第11期 电子学报 Vol. 46 No. 11
2018年11月 ACTA ELECTRONICA SINICA Nov. 2018

互补证据组合规则

孙贵东，关 欣，衣 晓，赵 静
（海军航空大学，山东烟台 264001）

摘 要： 针对Dempster组合规则“一票否决”和现有修正方法主观分配冲突信息的缺点，提出一种全新的证据组合方法．新方法直接利用定义的互补证据进行融合，不再采用Dempster组合规则中的纯乘性策略组合证据，成功解决了“一票否决”问题．并将冲突信息转化为证据权重融入组合规则进行直接融合，不再主观分配其信度．新的组合规则是一类广义的加性集成算子，既满足交换律又满足结合律，既能够直接组合单类证据，也能够基于TBM组合复合类证据．通过多传感器融合识别算例，验证和对比分析了新的组合规则的优势．

关键词： 证据理论；组合规则；互补证据；冲突；信度转换模型
中图分类号： TP273，TP391，C934 **文献标识码：** A **文章编号：** 0372-2112（2018）11-2738-08
电子学报 URL： http://www.ejournal.org.cn **DOI：** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.11.022

Complementary Combination Rule for Evidence

SUN Gui-dong，GUAN Xin，YI Xiao，ZHAO Jing
（*Naval Aviation University*，*Yantai*，*Shandong* 264001，*China*）

Abstract： A novel combination rule for evidence is proposed to deal with the “veto problem” in Dempster rule and the subjectively assigning the conflict information in the existing modified methods. This novel method combines the defined complementary evidence directly instead of using the pure Dempster multiplicative strategy，which successfully solves the “veto problem”. It transfers the conflict to the evidence weight which can be processed directly with the novel combination rule instead of assigning the conflict subjectively. It is regarded as a generalized additive aggregation operator，which not only satisfies the commutative law and associative law，but also can combine the single focus elements directly and compound focus elements based on TBM. With the help of a multi-sensor fusion recognition example，the superiority of the proposed combination rule is illustrated and compared in detail.

Key words： evidence theory；combination rule；complementary evidence；conflict；the transferable belief model（TBM）

1 引言

证据理论（Evidence theory）起源于1967年由Dempster提出的用多值映射产生概率上下界[1]，后来在1976年由Shafer推广并形成[2]，因此证据理论又称Dempster-Shafer理论（Dempster-Shafer theory，DST）．相比传统概率论，证据理论在处理不确定性问题时具有优势，已经成为不确定性信息处理领域重要的定量分析方法．经过40多年的发展[3,4]，证据理论在理论和应用两方面并行延伸，基本信度赋值[5~7]，冲突证据融合[8~11]，组合规则改进[12~19]等理论方向取得了实质性进展，大量的研究成果涌现．除此之外，证据理论在聚类分析，模式分类和识别，多属性决策，信息融合，图像处理，模糊集与粗糙集和近似推理等多个领域[20~25]也得到了广泛应用．

在证据理论发展进程中，组合规则是证据理论的核心，通过组合规则融合不同信源的信度得到融合判决结果．但是传统的Dempster组合规则在证据冲突条件下往往会出现悖论，例如Zadeh提出的著名的Zadeh悖论．因此为解决冲突条件下Dempster组合规则融合结果不合乎常理的问题，国内外许多学者提出了组合规则的改进方法．Yager[12]认为冲突信息是不可靠的，将冲突信息完全分配给辨识框架，定义了Yager组合规则．Dubois和Prade[13]认为两条证据在没有冲突的情况

收稿日期：2017-11-20；修回日期：2018-03-24；责任编辑：蓝红杰
基金项目：国防科技卓越青年科技基金；国家自然科学基金重大研究计划（No.91538201）；国家自然科学基金面上项目（No.61671463，No.61571454）；泰山学者工程专项经费（No.ts201712072）；山东省自然科学基金（No.ZR2017BG014）

下都是可靠的,如果存在冲突,只有一条证据可靠,将冲突信息分配给相关焦元的并集. Smets 等[9]将冲突信息完全分配给空集,Smets 组合规则实际上是未归一化的 Dempster 组合规则. Lefevre 等[14]利用分配系数对冲突信息进行重分配,通过调整分配系数定义了一种统一的证据组合规则. Smarandache 和 Dezert[15]打破了辨识框架内元素互斥的条件,定义了超幂集,将 DST 拓展为 DSmT,并定义了 PCR1-PCR6 等多种融合规则. 此外,国内学者向阳等[16]提出一种向下聚焦证据的组合方法. 李烨等[17]用比例系数对 Dempster 组合规则进行修正. 孙全等[18]认为证据组合应由传统的 Dempster 组合和平均证据两部分组成. 张山鹰等[19]也提出一种加权分配证据冲突的组合规则.

