

新的犹豫模糊集相关系数 及多属性决策应用

徐俊艳¹, 孙贵东², 赵 静²

(1. 山东工商学院管理科学与工程学院, 山东烟台 264005; 2. 海军航空大学, 山东烟台 264001)

摘 要: 为解决犹豫模糊集相关系数违背统计学和随机过程直觉的问题, 分析了现有相关系数的局限性, 基于更严谨的数学相关系数定义模式, 通过定义犹豫模糊集的方差和协方差提出新的犹豫模糊集相关系数计算方法. 并考虑犹豫模糊属性权重的影响将其拓展为加权相关系数, 最后将所提出的方法应用到多传感器多属性决策问题中. 仿真试验验证了新的犹豫模糊集相关系数决策的有效性, 并对比分析了相关系数计算性能和属性权重对决策结果的影响.

关键词: 相关系数; 犹豫模糊集; 多属性决策; 权重

中图分类号: TN95 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)06-1327-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.06.008

Novel Correlation Coefficients Between Hesitant Fuzzy Sets and Their Applications in Multi-attribute Decision Making

XU Jun-yan¹, SUN Gui-dong², ZHAO Jing²

(1. School of Management Science and Engineering, Shandong Institute of Business and Technology, Yantai Shandong 264001, China

2. Naval Aviation University, Yantai Shandong 264001, China

Abstract: In order to solve the problem that the traditional correlation coefficients between hesitant fuzzy sets are not conform to the statistics and the random process intuition, considering the more precise definition of correlation coefficient in mathematics we point out the drawbacks of the existing correlation coefficients and propose two correlation coefficient methods between hesitant fuzzy sets based on the variance and covariance of them. Meanwhile taking the attribute weight into account, we further extend the correlation coefficients into the weight correlation coefficients and apply them in multi-sensor decision-making problem. The validity of the proposed correlation coefficients to the decision making is illustrated in the simulation example and the capability of the two correlation coefficients as well as the influence of the attribute weight are also compared.

Key words: correlation coefficients; hesitant fuzzy sets (HFS); multi-attribute decision making; weight

1 引言

相关分析主要衡量的是两个变量之间的线性接近程度, 作为数据分析的一种常用手段广泛应用于模式识别, 属性决策、故障诊断、聚类分析和机器学习等领域^[1]. 相关系数与距离和相似度一样都是模糊度的重要方法, 相关系数指的是: 变量之间线性变化的度量方法, 而距离和相似度度量指的是: 变量之间接近程度的度量方法, 两种度量手段的角度不同, 并且不可相互

转化, 因此对于犹豫模糊集相关性的分析十分必要. 现有的多传感器电子侦察多属性决策问题往往要处理多源异类数据, 造成了决策的不确定性, 而模糊集理论由于其处理不确定性的优越性, 得到了广泛应用, 所以相关分析也拓展到了模糊领域. 为解决属性决策的不确定性问题, 本文提出一种新的犹豫模糊集相关系数, 并应用于电子侦察模糊多属性决策问题中.

自 Zadeh^[2] 提出模糊集的概念来, 经过半个多世纪的发展, 相继产生了区间模糊集, 二型模糊集, 模糊多重

收稿日期: 2017-05-04; 修回日期: 2017-08-14; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国防科技卓越青年人才基金; 国家自然科学基金重大研究计划 (No. 91538201); 国家自然科学基金面上项目 (No. 61671463, No. 61571454); 泰山学者工程专项经费 (No. ts201712072); 山东省自然科学基金 (No. ZR2017BG014)

集,直觉模糊集等多种样式的模糊集,文献[3],文献[4]和文献[5~7]分别研究了区间模糊集,二型模糊集和直觉模糊集拓扑关系及检测、跟踪、模糊推理应用算法等.2010年Torra^[8,9]等提出了犹豫模糊集的概念,犹豫模糊集的产生是因为其隶属度是在 $[0,1]$ 一些可能值之间犹豫不定,而不是像直觉模糊集那样由于存在误差幅度的不确定性.因此它更能符合不确定决策时决策者的决策犹豫不定,得到了学者的广泛关注,在距离、相似度度量,相关系数,集成算子等方面取得了一系列研究成果.相关系数已在多个领域应用,作为犹豫模糊集的一个重要研究方向,目前也有许多进展.Xu^[10]等首先定义了犹豫模糊信息之间的相关系数度量,并基于现有模糊集的度量方法提出了5种HFE(Hesitant Fuzzy Element)相关系数计算公式,并应用于医疗诊断领域.在此基础上Chen^[11]等将相关分析拓展到犹豫模糊集上,提出了一种HFEs(Hesitant Fuzzy Elements)相关系数,并应用于解决聚类问题.而Meng^[12]等则考虑犹豫模糊集内部隶属度之间的相关关系,结合Shapley function提出一种新的HFEs关联系数,并在聚类和属性决策问题中得到了应用,之后Meng^[13]等又将此相关系数拓展到IVHFEs(Interval-valued Hesitant Fuzzy Elements)上,并应用于模式识别和多属性决策问题中.之后Liao^[14]等指出了现有的相关系数的不足,利用相关系数的上下界描述相关系数的犹豫度,克服了HFEs必须数量相等求相关系数的问题,提出了新的相关系数,并应用于解决医疗诊断、聚类分析问题.Mohammad^[15]等则基于HFEs相关系数进行特征提取,取得了很好的效果.Sun^[16]等研究了HFEs的灰色相关系数,并应用于模式识别领域.最近Wang^[17]、Ye^[18]、Tyagi^[19]和Farhadinia^[20]等分别将相关系数拓展到二重犹豫模糊集和区间二重犹豫模糊集领域,并在聚类分析、多属性决策、水质评估和医疗诊断等领域得到了应用.Liao^[21]等也拓展了犹豫语义标签集的相关系数,基于HFEs相关系数定义了3种犹豫语义标签集的相关系数,并解决中医诊断问题.

