

基于解空间降维的大规模约束多目标进化算法

王 朝^{1,2}, 黄慧涛², 张 晶², 邱剑锋^{2,3}

(1. 安徽大学信息材料与智能感知安徽省实验室, 安徽合肥 230601; 2. 安徽大学人工智能学院, 安徽合肥 230601;
3. 安徽大学自主无人系统技术教育部工程研究中心, 安徽合肥 230601)

摘要: 针对大规模约束多目标优化问题呈现的高维度和约束限制的解空间, 提出一种基于自编码器的解空间降维方法, 用以提升进化算法搜索效率. 首先, 设计一种可行性标签配对策略训练自编码器, 通过同时利用解的可行与不可行两类标签信息, 构建包含可行域拓扑信息的降维子空间; 其次, 在降维后的子空间中进行遗传操作, 通过解码器得到重构输出返回原始空间, 快速定位潜在的可行区域; 最后, 设计一种子代自适应生成策略, 通过结合在降维空间和原始空间生成的子代优势, 防止模型坍塌同时提高搜索效率. 在基准测试问题集上与五种先进算法进行对比, 实验结果表明所提方法能获得更快的收敛速度和更好的解集质量.

关键词: 大规模约束多目标优化; 进化算法; 自编码器; 空间降维; 子代生成; 可行性

基金项目: 国家自然科学基金(No.62106002); 安徽省自然科学基金(No.2008085QF308, No.2308085MF201)

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2023)11-3120-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20230548

A Large-Scale Constrained Multi-Objective Optimization Algorithm Based on Solution Space Reduction

WANG Chao^{1,2}, HUANG Hui-tao², ZHANG Jing², QIU Jian-feng^{2,3}

(1. Information Materials and Intelligent Sensing Laboratory of Anhui Province, Anhui University, Hefei, Anhui 230601, China;

2. School of Artificial Intelligence, Anhui University, Hefei, Anhui 230601, China;

3. Engineering Research Center of Autonomous Unmanned System Technology, Ministry of Education, Anhui University, Hefei, Anhui 230601, China)

Abstract: To tackle the challenges posed by high-dimensional and constrained solution spaces in large-scale constrained multi-objective optimization problems, this study employs an autoencoder-based solution space reduction technique to enhance the search efficiency of evolutionary algorithms. Firstly, a feasibility label pairing strategy is designed to train the autoencoder. By incorporating both feasible and infeasible solutions as two distinct classes of samples, a subspace can be constructed that captures the topological information of feasible regions. Also, this subspace can be regarded as the reduced representation of the original solution space. Secondly, the genetic operator is applied within the reduced subspace to produce the offspring, and the reconstructed outputs are subsequently mapped back to the original solution space using the decoder. This process can enable the location of the potential feasible regions. Lastly, an adaptive generation strategy is introduced to combine the advantages of offspring generated within both the reduced subspace and the original space, to prevent the model collapse and enhance the search efficiency. To validate the performance of the proposed algorithm, a comparative analysis is conducted against five state-of-the-art algorithms using publicly available test suites. The experimental results demonstrate that the proposed algorithm exhibits faster convergence speed and produces solutions of superior quality.

Key words: large-scale constrained multi-objective optimization; evolutionary algorithms; auto-encoder; solution space reduction; offspring generation; feasibility

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62106002); Natural Science Foundation of Anhui Province (No.2008085QF308, No.2308085MF201)

1 引言

约束多目标优化问题(Constrained Multi-objective Optimization Problems, CMOPs)是目前智能优化领域的一个研究热点和难点^[1]. 尽管现存算法在处理小规模 CMOPs 方面展现良好性能^[2],但随着决策变量维度增大,其求解能力会因“维数灾难”而急剧恶化^[3]. 这类大规模约束多目标优化问题(Large-Scale CMOPs, LSC-MOPs)给现存算法提出了极大挑战^[4].

目前针对 CMOPs 研究重点在于进化搜索算子^[5]和约束处理技术^[6]. 由于传统算子^[7]设计本质是以提高解的适应度值为目标^[8],其并不能为解的可行性提升提供明确方向,导致算法性能不佳^[9]. 近年来,针对无约束大规模优化问题已设计出多种高效搜索算子^[10],如 Tian 等^[3]提出的竞争粒子群(Competitive Swarm Optimizer, CSO);He 等^[1]提出一种成对子代生成方法. 另外,于等^[11]提出一种自适应两阶段搜索方法;Qiao 等^[4]提出一种基于多任务协同的搜索技术;Fan 等^[12]采用一个新的基于协同进化的约束处理技术. 总体而言,目前针对 LSCMOPs 的研究还处于起步阶段,算法求解性能有待进一步提高.

为此,本文提出一种基于解空间降维的约束多目标进化算法(Constrained Multi-Objective Evolutionary Algorithms based on Solution Space Reduction, CMOEASSR),通过自编码器对高维约束解空间进行降维. 首先,设计一种可行性标签配对策略训练自编码器,使隐藏层学习到具有可行性信息的降维子空间;然后,在降维后的可行性子空间中进行搜索,快速挖掘潜在可行区域;最后,设计一种子代自适应生成策略,提高搜索效率同时降低模型误差.

2 相关背景知识

2.1 问题数学描述

不失一般性,LSCMOP 数学表达式如式(1)所示.

$$\begin{aligned} \min_{x \in \Omega} \quad & \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x}))^T \\ \text{s.t.} \quad & g_j(\mathbf{x}) \geq 0, j = 1, 2, \dots, J; \\ & h_k(\mathbf{x}) = 0, k = 1, 2, \dots, K; \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$ 是决策空间中的一个 D 维决策向量. 针对 LSCMOP, D 一般大于 100, M 为目标数, $g_j(\mathbf{x})$ 和 $h_k(\mathbf{x})$ 分别为 J 个不等式约束和 K 个等式约束. \mathbf{x} 的总约束违反度如式(2)所示.

$$CV(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^J \max\{0, g_j(\mathbf{x})\} + \sum_{k=1}^K |h_k(\mathbf{x})| \quad (2)$$

2.2 自编码器

自编码器(AutoEncoder, AE)主要用于对数据进行降维^[13],其利用输入数据本身作为监督,从而得到重构

输出^[14]. 席等^[15]基于正则化约束改进 AE,将数据的原始特征空间映射到潜在特征空间得到降维表示. 同时 AE 也应用于进化算法,如 Tian 等^[16]利用其得到稀疏降维表示. AE 包括编码器和解码器,编码器将输入样本 x 压缩到低维空间得到低维空间的数据,然后解码器使用低维空间的数据重建原始空间的重构样本 x' ,利用原始的输入样本作为重构样本的标签计算误差,从而学习输入样本的低维表示.