尽管上述方法对 Dempster 组合规则进行了改进,其核心都在于将冲突信息的再分配. 不管是全局分配,局部分配或是加权分配冲突信息,分配过程中都带有主观性,没有直接面对冲突信息. 并且改进的组合规则除 Smets 组合规则外,其余仅满足交换律,不满足结合律,也没有完全解决 Zadeh 悖论. 在实际应用中,往往此类改进组合规则的效果没有基于修改证据源的冲突证据融合方法好. 迄今尚未有统一的被广泛接受的组合规则,因此新的组合规则的提出是十分必要的.

为此,本文致力于证据组合规则的研究,提出一种证据组合规则的新思路:互补证据组合规则. 该规则区别于 Dempster 组合规则最大之处在于,不再采用 Dempster 组合规则中的乘性算子直接融合焦元证据(即 mass 函数不为 0 的证据),而是通过定义互补证据的概念,直接处理互补证据得到融合结果,这样组合规则就不会对焦元证据过于敏感. 该方法克服了焦元敏感性,类似于一种加性算子,体现了群决策的思想,并且能够较好的处理 Zadeh 悖论等情况,既满足交换律又满足结合律. 此外,在处理冲突证据过程中,没有对其进行主观分配,而是将冲突信息转化为证据权重,成了带有权重信息的证据组合规则,能够直接融合冲突证据. 最后考虑存在复合类证据条件下的证据组合,基于 TBM 修正了提出的互补证据组合规则,将其拓展为能够处理单类(单子集)、复合类(复合集)以及单类与复合类并存的广义证据组合规则.

本文接下来首先概述证据理论、Dempster 组合规则和 TBM 模型,并分析现有的证据组合规则. 在此基础上提出互补证据组合规则,首先在单类证据条件下,定义了互补证据、新的组合规则以及冲突证据与证据权重的关系,形成带有权重信息的互补证据组合规则. 其次,考虑复合类证据融合的情况,基于 TBM 修正提出的组合规则,拓展为可以处理存在复合类证据的广义证据组合规则. 最后,结合多传感器信息融合实例,与现有的组合规则进行对比分析,验证所提方法的有效性.

2　证据理论概述

2.1　证据理论模型

记 Shafer 模型下,互斥且完备的辨识框架 $\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_i,\cdots,\theta_n\}$,$\Theta$ 中所有子集生成的集合称为 Θ 的幂集,记为 2^Θ,其中 $|\Theta|$ 为集合 Θ 的势,表示集合中元素的个数,2^Θ 中包含空集 $\varnothing$,单子集 θ_i 和复合子集 $\{\cup\theta_i|1<i\le n\}$.

记辨识框架 Θ 上的任意命题 A 的基本信度赋值(BBA, Basic Belief Assignment)或 mass 函数为其幂集 2^Θ 到 $[0,1]$ 上的映射 $m:2^\Theta\to[0,1]$,满足

$$\begin{cases}0\le m(A)\le 1\\ \sum_{A\in 2^\Theta} m(A)=1\\ m(\varnothing)=0\end{cases}\tag{1}$$

如果 $m(A)>0$,称 A 为 $m(\cdot)$ 的焦元,$m(A)=\max\{m(\cdot)\}$,则称 A 为主焦元,所有焦元集合构成了 $m(\cdot)$ 的核,记为 $\kappa(m)$. $m(A)$ 的含义实际为幂集空间子集属于命题 A 的基本信度,命题 A 可以是单类(单集)也可以是复合类(复合集).

Shafer 在 BBA 的基础上定义了信度 $\mathrm{Bel}(\cdot)$ 和似然度 $\mathrm{Pl}(\cdot)$,对于幂集空间 2^Θ 上的命题 A,B,令 $A\subset B$,则有

$$\mathrm{Bel}(B)=\sum_{A\subset B} m(A)\tag{2}$$

$$\mathrm{Pl}(B)=\sum_{A\cap B\ne\varnothing} m(A)=1-\mathrm{Bel}(\bar{A})\tag{3}$$