尽管上述文献提出了几种HFEs相关系数,也在多个领域得到了应用,但是这些相关系数都存在不足,Xu^[10]等虽然给出了5种定义方法,但是这5种方法仅限于计算HFE的相关系数,Chen^[11]等的定义尽管可以计算HFEs的相关系数,但是其定义不符合统计学直觉,而且其在相关的定义上也值得商榷.在统计学和随机过程中相关系数是描述变量之间线性变化的重要度量方法,相关系数有正有负,分别表示正相关和负相关,取值在 $[-1,1]$ 之间,Chen^[11]等定义的相关系数只为正相关忽略了负相关,因而不符合数学上相关系数的严格定义的直觉性——既有正相关也有负相关.

Meng^[12,13]等的定义则同样存在不符合统计学直觉的问题,虽然Liao^[14]等的定义符合统计学直觉,也不用考虑犹豫模糊集个数问题,但是这种定义实际上是一种局部的均值相关系数,在实际应用中误差较大.

为此,本文试图提出新的犹豫模糊集相关系数,分析并改进现有相关系数的不足,在不考虑犹豫模糊集中隶属度个数不相等的条件下,基于统计学和随机过程的直觉分析,定义两种犹豫模糊集相关系数计算方法,并考虑实际问题中属性权重的影响将其拓展为加权相关系数.最后将所提出的新的犹豫模糊集相关系数应用到电子侦察多属性决策问题中.

2 现有犹豫模糊集相关分析

本节首先简要概述犹豫模糊集的概念,之后重点分析现有相关系数的不足,主要以Xu^[10]和Chen^[11]等的定义为主,并在后续的仿真分析中进行对比.

2.1 犹豫模糊集概述^[8,9]

设论域 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,则 X 上的犹豫模糊集(HFS)被定义为

$$M = \{ \langle x, h_M(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (1)$$

其中 $h_M(x)$ 为一组 $[0,1]$ 区间内的不同取值,表示集合 X 中元素 x 对 M 的隶属度,为了方便,文中称 $h_M(x)$ 为犹豫模糊元素(HFE),而 M 为HFES,实际上HFES与HFS是等价的,之后文中统一用HFS表示.

犹豫模糊集中隶属度可能值的数量可能不相等,令 $l(h_M(x))$ 表示 $h_M(x)$ 中可能值的数量,通常将 $h_M(x)$ 中的隶属度可能值降序排列,并令 $h_M^{\sigma(j)}(x)$ 表示 $h_M(x)$ 中排序为第 j 的最大值.现有方法中如果隶属度可能值的数量不相等,可通过数值延拓的方法将隶属度补齐^[22-24],由于本文研究的重点是犹豫模糊集的相关系数,所以暂不考虑隶属度可能值数量不相等的问题.

2.2 犹豫模糊集的相关分析

记 $h_1(x)$ 和 $h_2(x)$ 为 X 上的两个犹豫模糊元素(HFE),并简记为 h_1 和 h_2 ,则根据Xu^[10]的相关系数定义有如下5种相关系数成立.

$$c_1(h_1, h_2) = \frac{\sum_{i=1}^l h_1^{\sigma(i)} \cdot h_2^{\sigma(i)}}{\left(\sum_{i=1}^l (h_1^{\sigma(i)})^2 \cdot \sum_{i=1}^l (h_2^{\sigma(i)})^2 \right)^{1/2}} \quad (2)$$

$$c_2(h_1, h_2) = \frac{\sum_{i=1}^l h_1^{\sigma(i)} \cdot h_2^{\sigma(i)}}{\max \left\{ \sum_{i=1}^l (h_1^{\sigma(i)})^2, \sum_{i=1}^l (h_2^{\sigma(i)})^2 \right\}} \quad (3)$$

其中, $h_1^{\sigma(i)}$ 和 $h_2^{\sigma(i)}$ 分别为 h_1 和 h_2 中排序为第 i 的最大值, l 为 h_1 和 h_2 中隶属度的个数.

$$c_3(h_1, h_2) = \frac{\sum_{i=1}^l (h_1^{\sigma(i)} - \bar{h}_1) \cdot (h_2^{\sigma(i)} - \bar{h}_2)}{\left(\sum_{i=1}^l (h_1^{\sigma(i)} - \bar{h}_1)^2 \cdot \sum_{i=1}^l (h_2^{\sigma(i)} - \bar{h}_2)^2 \right)^{1/2}} \quad (7)$$

其中, $\sum_{j=1}^n w_j = 1, j=1, 2, \dots, n, l_j$ 为 x_j 对应的 HFE 中的隶属度个数.