3 基于解空间降维的大规模约束多目标进化算法

3.1 算法总体流程

CMOEASSR 算法流程图如图 1 所示,其核心部分在于子代生成方法. 具体而言,利用 AE 对原始高维约束解空间进行可行性学习,输入数据包括可行解和不可行解,通过训练可行解学习高维约束空间的可行性信息,同时通过训练不可行解到可行解的映射关系,以期在学习到的可行性子空间内进行子代的生成,从而实现更高效的搜索. 同时,在原始的高维约束搜索空间中,采用 CSO^[3]产生子代解,以辅助模型训练.

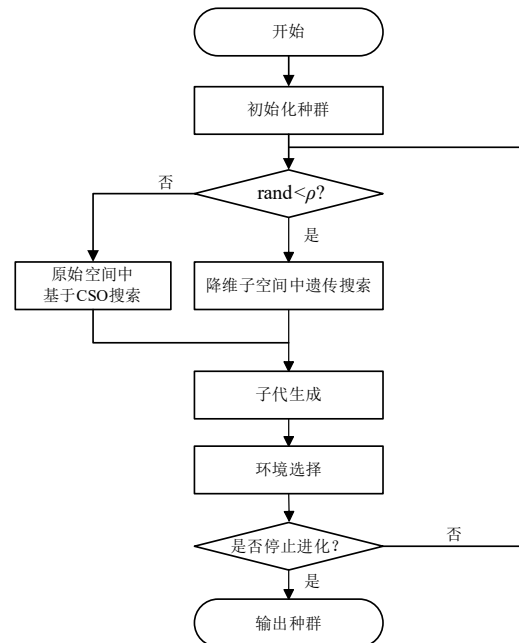


图1 CMOEASSR算法流程图

3.2 可行性标签配对策略

除常规重构训练,自编码器还进行不可行解到可行解学习的映射学习,以期获得包含可行性信息的有效降维子空间. 为此,提出一种可行性标签配对策略,其示意图如图 2 所示. 首先在目标空间生成均匀分布参考向量,每个输入样本基于角度与唯一参考向量相关联,根据不同的参考向量可被划分成多个子解集.

对于每一子解集中的解 x , 若 x 为可行解, 则其重构输出的标签为输入 x 本身, 例如输入 x_2 为可行解, 则其重构输出的标签为 x_2 本身; 若 x 为不可行解, 则其重构输出的标签为与输入 x 位于同一个参考向量上的可行解. 具体来说, 首先计算同一个参考向量上所有解的角度惩罚距离 (Angle-Penalized Distance, APD) 值^[17]和总约束违反度, 根据以下规则选择解: 若存在约束违反度为 0 的解, 则从所有约束违反度为 0 的解中选择 APD 值最小的解; 若所有解的约束违反度都大于 0, 则选择 APD 值最小的解.

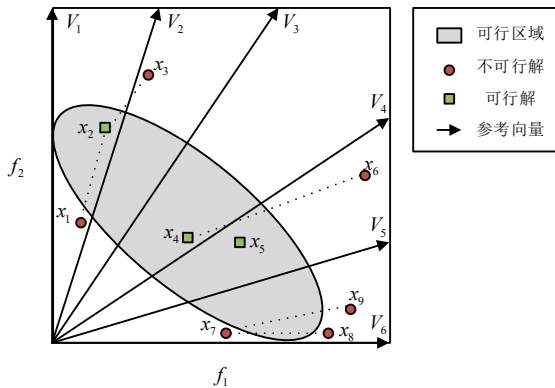


图2 可行性标签配对策略示意图

3.3 基于自编码器的子代生成

AE 具体训练过程示意图如图 3 所示, 其中输入样本包括可行解和不可行解, 两类解通过 AE 的编码器进行降维, 在降维后的子空间中进行子代解的生成, 生成的子代解通过 AE 的解码器得到重构输出, 并使用可行性标签配对策略为重构输出选择一个标签, 最小化均方误差. 通过每次环境选择后保留的精英父代种群去更新 AE 的参数, 随着输入样本质量越来越高, 模型构建子空间的精度也会越来越好. 值得注意的是, 即使子代是在学习到的子空间内生成的, 函数评价仍然在原始空间进行.

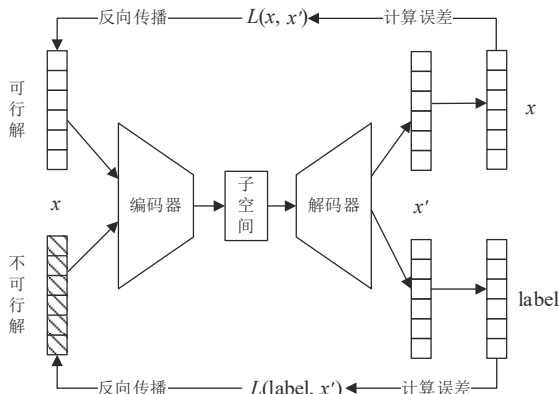


图3 AE 训练过程

在降维后的子空间中, 通过二元锦标赛选择法^[18]选取父代, 然后使用模拟二进制交叉^[19]和多项式变异^[20], 生成两个子代解.