其中,$\bar{A}$ 是命题 A 在幂集空间的补集,易知 $\mathrm{Bel}(B)\le\mathrm{Pl}(B)$,并称记 $[\mathrm{Bel}(B),\mathrm{Pl}(B)]$ 为命题 B 的不确定信度区间,DST 正是通过信度区间描述不确定信息而解决传统概率论不能解决的不确定信息处理的问题. 而命题 B 的信度函数和似然函数定义为 B 到其信度 $\mathrm{Bel}(\cdot)$ 和似然度 $\mathrm{Pl}(\cdot)$ 上的映射:

$$B\to\mathrm{Bel}(B)\tag{4}$$

$$B\to\mathrm{Pl}(B)\tag{5}$$

2.2　Dempster 组合规则

记同一辨识框架下,两条独立可靠证据的 BBA 为 $m_1(\cdot)$ 和 $m_2(\cdot)$,称 $m(\cdot)=m_1(\cdot)\oplus m_2(\cdot)$ 为经典的 Dempster 组合规则,满足:

$$m(A)=\begin{cases}\dfrac{\sum_{B\cap C=A} m_1(B)m_2(C)}{1-k}, & A\ne\varnothing\\ 0, & A=\varnothing\end{cases}\tag{6}$$

其中,k 为两条证据的冲突程度,

$$k=\sum_{B\cap C=\varnothing} m_1(B)m_2(C)=1-\sum_{B\cap C\ne\varnothing} m_1(B)m_2(C)\tag{7}$$

当 $k=1$ 时，表示两条证据完全冲突，此时不能用经典的 Dempster 组合规则进行融合，并且当 $k\to 1$ 时，经典的 Dempster 组合规则融合后往往会产生违背直觉的结果. 因此如何处理冲突证据是 DST 的一个重要研究方向.

2.3 Pignistic 概率转换

Smets 等[8,9]提出了著名的 TBM 模型，定义了 Pignistic 概率函数. 记辨识框架 Θ 上的证据对幂集空间命题的 BBA 为 m，$\mathrm{BetP}_m:\Theta\to[0,1]$ 为 Pignistic 概率函数，满足

$$\mathrm{BetP}_m(A)=\sum_{A\subseteq B,\forall B\in 2^\Theta}\frac{|A\cap B|}{|B|}\frac{m(B)}{1-m(\varnothing)}=\sum_{A\subseteq B,\forall B\in 2^\Theta}\frac{1}{|B|}\frac{m(B)}{1-m(\varnothing)},m(\varnothing)\neq 1 \quad (8)$$

其中，$|B|$ 为焦元的势. $\mathrm{BetP}_m(A)$ 将复合类焦元的信度平均分配给了其包含的单类，是在香农信息熵意义下实现 BBA 到概率分布的转换.

3 互补证据组合规则的运算

针对现有组合规则在冲突证据融合过程中存在的缺点，本节提出一种新的证据组合规则，不再直接采用 Dempster 组合规则中的乘性算子处理目标证据，而是利用一种逆向方式计算目标证据的融合结果，称之为互补证据组合规则.

3.1 互补证据的概念

记 Shafer 模型下，互斥且完备的辨识框架 $\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_i,\cdots,\theta_n\}$，单类证据 θ_i 的 BBA 为 $m(\theta_i)$，称 $\bar{\theta}_i=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_j,\cdots,\theta_n|j\neq i\}$ 为 θ_i 在辨识框架 Θ 上的互补证据.

定义 1：记辨识框架 Θ 上的证据对幂集空间单类命题的 BBA 为 m，定义 $m_\Sigma(\bar{\theta}_i)$ 为 θ_i 在辨识框架 Θ 上的互补证据 BBA，满足

$$m_\Sigma(\bar{\theta}_i)=1-m(\theta_i) \quad (9)$$

互补证据 BBA 描述了辨识框架上给定命题之外的所有单类命题的信度之和.

3.2 基于互补证据的组合规则

定义 2：记辨识框架 Θ 上的两条证据对幂集空间单类命题的 BBA 分别为 m_1 和 m_2，$A,B,C\subseteq\Theta$，$[m_1\oplus m_2]$ 为证据组合规则，满足

$$\begin{aligned}m(A)&=[m_1\oplus m_2](A)\\&=\frac{1-\sum_{B\cap C=A}m_{1\Sigma}(\bar{B})\cdot m_{2\Sigma}(\bar{C})}{\sum_{B\cap C\neq\varnothing}\left[1-\sum_{B\cap C\neq\varnothing}m_{1\Sigma}(\bar{B})\cdot m_{2\Sigma}(\bar{C})\right]}\\&=\frac{1-\sum_{B\cap C=A}(1-m_1(B))\cdot(1-m_2(C))}{\sum_{B\cap C\neq\varnothing}\left[1-\sum_{B\cap C\neq\varnothing}(1-m_1(B))\cdot(1-m_2(C))\right]}\end{aligned} \quad (10)$$

上述组合规则无论在开世界还是闭世界条件下都是适用的. 并且通过上述组合规则可以很好的解决 Zadeh 悖论，得到合乎直觉的融合结果.