Chen^[11]等则通过先定义 HFS 之间的相关来提出 HFS 的相关系数. 对于犹豫模糊集 M, N , 其相关定义为

$$c_{or}(M, N) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j) \cdot h_N^{\sigma(i)}(x_j) \right) \quad (8)$$

则基于 HFS 之间的相关定义的两相关系数分别为

$$\begin{aligned} c_6(M, N) &= \frac{c_{or}(M, N)}{[c_{or}(M, M)]^{\frac{1}{2}} \cdot [c_{or}(N, N)]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j) \cdot h_N^{\sigma(i)}(x_j) \right)}{\left[\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_M^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_N^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (9)$$

$$c_7(M, N) = \frac{c_{or}(M, N)}{\max\{c_{or}(M, M), c_{or}(N, N)\}} =$$

$$\frac{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j) \cdot h_N^{\sigma(i)}(x_j) \right)}{\max\left\{ \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_M^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right), \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_N^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right) \right\}} \quad (10)$$

实际上, c_6, c_7 分别可以看成是 c_1, c_2 的拓展. 如果考虑属性权重的影响, 则 M, N 之间的加权相关表示为

$$c_{orw}(M, N) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j) \cdot h_N^{\sigma(i)}(x_j) \right) \quad (11)$$

则 c_6, c_7 可以分别拓展为

$$\begin{aligned} c_{w6}(M, N) &= \frac{c_{orw}(M, N)}{[c_{orw}(M, M)]^{\frac{1}{2}} \cdot [c_{orw}(N, N)]^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^n w_j \cdot \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j) \cdot h_N^{\sigma(i)}(x_j) \right)}{\left[\sum_{j=1}^n w_j \cdot \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_M^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\sum_{j=1}^n w_j \cdot \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_N^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} c_{w7}(M, N) &= \frac{c_{orw}(M, N)}{\max\{c_{orw}(M, M), c_{orw}(N, N)\}} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j) \cdot h_N^{\sigma(i)}(x_j) \right)}{\max\left\{ \sum_{j=1}^n w_j \cdot \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_M^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right), \sum_{j=1}^n w_j \cdot \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} (h_N^{\sigma(i)}(x_j))^2 \right) \right\}} \end{aligned} \quad (13)$$

注意到式(7)和式(12)均为加权 HFS 相关系数, 形式上两式有相似之处, 但是两种定义的思路是不同的, 式(7)是先计算 HFE 的相关系数之后加权计算 HFS

的相关系数, 而式(12)则是先计算 HFS 的加权相关然后计算 HFS 的相关系数, 两者的计算结果也有所差别. 另外注意到 Chen^[11]等定义的 HFS 的相关有待商榷, 形

式上不符合直觉,建议将式(8)修改为

$$c_{or}(M, N) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j) \cdot h_N^{\sigma(i)}(x_j) \right) \quad (14)$$

尽管修改后的相关不影响相关系数的结果(系数在相关系数计算时被约简),但是直觉上更能够与式(11)保持一致.

Chen^[11]等的定义虽然可以计算 HFS 相关系数,但是其计算的相关系数为 $[0, 1]$ 内,理论上并不符合统计学和随机过程相关系数 $[-1, 1]$ 的要求,仅为一种相关的强度,忽略了负相关,而且其定义缺乏数学基础.从科学语言描述角度来讲,数学上相关系数的定义为:“归一化的随机变量协方差”,因此本文基于此科学描述,从统计学和随机过程相关系数的角度出发,提出新的 HFS 的相关系数,使其更符合数学逻辑.

3 新的犹豫模糊集相关系数

本节首先根据统计学和随机过程的相关系数的定义给出一些 HFS 的数学概念,在此基础上定义新的犹豫模糊集相关系数,最后给出加权 HFS 相关系数.

3.1 HFS 的数学概念

Chen^[11]等相关系数的定义公式本质上是归一化的随机变量相关,相关描述的是随机变量之间的变化的程度,但是将归一化的随机变量的相关定义为相关系数是没有数学依据的,统计学和随机过程中相关系数的定义为:“归一化的随机变量协方差”,因此本文在 Chen^[11]等定义的相关系数基础上,首先定义 HFS 的方差和协方差的概念.协方差是一种去均值的相关,保留了随机变量之间的相关性,而且相对于相关,协方差不受均值的影响,更能够反应相关性.在协方差基础上本文基于严格的数学定义将新的 HFSs 相关系数定义为归一化的 HFSs 的协方差,纠正了 Chen^[11]等定义的相关系数的不符合统计学和随机过程定义的直觉性.

$$c_8(M, N) = \frac{\text{Cov}(M, N)}{[\text{Cov}(M, M)]^{\frac{1}{2}} \cdot [\text{Cov}(N, N)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)] \cdot [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)] \right\}}{\left[\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (17)$$

注意到系数 $\frac{1}{n}$ 被约简.新的 HFS 相关系数满足相关系数的三个条件,可以用 Cauchy-Schwarz 不等式证明得到.

$$c_9(M, N) = \frac{\text{Cov}(M, N)}{\max\{\text{Cov}(M, M), \text{Cov}(N, N)\}} = \frac{\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)] \cdot [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)] \right\}}{\max\left\{ \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)]^2 \right\}, \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)]^2 \right\} \right\}} \quad (18)$$

并且注意到

$$|c_8(M, N)| \geq |c_9(M, N)| \quad (19)$$

对于 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的犹豫模糊集 $M = \{ \langle x, h_M(x) \rangle | x \in X \}$, 其方差定义为

$$\text{Var}(M) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)]^2 \right\} \quad (15)$$

其中, $\bar{h}_M(x_j) = \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_M^{\sigma(i)}(x_j)$.

在方差的基础上犹豫模糊集 M 和 N 之间的(互)协方差定义为

$$\text{Cov}(M, N) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)] \cdot [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)] \right\} \quad (16)$$

其中, $\bar{h}_N(x_j) = \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} h_N^{\sigma(i)}(x_j)$, 注意到, 当 $M = N$ 时, $\text{Cov}(M, N) = \text{Var}(M, N)$.

3.2 新的 HFS 相关系数

对于 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的犹豫模糊集 M, N , 如果算子 $c(M, N)$ 满足条件:(1) $c(M, N) = c(N, M)$; (2) 当 $M = N$ 时, $c(M, N) = 1$; (3) $-1 \leq c(M, N) \leq 1$, 则称 $c(M, N)$ 为 M 和 N 之间的相关系数.

