. 现为南京航空航天大学电子与信息工程学院在读硕士. 主要研究方向为辐射源定位.  
E-mail: jianghang@nuaa.edu.cn



**张小飞** 男, 1977年1月出生于江苏省淮安市. 现任南京航空航天大学电子与信息工程学院教授、博士生导师. 研究重点是阵列信号处理、通信信号处理.  
E-mail: zhangxiaofei@nuaa.edu.cn



**吴启晖** 男, 1970年12月出生于安徽省黄山市. 现任南京航空航天大学电子与信息工程学院教授. 主要研究方向包括无线通信和统计信号处理领域, 重点是软件无线电、认知无线电和智能无线电的系统设计.  
E-mail: wuqihui@nuaa.edu.cn