3.4 子代自适应生成策略

在种群进化的每一代, 以一定概率选择两种生成子代方式中的一种, 且其值由参数 ρ 控制. 具体而言, 在种群进化的每一代, 参数 ρ 都通过式 (3) 更新, 式中的 ω_t , FSR_t 和 SR_t 分别如式 (4)~(6) 所示.

$$\rho_{t+1} = \omega_t \cdot FSR_t + (1 - \omega_t) \cdot SR_t \quad (3)$$

$$\omega_t = \frac{1}{1 + e^{\alpha(\frac{t}{T_{max}} - \beta)}} \quad (4)$$

$$FSR_t = \frac{|\{x | CV(x) = 0\}|}{|P|} \quad (5)$$

$$SR_t = \frac{SR_{AE}^t}{SR_{AE}^t + SR_{CSO}^t} \quad (6)$$

其中, 参数 α, β 用于控制形状, 取值分别为 10 和 0.5. FSR_t 表示当前种群的可行率, 由当前种群的可行解数量与种群大小的比值计算得出. SR_t 表示在降维子空间中生成子代解的有效性, 具体来说, 式中 SR_{AE}^t 表示在第 t 代通过训练 AE 得到的降维子空间中进行搜索, 重构输出的子代解成功保留到下一代的数量; SR_{CSO}^t 表示在第 t 代通过 CSO 在原始高维约束空间进行搜索, 生成的子代解成功保留到下一代的数量, 比值 $[SR_{AE}^t / SR_{AE}^t + SR_{CSO}^t]$ 越高, 代表重构输出的子代解存活率越高; 反之亦然, 因此该比值反映了在降维子空间中搜索的有效性.

3.5 CMOEA-SSR 算法时间复杂度分析

所提算法时间复杂度主要在于可行性标签配对、环境选择和子代产生. 可行性标签配对最大复杂度为 $O(MN^2)$, 其中 M 代表目标个数, N 代表种群大小. 环境选择采用 NSGA-II 的选择方法, 其时间复杂度为 $O(MN^2)$. 子代生成有两种方法: 一种是基于 CSO 的方法, 其时间复杂度为 $O(ND)$, 其中 D 为原始决策变量维度; 另一种是基于 AE 模型生成的方法, 首先模型训练时间复杂度为 $O(NHDT)$, H 为 AE 隐藏层大小, T 为训练迭代次数; 其次在降维子空间内进行遗传搜索, 其时间复杂度为 $O(NH)$. 因此, 所提算法每一代时间复杂度为 $\max \{O(MN^2), O(NHDT)\}$.

4 实验与分析

所提算法与目前五种代表性算法 (NSGAII-CDP^[18]、ToP^[24]、IDBEA^[25]、LMOCSO^[3] 和 POCEA^[11]) 进行实验对比. 所有实验均在 PlatEMO^[27] 平台实现.

4.1 测试函数与评价指标

(1) 测试函数: 选择两组大规模约束基准测试问题

进行对比实验,分别是 CLSMOP^[1]和 CF^[26]测试集. CLSMOP包含5个测试问题,由 LIRCMOP^[21]测试集和 LSMOP^[22]测试集构成.

(2)评价指标:采用广泛使用的性能指标 IGD^[23]. 所有算法在每个测试实例上独立运行31次,取平均值和标准差.此外,采用显著性水平为0.05的 Wilcoxon 秩和检验,“+”、“-”和“=”分别表示对比算法性能显著优于、差于和等同于 CMOEA-SSR. 每行中的最佳结果加粗显示.

4.2 实验参数设置

(1)搜索算子: NSGAI-CDP^[18]和 IDBEA^[25]使用遗传算子^[7],其中交叉概率为1,突变概率为1/D. ToP^[24]使用差分算子^[8]产生子代,其交叉概率为1,缩放因子为0.5. AE输入层大小设置与决策变量维数相等,隐藏层大小H为10,训练迭代次数T为10,学习率为0.1, ep-

ochs大小为10.

(2)所有测试问题决策变量维度D为{100, 200, 300}, CF1~7目标维度M为2, CLSMOP1~5和CF7~10目标维度M设置为3. 所有算法的种群大小N为300. 最大函数评价次数为3 000×D.

4.3 实验结果与分析

4.3.1 与先进算法对比实验结果

表1~4分别展示了6种算法在CF测试问题集上获得的结果,“NaN”表示未找到可行解. 可以看出, CMOEA-SSR算法尽管在CF8和CF10上表现不佳,但整体表现最好,尤其是当决策空间维度增大时更明显,说明基于AE的解空间降维技术可以有效处理约束的高维空间,提高了搜索效率. LMOCSO和POCEA算法整体表现与CMOEA-SSR接近,在CF8~10上获得结果最优.

表1 6种算法在决策维度为100的CF测试问题集上获得的IGD平均值与标准差

问题	D	NSGAI-CDP	IDBEA	ToP	LMOCSO	POCEA	CMOEA-SSR
CF1	100	3.321 5E-2(3.51E-3)-	8.261 8E-2(2.68E-2)-	8.762 5E-3(6.88E-3)+	1.820 3E-1(1.08E-1)-	9.140 8E-2(1.41E-2)-	2.981 1E-2(5.32E-3)
CF2	100	1.033 8E-1(1.64E-2)=	1.145 3E-1(1.85E-2)-	1.003 1E-1(1.47E-2)=	9.801 2E-2(1.30E-1)-	2.200 3E-1(1.38E-1)-	9.342 2E-2(2.06E-2)
CF3	100	2.321 8E-1(1.27E-1)=	3.900 5E-1(1.30E-1)-	3.202 8E-1(2.17E-1)=	3.429 0E-1(2.24E-1)=	3.727 0E-1(1.40E-1)-	2.682 3E-1(1.49E-1)
CF4	100	2.814 9E-1(1.46E-1)=	1.129 8E+0(1.17E+0)-	3.969 4E-1(1.37E-1)-	3.683 3E-1(1.06E-1)-	3.350 9E-1(7.02E-2)-	2.792 2E-1(6.63E-2)
CF5	100	4.899 2E-1(1.17E-1)+	1.562 0E+1(7.68E+0)=	1.652 7E+1(6.11E+0)=	4.228 3E-1(9.06E-2)+	3.759 2E-1(2.97E-2)+	1.778 4E+1(3.11E+0)
CF6	100	5.431 6E-1(6.54E-2)-	1.025 7E+0(3.86E-1)-	4.150 4E-1(4.59E-2)-	4.215 0E-1(7.08E-2)-	3.803 6E-1(8.28E-2)-	2.994 4E-1(3.88E-2)
CF7	100	4.034 4E-1(8.67E-2)+	8.229 8E+0(9.85E+0)+	4.359 3E+1(1.09E+1)-	4.253 4E-1(1.09E-1)+	3.578 0E-1(5.05E-2)+	2.599 3E+1(4.65E+0)
CF8	100	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	2.037 8E-1(1.58E-2)+	3.224 4E-1(5.89E-2)-	2.574 4E-1(2.71E-2)
CF9	100	3.852 5E-1(3.63E-1)-	4.867 7E-1(1.49E-1)-	3.048 1E-1(1.27E-1)+	1.251 4E-1(8.47E-3)+	1.989 2E-1(2.86E-2)+	3.261 4E-1(1.28E-1)
CF10	100	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	5.889 3E-1(4.96E-2)+	4.704 5E-1(3.34E-2)+	8.334 4E-1(1.54E-1)
+/-/=		2/5/3	1/8/1	2/5/3	5/4/1	4/6/0	