在 HFS 方差和协方差的基础上,基于统计学和随机过程的相关系数定义:采用归一化 HFS 的协方差定义 HFS 相关系数为:

另外参照式(5)、式(7)的定义,也可以定义 HFS 相关系数为

相关系数 $c_8(M, N)$ 和 $c_9(M, N)$ 纠正了 Chen^[11] 等定义的统计学直觉违背性, 具有更强的数学基础.

3.3 加权相关系数

实际问题中, 论域 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 往往具有不

$$c_{n8}(M, N) = \frac{\sum_{j=1}^n w_j \cdot \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)] \cdot [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)] \right\}}{\left[\sum_{j=1}^n w_j \cdot \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\sum_{j=1}^n w_j \cdot \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (20)$$

$$c_{n9}(M, N) = \frac{\sum_{j=1}^n w_j \cdot \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)] \cdot [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)] \right\}}{\max \left\{ \sum_{j=1}^n w_j \cdot \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_M^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_M(x_j)]^2 \right\}, \sum_{j=1}^n w_j \cdot \left\{ \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} [h_N^{\sigma(i)}(x_j) - \bar{h}_N(x_j)]^2 \right\} \right\}} \quad (21)$$

4 基于新的相关系数的多属性决策判定

多属性决策问题是信息融合领域的必须面临的基本问题^[25], 而随着电磁环境日益复杂, 电子侦察传感器的情报数据往往具有不确定性, 导致了决策的不确定性^[26], 文献[27]在1986年就已经将模糊集应用到信息系统中, 因此本节基于犹豫模糊集来解决电子侦察不确定性属性决策问题, 基于新的犹豫模糊集相关系数进行决策判定.

4.1 犹豫模糊属性表示

假设各传感器共上报 m 类不确定属性判决 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m\}$, 每类判决具有 n 种属性 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_n\}$, 记属性判决 A_i 在属性 p_j 上的犹豫模糊判决为 $h_{A_i}(p_j)$, 则属性判决 A_i 在属性集 P 上的属性判决用犹豫模糊集表示为

$$A_i = \{ \langle p_j, h_{A_i}(p_j) \rangle \mid p_j \in P \} \quad (22)$$

其中, $h_{A_i}(p_j)$ 由一组 $[0, 1]$ 的数值组成, 则所有传感器上报的带有不确定性的属性判决 A 表示为

$$A = \{ h_{A_i}(P_j) \mid i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \} \quad (23)$$

通过式(23)就可以将各传感器上报的不确定性的属性判决用犹豫模糊集的形式描述, 进一步基于新的 HFS

$$c_{8i}^+ = \frac{\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_{p_j}} \sum_{k=1}^{l_{p_j}} [h_{A_i}^{\sigma(k)}(p_j) - \bar{h}_{A_i}(p_j)] \cdot [h_{Z_i}^{\sigma(k)}(p_j) - \bar{h}_{Z_i}(p_j)] \right\}}{\left[\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_{p_j}} \sum_{k=1}^{l_{p_j}} [h_{A_i}^{\sigma(k)}(p_j) - \bar{h}_{A_i}(p_j)]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{l_{p_j}} \sum_{k=1}^{l_{p_j}} [h_{Z_i}^{\sigma(k)}(p_j) - \bar{h}_{Z_i}(p_j)]^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (25)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, l_{p_j}$ 为属性 p_j 对应的隶属度的数量, $\bar{h}_{A_i}(p_j)$ 为方案 A_i 在属性 p_j 上对应的犹豫模糊集的均值, $\bar{h}_{Z_i}(p_j)$ 为最优理想方案在 p_j 上对应的犹豫模糊集的均值.

$$\bar{h}_{A_i}(p_j) = \frac{1}{l_{p_j}} \sum_{k=1}^{l_{p_j}} h_{A_i}^{\sigma(k)}(p_j) \quad (26)$$

$$\bar{h}_{Z_i}(p_j) = \frac{1}{l_{p_j}} \sum_{k=1}^{l_{p_j}} h_{Z_i}^{\sigma(k)}(p_j) \quad (27)$$

则以各属性方案与最优理想解之间的相关系数 c_{8i}^+

同的属性权重. 所以令属性权重 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$,

$\sum_{j=1}^n w_j = 1, j = 1, 2, \dots, n$, 进一步将新的相关系数拓展为加权相关系数分别为

相关系数对其进行多属性决策判定.

4.2 犹豫模糊多属性决策判定

现有的多属性决策方法主要有 TOPSIS, TODIM, LINMAP, QUALIFLEX 和 ELECTRE 等方法, 文献[28]也提出了一种基于逼近于理想灰关联投影的多属性决策方法. 而本文的重点在于新的犹豫模糊集相关系数的讨论, 并非提出新的决策方法, 为此仅在现有的决策方法的基础上提供一种简单的理想方案接近程度排序方法进行决策判定.

在式(23)得到犹豫模糊属性判决 A 的基础上, 首先基于按属性值遍历(不失一般性, 本文假设属性均为效益型属性), 求得各属性的最优理想解为

$$h_{Z_i}(p_j) = \max_i \{ \langle p_j, h_{A_i}(p_j) \rangle \}, j = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

理想方案接近程度排序方法是根据各属性方案与最优理想解之间的接近程度来进行决策判定的, 这里基于新的相关系数计算各属性方案与最优理想解之间的相关系数来作为决策指标进行决策判定. 根据新的犹豫模糊集相关系数式(17)计算犹豫模糊属性方案与最优理想解之间的相关系数为

作为决策指标进行决策判定, 根据最大相关系数判定准则

$$\text{dec}(i) = \text{input}(\max \{ c_{8i}^+ \}), i = 1, 2, \dots, m \quad (28)$$

判定相关系数大的为决策方案, 并输出 $\max \{ c_{8i}^+ \}$ 对应的决策方案标号.