如果辨识框架 Θ 上存在多条证据 m_i，$i=1,2,\cdots$，则证据组合规则用下式表示

$$\begin{aligned}m(A)&=\frac{1-\sum_{\bigcap_{i=1} B_i=A}\prod_{i=1}m_{i\Sigma}(\bar{B}_i)}{\sum_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\left[1-\sum_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\prod_{i=1}m_{i\Sigma}(\bar{B}_i)\right]}\\&=\frac{1-\sum_{\bigcap_{i=1} B_i=A}\prod_{i=1}(1-m_i(B_i))}{\sum_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\left[1-\sum_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\prod_{i=1}(1-m_i(B_i))\right]}\end{aligned} \quad (11)$$

通过上式得知，互补证据组合规则既满足交换律又满足结合律.

对比本文提出的互补证据组合规则和 Dempster 组合规则，虽然两者都是将多维证据融合为一维判决，但是其区别主要在于组合方式的不同，Dempster 组合规则是将目标证据直接集成融合，从直观上更易理解，但是其缺点在于组合证据中只要出现某个偏差较大的证据（即冲突证据），则融合结果往往就会出现悖论，即“一票否决”现象. 而本文提出的互补证据组合规则没有直接集成目标证据，而是先利用定义的互补证据进行融合，再转化目标证据的判决，这种方法受组合证据中的某个证据影响较小，是由所有证据共同作用决定，体现了一种平均集成的效果，有效地克服了冲突证据对融合结果的影响. 其核心在于①融合公式中，分子不轻易为 0，保证了融合结果不轻易受某个冲突证据影响. 除非所有组合证据对目标命题的信度为 0，分子才为 0，这与直觉是相符的. ②融合公式中，分母的归一化处理，保证了融合结果是由所有证据共同作用得到，不出现悖论. 比如当证据冲突度较大时，某条证据对目标命题的信度恒为 1，导致此时无论其余证据如何，目标命题融合的分子恒为 1，如果不归一化则会出现悖论. 但是通过归一化处理，其余证据的融合信度就会将这种冲突平均化，体现了综合集成决策的思想. 通过下例可清楚的解释这种现象.

例 1：辨识框架 $\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\theta_3\}$，两条独立证据分别为

$m_1(\theta_1)=1$

$m_2(\theta_1)=0.2,m_2(\theta_2)=0.5,m_2(\theta_3)=0.3$

$m_3(\theta_1)=0.3,m_2(\theta_2)=0.3,m_2(\theta_3)=0.4$

由于 $m_1(\theta_1)=1$，导致在证据组合过程中目标 θ_1 的组合分子恒为 $1(1-(1-1)\times(1-0.2)\times(1-0.3)=1)$，与 $m_2(\theta_1)$ 和 $m_3(\theta_1)$ 无关. 此时 θ_2 和 θ_3 各自的信度组合就占主导作用，决定了最终的融合结果，实际上 $m_2(\theta_1)$ 和 $m_3(\theta_1)$ 的作用间接体现在了 θ_2 和 θ_3 各自的

信度组合过程中,其组合分子分别为 $1-(1-0)\times(1-0.5)\times(1-0.3)=0.65$,$1-(1-0)\times(1-0.3)\times(1-0.4)=0.58$,最后经归一化综合集成,得到基于本文提出的互补证据组合规则的计算结果为

$$m(\theta_1)=0.4484, m(\theta_2)=0.2915, m(\theta_3)=0.2601$$

上述计算结果符合实际直觉.

广义上讲,组合规则是一类信息集成算子. 当前信息集成的方法主要基于加性策略和乘性策略,Dempster 组合规则可以看成是一种归一化的类几何集成算子,采用的是乘性策略,这种算子集成结果易受某个集成个体的影响,在证据理论框架内即为冲突证据的影响. 而本文提出的新的互补证据组合规则是一种归一化的类平均集成算子,这种算子在集成过程中更能体现一种群决策的思想,更类似于加性平均策略,因此可以有效地弱化冲突证据对结果的影响,在证据组合过程中更贴近实际.

3.3　考虑证据权重的组合规则

在实际应用过程中,不同证据的权重往往不同,比如在信息融合过程中,不同传感器的地位不一致,上报信息的重要性往往是要考虑的,这就产生了带有权重信息的证据组合规则.