表2 6种算法在决策维度为200的CF测试问题集上获得的IGD平均值与标准差

问题	D	NSGAI-CDP	IDBEA	ToP	LMOCSO	POCEA	CMOEA-SSR
CF1	200	2.608 5E-2(1.26E-3)-	1.017 0E-1(3.41E-2)-	2.999 5E-2(7.69E-3)-	1.540 6E-1(5.24E-2)-	1.193 2E-1(3.52E-3)-	1.968 1E-2(2.98E-3)
CF2	200	1.170 5E-1(1.09E-2)-	1.579 8E-1(3.32E-2)-	1.376 9E-1(1.52E-2)-	1.409 6E-1(1.36E-1)=	3.282 7E-1(1.52E-1)-	8.707 1E-2(1.14E-2)
CF3	200	4.029 0E-1(1.65E-1)-	5.468 9E-1(2.08E-1)-	3.309 8E-1(1.93E-1)=	7.506 5E-1(2.13E-1)-	4.285 3E-1(1.16E-1)-	2.490 9E-1(8.78E-2)
CF4	200	4.473 0E-1(7.87E-2)-	4.698 7E+0(4.05E+0)-	4.523 4E-1(8.55E-2)-	4.714 6E-1(8.70E-2)-	4.048 4E-1(7.51E-2)-	2.402 8E-1(3.20E-2)
CF5	200	5.930 6E-1(5.07E-2)+	4.957 5E+1(7.98E+0)-	4.141 0E+1(1.24E+1)-	5.660 2E-1(1.41E-1)+	4.474 6E-1(2.92E-2)+	3.125 2E+1(3.97E+0)
CF6	200	6.525 9E-1(3.28E-2)-	3.229 4E+0(6.22E-1)-	5.614 9E-1(2.76E-2)-	5.712 5E-1(4.80E-2)-	6.137 2E-1(4.75E-2)-	3.138 9E-1(3.45E-2)
CF7	200	4.655 6E-1(6.32E-2)+	4.699 1E+1(1.67E+1)=	1.026 3E+2(1.09E+1)-	9.482 1E-1(7.01E-1)+	4.065 8E-1(8.88E-2)+	5.409 1E+1(5.68E+0)
CF8	200	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	2.527 1E-1(2.69E-2)+	3.580 9E-1(3.87E-2)-	2.985 2E-1(1.81E-2)
CF9	200	1.702 6E-1(5.65E-2)+	7.284 1E-1(9.83E-2)-	3.201 5E-1(7.24E-3)-	1.917 8E-1(1.97E-2)+	2.029 5E-1(1.88E-2)+	3.051 0E-1(6.00E-2)
CF10	200	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	7.635 1E-1(4.28E-2)+	NaN(NaN)	1.052 9E+0(1.54E-1)
+/-/=		3/7/0	0/9/1	0/9/1	5/4/1	3/7/0	

从 Wilcoxon 秩和检验统计结果可以看出,在40个CF测试问题集中,CMOEA-SSR显著优于IDBEA 34次、ToP 30次、POCEA 23次、NSGAI-CDP 23次、LMOCSO 17次. 以上数据表明本文算法相比于其他对比算法能获得更好的解集质量.

为观察所提算法在变量维度增加时性能变化,给

出6种算法在不同决策维度的CLSMOP测试问题集上获得的结果,如表5所示. 从表5中可以看出,CMOEA-SSR获得6个最优结果,整体上取得了最好结果. ToP未能在CLSMOP1~5上获得任何最优结果,POCEA和NSGAI-CDP仅获得1个最优结果. 相比之下, LMOCSO和IDBEA能获得与CMOEA-SSR相似的结果

表 3 6 种算法在决策维度为 300 的 CF 测试问题集上获得的 IGD 平均值与标准差

问题	D	NSGAI-CDP	IDBEA	ToP	LMOCSO	POCEA	CMOEA-SSR
CF1	300	2.2774E-2(2.44E-3)-	1.0153E-1(6.65E-3)-	6.8824E-2(1.23E-2)-	1.3297E-1(8.72E-2)-	1.3039E-1(3.14E-3)-	1.9967E-2(1.75E-3)
CF2	300	1.1599E-1(1.22E-2)-	1.5961E-1(6.34E-2)-	1.3813E-1(2.96E-2)-	1.7929E-1(1.65E-1)=	3.1456E-1(1.41E-1)-	9.1442E-2(1.08E-2)
CF3	300	3.5960E-1(5.33E-2)-	4.7572E-1(2.99E-1)-	3.9652E-1(2.69E-1)-	7.5979E-1(1.92E-1)-	4.5147E-1(1.17E-1)-	2.1230E-1(8.13E-2)
CF4	300	3.6649E-1(1.06E-1)-	4.7501E+0(4.14E+0)-	3.6577E-1(1.13E-1)-	5.4977E-1(3.52E-2)-	3.7159E-1(5.09E-2)-	2.4546E-1(3.13E-2)
CF5	300	5.8358E-1(5.53E-2)+	5.9540E+1(2.47E+1)-	6.1686E+1(1.70E+1)-	1.3902E+0(1.04E+0)+	4.5423E-1(3.19E-2)+	4.5764E+1(3.99E+0)
CF6	300	6.0455E-1(8.28E-2)-	5.0024E+0(2.48E+0)-	5.7744E-1(5.52E-2)-	6.4052E-1(4.32E-2)-	6.7465E-1(3.61E-2)-	3.1520E-1(2.59E-2)
CF7	300	4.6605E-1(8.87E-2)+	8.4774E+1(2.08E+1)=	1.5821E+2(2.14E+1)-	NaN(NaN)	4.2383E-1(7.75E-2)+	8.9066E+1(5.16E+0)
CF8	300	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	3.0989E-1(2.05E-2)+	3.4929E-1(4.13E-2)=	3.3633E-1(2.35E-2)
CF9	300	2.1300E-1(1.55E-1)+	7.5427E-1(1.58E-1)-	3.3100E-1(6.71E-2)-	2.2331E-1(1.63E-2)+	1.9695E-1(1.38E-2)+	3.2079E-1(4.22E-2)
CF10	300	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	1.1396E+0(1.39E-1)
+/-/=		3/7/0	0/9/1	0/10/0	3/6/1	3/6/1	