4.3 算法步骤

基于新的 HFS 相关系数的电子侦察犹豫模糊多属性决策步骤如下:

Step1: 将电子侦察传感器上报的属性判决用犹豫

模糊集表示,形成犹豫模糊集属性判决 A ;

Step2:按属性值遍历形成最优理想解 $h_z(p_j)$;

Step3:基于新的 HFS 相关系数计算各决策方案与最优理想解之间的相关系数 c_{8i}^+ ;

Step4:以相关系数 c_{8i}^+ 作为决策判定指标进行排序,判定 c_{8i}^+ 大的对应的决策方案为决策结果.

5 电子侦察多属性决策应用

5.1 仿真环境

本节将所提出的新的犹豫模糊集数相关系数应用到多传感器电子侦察多属性决策中.在电子侦察多属性决策中,我方 Radar,ESM,红外等传感器量测到的敌方载频,脉冲重频,脉宽,功率等多个属性信息,通过这些属性信息进行多属性决策判定敌方的机载平台属于哪一类.而电子侦察设备在复杂电磁环境下,量测过程中往往受到空中杂波和敌方信号干扰,造成了量测信息的不确定性,因此选择用犹豫模糊集描述这些属性判决,解决其不确定性决策问题.假设各电子侦察传感器上报给融合中心 5 类独立属性判决,分别记为 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ,每类属性判决具有 4 类属性,分别记为 p_1, p_2, p_3, p_4 ,融合中心根据 4 类属性对具有不确定性的 5 类属性判决进行多属性融合判定,判定敌方的机载平台类型.5 类独立属性判决以犹豫模糊集的形式描述,如表 1 所示.

表 1 犹豫模糊属性决策表

属性判决	犹豫模糊集			
	p_1	p_2	p_3	p_4
1	{0.4,0.3,0.2}	{0.6,0.5,0.4,0.3}	{0.8,0.7}	{0.8,0.6,0.5,0.4}
2	{0.8,0.7,0.5}	{0.8,0.7,0.6,0.4}	{0.7,0.6}	{0.9,0.8,0.6,0.5}
3	{0.8,0.6,0.4}	{0.7,0.6,0.5,0.4}	{0.5,0.4}	{0.7,0.5,0.4,0.3}
4	{0.5,0.4,0.3}	{0.9,0.7,0.6,0.5}	{0.8,0.6}	{0.9,0.8,0.5,0.4}
5	{0.7,0.6,0.2}	{0.5,0.4,0.3,0.2}	{0.9,0.8}	{0.7,0.6,0.4,0.3}

5.2 仿真实验

按照式(24)计算表 1 中犹豫模糊集各属性判决的最优理想解如表 2 所示.

表 2 犹豫模糊最优理想解

最优理想解			
p_1	p_2	p_3	p_4
{0.7,0.6,0.5}	{0.5,0.4,0.3,0.2}	{0.9,0.8}	{0.7,0.6,0.4,0.3}

基于新的犹豫模糊集相关系数计算方法式(25)计算表 1 中各方案与最优理想解之间的相关系数如表 3 所示.

表 3 各属性判决相关系数

相关系数	属性判决				
	1	2	3	4	5
	0.9639	0.9807	0.9536	0.9660	0.9387

根据相关系数计算结果对各方案属性判决排序为

$$A_2 > A_4 > A_1 > A_3 > A_5$$

所以经融合中心多属性决策,判定第二类属性判决为决策结果,即判定敌方机载平台型号为 A_2 .

5.3 对比分析

对比分析采用 3 组对比试验,分别为本文提供的两种新的相关系数效果对比、属性权重对决策结果的影响对比和 Chen 等相关系数与本文相关系数的对比.

(1) 相关系数计算对比

本节用新提出的两种相关系数计算方法(式(17)、(18))分别计算犹豫模糊属性判决与最优理想解之间的相关系数,得到决策对比效果如图 1 所示.

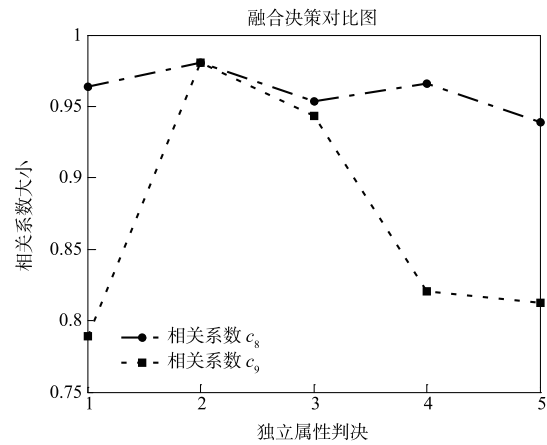


图1 两种相关系数计算的决策对比图

由图 1 和指标计算得知,两种相关系数计算后的决策判决排序分别

$$A_2 > A_4 > A_1 > A_3 > A_5$$

$$A_2 > A_3 > A_4 > A_5 > A_1$$

均为第二类属性判决,即判定敌方机载平台型号为 A_2 ,所以在本文应用算例中没有特殊要求的情况下,采用任一种相关系数计算都是合理的.另外注意到相关系数 c_9 的曲线总是在相关系数 c_8 的曲线下方,也验证了 3.2 节所阐述的式(19),但是注意到相关系数 c_8 的计算结果都非常接近,而相关系数 c_9 的曲线变化明显,说明相关系数 c_9 在计算区分度上比相关系数 c_8 要敏感.

(2) 加权相关系数计算对比

前一节的决策结果是在没有考虑权重的条件下得到的,但在实际决策过程中,属性权重对决策的作用不容忽视,文中也在相关系数提出的基础上给出了加权相关系数(20,21),为此本节讨论属性权重对决策结果的影响.将四类属性权重分别设为 0.1,0.4,0.3,0.2,根据加权相关系数计算,得到的决策对比图如图 2 所示.

由图 2 得知,采用两种相关系数计算得到的决策排序分别为

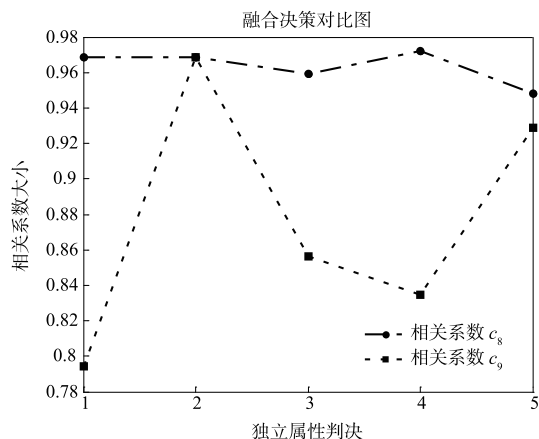


图2 不同权值条件下的决策对比图

$$A_4 > A_2 > A_1 > A_3 > A_5$$

$$A_2 > A_5 > A_3 > A_4 > A_1$$

通过图2和图1对比得知,在考虑权重与不考虑权重的情况下两种相关系数计算结果排序有所不同,并且相关系数 c_8 的决策结果也发生了改变,所以权重的变化对决策结果具有重要作用.为进一步讨论权重对决策结果的影响,假设属性2的权重从0.1按步长0.2变化到0.9,其余属性权重平均,利用两种相关系数计算得到的决策指标随权重的变化图分别如图3和图4所示.

由图3和图4得知,相关系数大小随着权重参数的变化而变化,导致决策排序也随之变化,并且决策结果也发生改变.在相关系数 c_8 的变化图中,决策方案 A_2 的相关系数随着权重参数的增加而减小,其余相关系数则随着权重参数的增加而呈上升趋势,注意到当属性2的权重在0.4附近时,决策方案 A_4 的相关系数超过决策方案 A_2 的相关

系数,决策结果发生变化,由原来的 A_2 变为 A_4 .而在相关系数 c_9 的变化图中,决策方案 A_2 的相关系数随着权重参数的增加而减小,决策方案 A_4 的相关系数随着权重参数的增加而增大,并且当属性2的权重在0.8附近时,决策结果发生变化,由原来的 A_2 变为 A_4 .所以通过对相关系数权重的分析得知,属性权重在进行犹豫模糊集相关系数多属性决策时占有十分重要的作用,在决策前应根据实际情况考虑权重的分配,以得到更合理的决策结果.

同时为了进一步体现相关系数 c_9 在计算区分度上相比相关系数 c_8 的优势,在相关系数 c_9 的坐标域框架内画出相关系数 c_8 随权重的变化图如图5所示.

通过对比图4和图5可知,相关系数 c_8 的曲线由于非常接近,很难根据曲线进行决策方案的排序,而相关系数 c_9 的曲线变化则很容易区分,所以在计算结果相同的情况下应该优先考虑使用区分度较大的相关系数 c_9 进行计算.

(3) 相关系数对比

本节对比 Chen 等相关系数与本文提出的两种相关系数的性能,假设一电子侦察多属性识别决策问题,数据库具有五类目标,每类目标具有5类属性信息,犹豫模糊属性数据库如表4所示.

各传感器上报的量测目标犹豫模糊属性为:

$$T = \left\{ \langle p_1, \{0.5, 0.4, 0.2\} \rangle, \langle p_2, \{0.5, 0.4, 0.3, 0.1\} \rangle, \right. \\ \left. \langle p_3, \{0.2, 0.1\} \rangle, \langle p_4, \{0.9, 0.8, 0.6, 0.5, 0.4\} \rangle, \right. \\ \left. \langle p_5, \{0.5, 0.4, 0.3, 0.2\} \rangle \right\}$$

分别利用 Chen 等相关系数与本文提出的两种相关系数计算量测目标与数据库之间的相关系数得到的识别对比图如图6所示.

表4 犹豫模糊属性数据库

目标	犹豫模糊属性				
	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
1	{0.6, 0.4, 0.3}	{0.7, 0.5, 0.3, 0.2}	{0.5, 0.3}	{0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1}	{0.5, 0.4, 0.2, 0.1}
2	{0.9, 0.8, 0.7}	{0.5, 0.3, 0.2, 0.1}	{0.2, 0.1}	{0.6, 0.5, 0.3, 0.2, 0.1}	{0.4, 0.3, 0.2, 0.1}
3	{0.6, 0.3, 0.1}	{0.9, 0.8, 0.7, 0.6}	{0.5, 0.3}	{0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1}	{0.6, 0.4, 0.3, 0.1}
4	{0.5, 0.4, 0.2}	{0.4, 0.3, 0.2, 0.1}	{0.4, 0.3}	{0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5}	{0.5, 0.4, 0.2, 0.1}
5	{0.3, 0.2, 0.1}	{0.5, 0.3, 0.2, 0.1}	{0.3, 0.2}	{0.7, 0.6, 0.5, 0.3, 0.2}	{0.9, 0.8, 0.7, 0.6}