表 4 6 种算法在决策维度为 500 的 CF 测试问题集上获得的 IGD 平均值与标准差

问题	D	NSGAI-CDP	IDBEA	ToP	LMOCSO	POCEA	CMOEA-SSR
CF1	500	2.3195E-2(4.12E-3)=	1.2300E-1(7.42E-3)-	1.0579E-1(5.90E-3)-	5.3285E-2(3.70E-2)-	1.3544E-1(4.06E-3)-	2.2740E-2(3.68E-3)
CF2	500	1.0526E-1(1.50E-2)=	1.8204E-1(6.11E-2)+	1.8512E-1(5.08E-2)+	1.0835E-1(1.12E-1)+	2.2046E-1(1.37E-1)-	1.8962E-1(1.62E-1)
CF3	500	2.9981E-1(1.02E-1)=	6.2284E-1(4.11E-1)-	2.5721E-1(2.33E-1)+	3.9694E-1(2.67E-1)=	2.7432E-1(1.46E-1)=	2.9628E-1(1.12E-1)
CF4	500	4.0300E-1(9.82E-2)-	1.3162E+1(1.15E+1)-	3.7895E-1(9.12E-2)-	3.3761E-1(1.34E-2)-	3.4355E-1(5.78E-2)-	2.8303E-1(4.50E-2)
CF5	500	5.3086E-1(8.41E-2)+	1.4001E+2(4.04E+1)-	8.2494E+1(2.58E+1)=	6.1099E+0(5.07E+0)+	4.2389E-1(4.72E-2)+	8.1217E+1(8.96E+0)
CF6	500	6.3620E-1(8.05E-2)-	1.1715E+1(4.69E+0)-	6.5126E-1(4.50E-2)-	5.9693E-1(9.17E-2)-	6.7723E-1(9.12E-2)-	4.1244E-1(1.29E-1)
CF7	500	3.6730E-1(7.97E-2)+	1.1354E+2(8.22E+1)+	2.7717E+2(2.12E+1)-	7.7638E+0(4.84E+0)+	3.6020E-1(3.43E-2)+	1.7207E+2(2.20E+1)
CF8	500	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	3.4121E-1(2.27E-2)+	3.0122E-1(3.16E-2)=	3.6258E-1(1.04E-2)
CF9	500	2.0902E-1(9.47E-2)+	1.0380E+0(2.62E-1)-	2.8974E-1(3.25E-2)+	2.3212E-1(1.95E-2)+	1.8401E-1(1.84E-2)+	3.4968E-1(2.67E-2)
CF10	500	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	7.9964E-1(7.19E-2)+	7.0827E-1(1.60E-1)+	1.4285E+0(1.40E-1)
+/-/=		3/4/3	2/8/0	3/6/1	6/3/1	4/4/2	