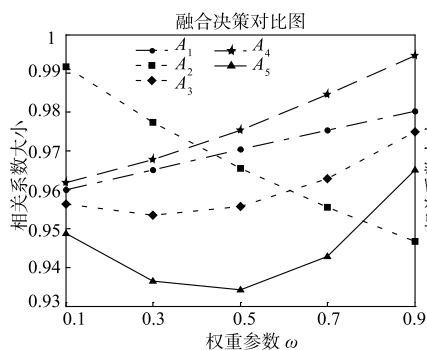


图3 相关系数 c_8 随权重的变化图

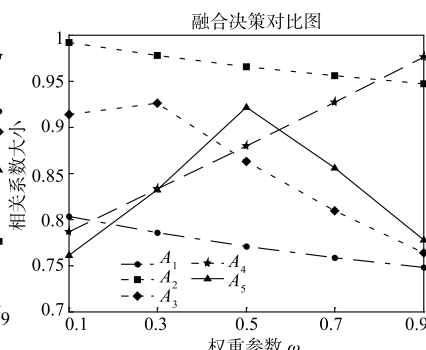


图4 相关系数 c_9 随权重的变化图

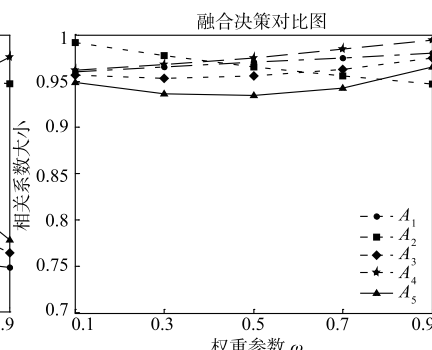


图5 相关系数 c_8 在 c_9 框架内的变化图

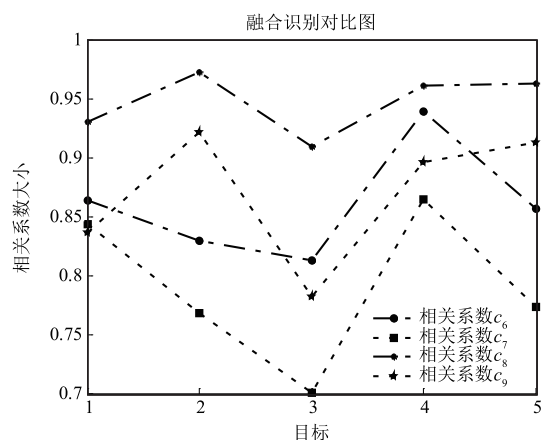


图6 融合识别对比图

由图6得知,Chen等相关系数(c_6, c_7)的识别结果为第4类目标,而本文的两种相关系数(c_8, c_9)的识别结果为第2类目标.两种相关系数计算结果不同的原因在于Chen等相关系数定义将犹豫模糊集的均值包括在内,这对于相关系数的计算是冗余的,在归一化的过程中会对计算结果造成误差,因而产生错误的识别结果,而本文相关系数克服了此缺陷,得到了合理的识别结果.

6 结语

针对现有犹豫模糊集相关系数计算方案违背统计学和随机过程直觉以及计算结果仅落于 $[0, 1]$ 的问题.本文首先分析了现有的5种犹豫模糊元素HFE和2种犹豫模糊集HFS相关系数计算方法,讨论了各种方法的局限性,在此基础上基于统计学和随机过程相关系数的定义方法提出了两种新的犹豫模糊集相关系数计算方法,并考虑犹豫模糊属性权重将其拓展为加权相关系数,最后将所提出的新的相关系数应用于多传感器电子侦察多属性决策问题中,结合现有的逼近理想解的方法并进行决策判定,得到了正确的决策结果.同时对比分析了两种相关系数方法的计算性能,得到相关系数 c_9 在计算区分度上比相关系数 c_8 要有优势的结论;此外仿真对比了属性权重对决策结果的影响,得到决策结果会随着属性权重的变化而变化,实际问题决策时应充分考虑权重赋值的结论,最后讨论了Chen等相关系数与本文相关系数的识别特性,得到本文相关系数在计算过程中不考虑均值冗余,得到计算结果更精确的结论.本文方法亦可以拓展到区间犹豫模糊集、二重模糊集和犹豫语义标签领域相关系数的计算,以进一步的研究及应用.