表 5 6 种算法在不同决策维度的 CLSMOP 测试问题集上获得的 IGD 平均值与标准差

问题	D	NSGAI-CDP	IDBEA	ToP	LMOCSO	POCEA	CMOEA-SSR
CLSMOP1	100	8.2336E-1(1.47E-2)-	8.3238E-1(1.67E-2)-	8.2261E-1(5.79E-2)=	1.7953E+0(1.05E+0)-	1.4079E+0(1.85E+0)=	8.0194E-1(3.42E-2)
	200	8.4106E-1(1.82E-2)-	8.5111E-1(3.87E-3)-	2.5540E+0(1.30E+0)-	4.2209E+0(2.08E+0)-	4.6503E+0(3.74E+0)-	7.9149E-1(2.06E-2)
	300	8.6849E-1(1.76E-2)-	8.4968E-1(2.24E-3)-	4.2048E+0(1.34E+0)-	5.6021E+0(1.93E+0)-	6.3331E+0(3.37E+0)-	8.1438E-1(3.12E-2)
	500	1.4864E+0(1.76E+0)+	8.4861E-1(9.55E-3)+	6.3016E+0(1.29E+0)-	5.9558E+0(1.62E+0)-	7.8380E+0(2.55E+0)-	2.8860E+0(1.59E+0)
CLSMOP2	100	2.0433E-1(1.12E-3)-	1.9990E-1(5.36E-4)+	2.0306E-1(7.18E-4)-	1.9544E-1(3.46E-4)+	1.9895E-1(3.22E-4)+	2.0165E-1(3.44E-4)
	200	1.1632E-1(1.05E-3)-	1.1144E-1(2.44E-4)+	1.1440E-1(6.41E-4)-	1.0922E-1(5.75E-5)+	1.0986E-1(8.42E-5)+	1.1325E-1(2.89E-4)
	300	8.7002E-2(1.27E-3)-	8.1308E-2(1.66E-4)+	8.5135E-2(6.25E-4)-	7.9250E-2(3.17E-5)+	7.9625E-2(2.75E-5)+	8.3713E-2(2.99E-4)
	500	6.1924E-2(1.05E-3)-	5.4841E-2(1.86E-4)+	6.0532E-2(6.41E-4)-	5.3563E-2(2.20E-5)+	5.3811E-2(1.22E-5)+	5.9383E-2(5.38E-4)
CLSMOP3	100	8.6626E-1(3.00E-2)-	8.6098E-1(1.46E-3)-	2.6848E+0(4.68E+0)-	1.7186E+0(2.27E+0)-	8.5544E-1(5.84E-3)-	8.0231E-1(4.38E-2)
	200	1.5120E+0(5.23E-1)-	8.6288E-1(9.33E-3)-	7.3695E+0(4.68E+0)-	3.7017E+0(4.38E+0)-	8.5461E-1(1.56E-2)=	8.2564E-1(4.42E-2)
	300	2.3825E+0(9.54E-1)-	5.1848E+0(2.42E+1)-	7.5885E+0(3.72E+0)-	3.8155E+0(2.89E+0)-	8.5330E-1(1.12E-2)=	8.2004E-1(4.48E-2)
	500	1.7911E+0(1.88E+0)+	8.4871E-1(3.86E-2)+	8.9926E+0(3.28E+0)-	5.5460E+0(3.60E+0)=	8.4218E-1(2.14E-2)+	3.9324E+0(1.87E+0)
CLSMOP4	100	5.4218E-1(1.85E-3)+	5.4062E-1(9.08E-4)+	6.1217E-1(1.22E-2)-	5.7168E-1(7.66E-3)=	6.0266E-1(1.59E-2)-	5.7048E-1(2.11E-2)
	200	3.9776E-1(8.86E-4)+	4.0117E-1(8.15E-3)+	4.0685E-1(3.64E-3)-	3.7456E-1(5.74E-3)+	4.0906E-1(4.00E-3)-	4.0191E-1(3.18E-3)
	300	3.1787E-1(8.22E-4)-	3.1730E-1(1.23E-3)-	3.1850E-1(1.44E-3)-	2.8917E-1(1.90E-3)+	3.1684E-1(3.86E-3)=	3.1614E-1(8.68E-4)
	500	2.1841E-1(1.16E-3)-	2.1205E-1(2.17E-4)+	2.1660E-1(1.20E-3)-	1.9056E-1(4.20E-3)+	2.0991E-1(5.41E-3)+	2.1480E-1(7.84E-4)
CLSMOP5	100	5.4134E-1(2.29E-3)+	5.4441E-1(1.31E-2)+	4.3219E+0(2.26E+0)-	1.3097E+1(2.26E+0)-	9.4535E+0(4.09E+0)-	7.6994E-1(6.89E-2)
	200	5.6730E-1(6.98E-2)+	5.4957E-1(3.65E-2)+	7.9495E+0(2.40E+0)-	1.5370E+1(1.87E+0)-	1.1696E+1(4.18E+0)-	4.9493E+0(2.46E+0)
	300	7.2949E-1(1.70E-1)+	5.9484E-1(1.02E-1)+	9.1812E+0(2.12E+0)-	1.6061E+1(3.07E+0)-	1.3590E+1(2.75E+0)-	5.8807E+0(2.84E+0)
	500	9.2715E-1(5.00E-1)+	7.4667E-1(3.45E-1)+	6.7779E+0(1.92E+0)=	1.6355E+1(2.49E+0)-	1.3642E+1(2.38E+0)-	8.0126E+0(4.60E+0)
+/-/=		8/12/0	13/7/0	0/18/2	7/11/2	6/10/4	

果. 值得注意的是, CMOEA-SSR 在 CLMOP2、CLMOP4 和 CLMOP5 上的表现不太突出, 可能原因是其决策变量具有多模态特性, 在降维时存在较大误差. 但在 CLMOP1 和 CLMOP3 上, CMOEA-SSR 都是最优的, 说

明该算法有效训练 AE 并成功学习到可行性降维子空间, 从而能在低维空间进行有效搜索. 因此, 在处理大规模约束优化问题上, CMOEA-SSR 表现出一定竞争力.

为观察所提算法在种群大小增加时性能变化,给出 5 种不同种群大小的 CLSMOP 测试问题集上获得的结果,如表 6 所示. 从表 6 中可以看出,种群大小超过

300 以后,算法性能提升较小,但在种群规模少于 300 情况下 CMOEA-SSR 的性能随着种群规模的提升有明显的进一步提升.

表 6 不同种群规模下所提算法在 CLSMOP 测试问题集上获得的 IGD 平均值与标准差

问题	D	$N=100$	$N=200$	$N=300$	$N=400$	$N=500$
CLSMOP1	300	3.389 8E+0 (1.68E+0)	2.010 7E+0 (1.34E+0)	8.131 8E-1(3.10E-2)	1.714 2E+0 (1.12E+0)	1.722 3E+0 (1.20E+0)
CLSMOP2	300	1.019 8E-1(3.24E-3)	8.865 8E-2(9.18E-4)	8.370 0E-2(2.96E-4)	8.219 3E-2(3.39E-4)	8.063 6E-2(3.67E-4)
CLSMOP3	300	3.357 3E+0 (2.68E+0)	2.648 4E+0 (2.35E+0)	8.186 5E-1(4.49E-2)	3.124 3E+0 (1.73E+0)	2.632 5E+0 (2.36E+0)
CLSMOP4	300	3.304 0E-1(4.99E-3)	3.215 2E-1(2.34E-3)	3.160 9E-1(8.44E-4)	3.160 9E-1(1.38E-3)	3.146 5E-1(1.28E-3)
CLSMOP5	300	4.886 7E+0 (2.88E+0)	7.294 8E+0 (3.99E+0)	5.739 0E+0 (2.78E+0)	9.721 0E+0 (6.36E+0)	1.110 8E+1 (4.95E+0)

此外,6种算法在 CF4 和 CLSMOP1 上的平均 IGD 收敛曲线图如图 4 所示. 可以看出,随着决策空间维度增加,对比算法与 CMOEA-SSR 的差距也逐渐变大. 由于 CMOEA-SSR 采用的基于 AE 的降维策略可以在约束高维解空间进行高效搜索. 因此其收敛速度最快,并在最终收敛的结果值上能达到最优.

4.3.2 消融实验

为验证所提降维方法有效性,进行消融实验,其中

变体 1 不使用 3.2 节提出的可行性标签配对策略,而是同可行解输入一致使用其本身作为标签,其用于验证所提可行性标签配对策略的有效性;变体 2 固定参数 ρ 为 0.5,用于验证子代自适应生成策略的有效性;变体 3 只采用模型生成子代,用于验证只使用降维子空间进行优化的局限性 CMOEA-SSR 及其变体在 CLSMOP1~5 上的 IGD 结果如表 7 所示. 可以发现,CMOEA-SSR 在统计结果上与变体 1 显著更优,验证了可行性标签配对策略的有效

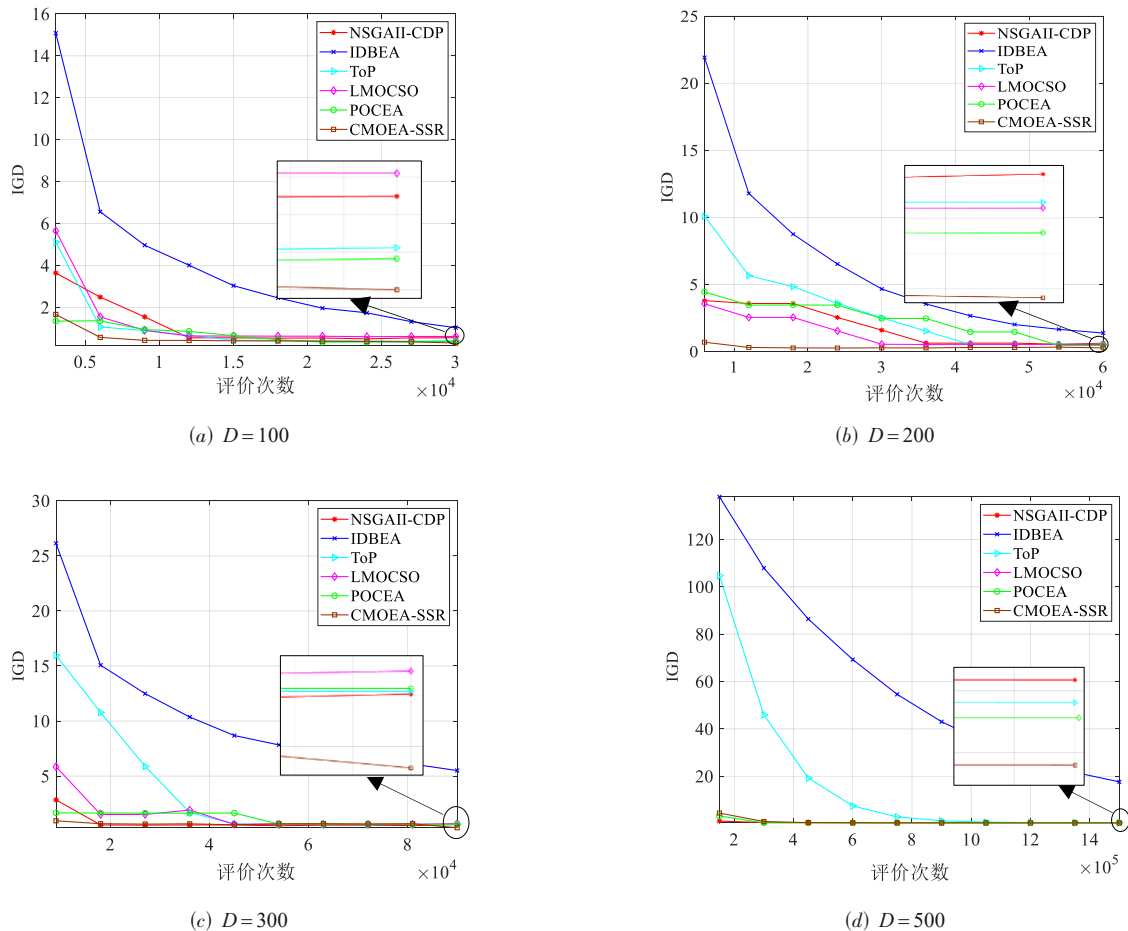


图 4 6种算法在不同决策维度的 CF4 测试问题上获得 IGD 收敛曲线图

性. 此外,CMOEA-SSR 在统计结果上与变体 2 相比明显更好,验证了子代自适应生成策略的有效性. 从变体 3 与 CMOEA-SSR 的对比结果中可以看出,变体 3 只在降维空间优化的结果明显劣于 CMOEA-SSR,其中变体 3 能

在可行区域不是很复杂的 CLSMOP2 和 CLSMOP4 上获得与 CMOEA-SSR 相近结果,但在含复杂可行区域的 CLSMOP1、CLSMOP3 和 CLSMOP5 上,模型降维存在较大信息丢失,算法陷入局部最优,导致结果较差.

表 7 CMOEA-SSR 与其三个变体在决策维度为 100 的 CLSMOP 测试问题上获得的 IGD 平均值与标准差

问题	D	变体 1	变体 2	变体 3	CMOEA-SSR
CLSMOP1	100	8.018 9E-1 (3.26E-2) =	8.317 8E-1 (1.72E-2) -	7.875 4E+0 (1.03E+0) -	8.019 4E-1 (3.42E-2)
CLSMOP2	100	2.022 5E-1 (8.00E-4) -	2.030 4E-1 (9.24E-4) -	2.106 5E-1 (1.90E-3) -	2.016 5E-1 (3.44E-4)
CLSMOP3	100	1.088 8E+0 (6.07E-1) -	9.856 6E-1 (2.53E-1) -	1.208 1E+2 (8.70E+1) -	8.023 1E-1 (4.38E-2)
CLSMOP4	100	5.903 9E-1 (2.69E-2) -	5.958 0E-1 (2.57E-2) -	5.948 0E-1 (1.12E-2) -	5.704 8E-1 (2.11E-2)
CLSMOP5	100	5.065 5E+0 (4.74E+0) -	8.352 5E+0 (4.60E+0) -	1.426 1E+1 (1.29E+0) -	7.699 4E-1 (6.89E-2)
+/-/=		0/4/1	0/5/0	0/5/0	

5 结论

本文提出的一种基于解空间降维的大规模约束多目标进化算法在收敛速度和解集质量等方面较大部分现有方法更优,特别是在相对较大规模问题上的求解性能具有明显优势. 接下来拟研究更加适合于大规模约束优化的可行区域拓扑学习模型,用于高质量子代生成;同时,拟开发一套更加符合实际工程优化的大规模约束多目标优化测试集.