参考文献

- [1] Huchang Liao, Zeshui Xu. Hesitant Fuzzy Decision Making Methodologies and Applications [M]. Singapore: Springer, 2017, 37 - 56.
- [2] L A Zadeh. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338 - 353.
- [3] 虞强源, 刘大有, 欧阳继红. 基于区间值模糊集的模糊区域拓扑关系模型 [J]. 电子学报, 2005, 33(1): 186 - 189.
Yu Qiangyuan, Liu Dayou, Ouyang Jihong. Topological relations model of fuzzy regions based on interval valued fuzzy sets [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(1): 186 - 189. (in Chinese)
- [4] 曾剑平, 郭东辉. 基于区间值2型模糊集的伪装入侵检测算法 [J]. 电子学报, 2008, 36(4): 777 - 780.
Zeng Jianping, Guo Donghui. Masquerade intrusion detection algorithm based on interval type-2 fuzzy set [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(4): 777 - 780. (in Chinese)
- [5] 余晓东, 雷英杰, 宋亚飞, 岳韶华, 申晓勇. 基于核距离的直觉模糊c均值聚类算法 [J]. 电子学报, 2016, 44(10): 2530 - 2534.
Yu Xiaodong, Lei Yingjie, Song Yafei, Yue Shaohua, Shen Xiaoyong. Intuitionistic fuzzy c-means clustering algorithm based on kernelled distance [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(10): 2530 - 2534. (in Chinese)
- [6] 余晓东, 雷英杰, 等. 基于粒子群优化的直觉模糊核匹配追踪算法 [J]. 电子学报, 2015, 43(7): 1308 - 1313.
Yu Xiaodong, Lei Yingjie, et al. Research of PSO-based intuitionistic fuzzy kernel matching pursuit algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(7): 1308 - 1313. (in Chinese)
- [7] 孟飞翔, 雷英杰, 余晓东, 雷阳. 基于直觉模糊Petri网的知识表示和推理 [J]. 电子学报, 2016, 44(1): 77 - 86.
Meng Feixiang, Lei Yingjie, Yu Xiaodong, Lei Yang. Knowledge representation and reasoning using intuitionistic fuzzy Petri nets [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(1): 77 - 86. (in Chinese)
- [8] V Torra. Hesitant fuzzy sets [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529 - 539.
- [9] V Torra, et al. On hesitant fuzzy sets and decision [A]. The 18th IEEE International Conference on Fuzzy Systems [C]. Jeju Island, Korea: IEEE, 2009. 1378 - 1382.
- [10] Zeshui Xu, Meimei Xia. On distance and correlation measures of hesitant fuzzy information [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2011, 26(5): 410 - 425.
- [11] Na Chen, Zeshui Xu, Meimei Xia. Correlation coefficients of hesitant fuzzy sets and their applications to clustering analysis [J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(4): 2197 - 2211.
- [12] Fanyong Meng, et al. Correlation coefficients of hesitant fuzzy sets and their application based on fuzzy measures [J]. Cognitive Computing, 2015, 7(4): 445 - 463.
- [13] Fanyong Meng, Xiaohong Chen, et al. Correlation coefficients of interval-valued hesitant fuzzy sets and their application based on the Shapley function [J]. International

- Journal of Intelligent Systems, 2016, 31(1):17–43.
- [14] Huchang Liao, Zeshui Xu, Xiaojun Zeng. Novel correlation coefficients between hesitant fuzzy sets and their application in decision making [J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 82:115–127.
- [15] Mohammad Kazem Ebrahimpour, Mahdi Eftekhari. Ensemble of feature selection methods: A hesitant fuzzy sets approach [J]. Applied Soft Computing, 2017, 50:300–312.
- [16] Guidong Sun, Xin Guan, Xiao Yi, et al. Grey relational analysis between hesitant fuzzy sets with applications to pattern recognition [J]. Expert Systems with Applications, 2018, 92:521–532.
- [17] Lei Wang, Mingfang Ni, Lei Zhu. Correlation measures of dual hesitant fuzzy sets [J]. Journal of Applied Mathematics, 2013, 2013: Article ID 593739.
- [18] Jun Ye. Correlation coefficient of dual hesitant fuzzy sets and its application to multiple attribute decision making [J]. Applied Mathematical Modelling, 2014, 38(2):659–666.
- [19] Sanjay Kumar Tyagi. Correlation coefficient of dual hesitant fuzzy sets and its applications [J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39(22):7082–7092.
- [20] B Farhadinia. Correlation for dual hesitant fuzzy sets and dual interval-valued hesitant fuzzy sets [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2014, 29:184–205.
- [21] Huchang Liao, Zeshui Xu, Xiao-Jun Zeng, et al. Qualitative decision making with correlation coefficients of hesitant fuzzy linguistic term sets [J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 76(1):127–138.
- [22] Zeshui Xu, Meimei Xia. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets [J]. Information Sciences, 2011, 181(11):2128–2138.
- [23] Huchang Liao, Zeshui Xu, Meimei Xia. Multiplicative consistency of hesitant fuzzy preference relation and its application in group decision making [J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2014, 13(1):47–76.
- [24] Zeshui Xu, Xiaolu Zhang. Hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on TOPSIS with incomplete weight information [J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 52(6):53–64.
- [25] 王毅, 等. 属性权重不确定的直觉模糊多属性决策的威胁评估方法 [J]. 电子学报, 2014, 42(12):2509–2514.
Wang Yi, et al. Threat assessment method with uncertain attribute weight based on intuitionistic fuzzy multi-attribute decision [J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(12):2509–2514. (in Chinese)
- [26] 张清华, 薛玉斌, 胡峰, 于洪. 粗糙集近似集不确定性研究 [J]. 电子学报, 2016, 44(7):1574–1580.
Zhang Qinghua, Xue Yubin, Hu Feng, Yu Hong. Research on uncertainty of approximation set of rough set [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(7):1574–1580. (in Chinese)
- [27] 梁泰基, 郭桂蓉. 模糊集在信息系统中的应用 [J]. 电子学报, 1986, 14(2):106–118.
Liang Taiji, Guo Guirong. Applications of fuzzy sets to information systems [J]. Acta Electronica Sinica, 1986, 14(2):106–118. (in Chinese)
- [28] 柯宏发, 陈永光, 夏斌. 一种基于逼近于理想灰关联投影的多目标决策算法 [J]. 电子学报, 2007, 35(9):1757–1761.
Ke Hongfa, Chen Yongguang, Xia Bin. An Algorithm of Multiple Criteria Decision-Making Based on Similarity to Ideal Grey Relational Projection [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(9):1757–1761. (in Chinese)

作者简介

徐俊艳 女, 1965 年出生, 河北东光人, 博士、教授. 主要研究方向: 系统工程.

孙贵东 (通信作者) 男, 1989 年 3 月出生, 山东荣成人, 博士研究生. 主要研究方向: 信息安全对抗, 智能数据挖掘.

E-mail: sdwhsgd@163.com