参考文献

- [1] HE C, CHENG R, TIAN Y, et al. Paired offspring generation for constrained large-scale multiobjective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2021, 25(3): 448-462.
- [2] FAN Z, LI W J, CAI X Y, et al. Difficulty adjustable and scalable constrained multiobjective test problem toolkit[J]. Evolutionary Computation, 2020, 28(3): 339-378.
- [3] TIAN Y, ZHENG X T, ZHANG X Y, et al. Efficient large-scale multiobjective optimization based on a competitive swarm optimizer[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(8): 3696-3708.
- [4] LIANG J, BAN X X, YU K J, et al. A survey on evolutionary constrained multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2022, 27(2): 201-221.
- [5] 张磊, 毕晓君, 王艳娇. 基于重新匹配策略的 ϵ 约束多目标分解优化算法[J]. 电子学报, 2018, 46(5): 1032-1040. ZHANG L, BI X J, WANG Y J. The ϵ constrained multi-objective decomposition optimization algorithm based on re-matching strategy[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(5): 1032-1040. (in Chinese)
- [6] 李智勇, 黄滔, 陈少森, 等. 约束优化进化算法综述[J]. 软件学报, 2017, 28(6): 1529-1546. LI Z Y, HUANG T, CHEN S M, et al. Overview of con-

- strained optimization evolutionary algorithms[J]. Journal of Software, 2017, 28(6): 1529-1546. (in Chinese)
- [7] SAMPSON J R. Adaptation in natural and artificial systems[J]. SIAM Review, 1976, 18(3): 529-530.
- [8] HAMZA N M, ESSAM D L, SARKER R A. Constraint consensus mutation-based differential evolution for constrained optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(3): 447-459.
- [9] 梁昔明, 龙文, 秦浩宇, 等. 基于种群个体可行性的约束优化进化算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 1129-1132, 1138. LIANG X M, LONG W, QIN H Y, et al. Constrained optimization evolutionary algorithm based on individual feasibility of population[J]. Control and Decision, 2010, 25(8): 1129-1132, 1138. (in Chinese)
- [10] 梁静, 刘睿, 于坤杰, 等. 求解大规模问题协同进化动态粒子群优化算法[J]. 软件学报, 2018, 29(9): 2595-2605. LIANG J, LIU R, YU K J, et al. Dynamic multi-swarm particle swarm optimization with cooperative coevolution for large scale global optimization[J]. Journal of Software, 2018, 29(9): 2595-2605. (in Chinese)
- [11] 于坤杰, 杨振宇, 乔康加, 等. 自适应两阶段大规模约束多目标进化算法[J]. 郑州大学学报(工学版), 2023, 44(5): 1-9. YU K J, YANG Z Y, QIAO K J, et al. Adaptive two-stage large-scale constrained multi-objective evolutionary algorithm[J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2023, 44(5): 1-9. (in Chinese)
- [12] FAN C D, WANG J W, YANG L T, et al. Efficient constrained large-scale multi-objective optimization based on reference vector-guided evolutionary algorithm[J]. Applied Intelligence, 2023, 53(18): 21027-21049.
- [13] ZHAI J H, ZHANG S F, CHEN J F, et al. Autoencoder and its various variants[C]//2018 IEEE International Con-

- ference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC). Piscataway: IEEE, 2019: 415-419.
- [14] FENG L, ZHOU L, ZHONG J H, et al. Evolutionary multitasking via explicit autoencoding[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(9): 3457-3470.
- [15] 席亮, 刘涵, 樊好义, 等. 基于深度对抗学习潜在分布的异常检测模型[J]. 电子学报, 2021, 49(7): 1257-1265. XI L, LIU H, FAN H Y, et al. Deep adversarial learning latent representation distribution model for anomaly detection[J]. Acta Electronica Sinica, 2021, 49(7): 1257-1265. (in Chinese)
- [16] TIAN Y, LU C, ZHANG X Y, et al. Solving large-scale multiobjective optimization problems with sparse optimal solutions via unsupervised neural networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(6): 3115-3128.
- [17] CHENG R, JIN Y C, OLHOFFER M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(5): 773-791.
- [18] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [19] DEB K, AGRAWAL R B. Simulated binary crossover for continuous search space[J]. Complex Systems, 1994, 9: 1-34.
- [20] DEB K, GOYAL M. A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design[J]. Computer Science and Informatics, 1996, 26(4): 30-45.
- [21] FAN Z, LI W J, CAI X Y, et al. An improved epsilon constraint-handling method in MOEA/D for CMOPs with large infeasible regions[J]. Soft Computing, 2019, 23: 12491-12510.
- [22] CHENG R, JIN Y C, OLHOFFER M, et al. Test problems for large-scale multiobjective and many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(12): 4108-4121.
- [23] BOSMAN P A N, THIENS D. The balance between proximity and diversity in multiobjective evolutionary algorithms[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 174-188.
- [24] LIU Z Z, WANG Y. Handling constrained multiobjective optimization problems with constraints in both the decision and objective spaces[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(5): 870-884.
- [25] ASAFUDDOULA M, RAY T, SARKER R. A decomposition-based evolutionary algorithm for many objective

optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(3): 445-460.

- [26] LI H, ZHANG Q F. Multiobjective optimization problems with complicated pareto sets, MOEA/D and NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(2): 284-302.
- [27] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X Y, et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization[educational forum][J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73-87.

作者简介



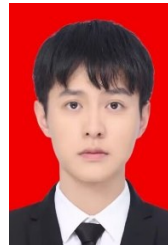
王 朝 男, 1989年12月出生于湖北省仙桃市. 现为安徽大学人工智能学院副教授, 硕士生导师. 主要研究方向为计算智能方法及其应用.

E-mail: wangchao8@ahu.edu.cn



黄慧涛 女, 1998年7月出生于安徽省亳州市. 安徽大学硕士研究生. 主要研究方向为进化多目标优化.

E-mail: 1924944350@qq.com



张 晶 男, 2000年6月出生于安徽省池州市. 安徽大学硕士研究生. 主要研究方向为进化多目标优化.

E-mail: 1164624870@qq.com



邱剑锋(通讯作者) 男, 1979年2月出生于安徽省合肥市. 现为安徽大学人工智能学院副教授, 硕士生导师. 主要研究方向为机器学习及进化多目标优化.

E-mail: qiujianf@ahu.edu.cn