定义 3: 记辨识框架 Θ 上的两条证据对幂集空间单类命题的 BBA 分别为 m_1 和 m_2, $A,B,C\subseteq\Theta$,两条证据的权重分别为 w_1 和 w_2, $w_1+w_2=1$, $[m_1\oplus m_2]_w$ 为加权证据组合规则,满足

$$\begin{aligned} m(A) &= [m_1\oplus m_2]_w(A) \\ &= \frac{1-\sum\limits_{B\cap C=A} m_{1\Sigma}(\bar{B})^{w_1}\cdot m_{2\Sigma}(\bar{C})^{w_2}}{\sum\limits_{B\cap C\neq\varnothing}\left[1-\sum\limits_{B\cap C\neq\varnothing} m_{1\Sigma}(\bar{B})^{w_1}\cdot m_{2\Sigma}(\bar{C})^{w_2}\right]} \\ &= \frac{1-\sum\limits_{B\cap C=A}(1-m_1(B))^{w_1}\cdot(1-m_2(C))^{w_2}}{\sum\limits_{B\cap C\neq\varnothing}\left[1-\sum\limits_{B\cap C\neq\varnothing}(1-m_1(B))^{w_1}\cdot(1-m_2(C))^{w_2}\right]} \end{aligned} \tag{12}$$

同样,如果辨识框架 Θ 上存在多条证据 $m_i, i=1,2,\cdots$,则加权证据组合规则修正为

$$\begin{aligned} m(A) &= \frac{1-\sum\limits_{\bigcap_{i=1} B_i=A}\prod\limits_{i=1} m_{i\Sigma}(\bar{B}_i)^{w_i}}{\sum\limits_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\left[1-\sum\limits_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\prod\limits_{i=1} m_{i\Sigma}(\bar{B}_i)^{w_i}\right]} \\ &= \frac{1-\sum\limits_{\bigcap_{i=1} B_i=A}\prod\limits_{i=1}(1-m_i(B_i))^{w_i}}{\sum\limits_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\left[1-\sum\limits_{\bigcap_{i=1} B_i\neq\varnothing}\prod\limits_{i=1}(1-m_i(B_i))^{w_i}\right]}, \sum_{i=1} w_i = 1 \end{aligned} \tag{13}$$

这里给出一种证据权重判定的准则,利用证据冲突度决定证据权重,若某条证据与其他证据的冲突度较大,则在组合过程中此条证据的权重理应减小,即证据权重与证据冲突度成反向关系. 为此定义证据权重为归一化的证据冲突度的倒数.

定义 4: 记辨识框架 Θ 上的证据间的冲突度为 $conf_i, i=1,2,\cdots,n$, $w_i, i=1,2,\cdots,n$ 为证据权重,满足下列表达式

$$w_i = \begin{cases} \dfrac{1/conf_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} 1/conf_i}, & conf_i \neq 0 \\ \dfrac{1}{n}, & conf_i = 0 \end{cases} \tag{14}$$

实际上如果 $conf_i=0, i=1,2,\cdots,n$,可以去掉证据权重,直接利用不带有证据权重的互补证据组合规则进行融合.

3.4　修正的证据组合规则

上述讨论的互补证据组合规则都是在证据命题为单类命题时的组合规则,如果证据命题存在复合类命题则上述组合规则可能出现矛盾.

例 2: 辨识框架 $\Theta=\{\theta_1,\theta_2\}$,两条独立证据分别为

$$m_1(\theta_1)=0.6, m_1(\theta_2)=0.2, m_1(\theta_1\theta_2)=0.2$$
$$m_2(\theta_1)=0.2, m_2(\theta_2)=0.4, m_2(\theta_1\theta_2)=0.4$$

此时,存在 $\theta_1\theta_2$ 的复合类命题的信度,如果利用之前定义的互补证据组合规则进行融合,这会有下述结果.

利用组合规则融合 θ_1 的信度,组合公式中的分子为

$$1-\left[\begin{matrix}(1-0.6)\times(1-0.2)+(1-0.6)\times(1-0.4)+\\(1-0.2)\times(1-0.2)+(1-0.2)\times(1-0.4)\end{matrix}\right]$$

$=-0.68$,分子为负数,显然是错误的,此时之前定义的互补证据组合规则失效. 为此需要对证据组合规则进行修正,以能够合理地组合复合类命题.

由于提出的互补证据组合规则在单类命题组合时的融合结果较好,为此寻求将复合类命题转化为单类命题之后再利用组合规则进行融合,而 TBM 模型为复合类命题与单类命题之间的转化构建了桥梁,因此,基于 TBM 修正存在复合类命题的证据组合规则.

定义 5: 记辨识框架 Θ 上的两条证据对幂集空间命题的 BBA 分别为 m_1 和 m_2, $A,B,C\subseteq\Theta$, $[m_1\oplus m_2]_T$ 为证据组合规则,满足

$$\begin{aligned} m(A) &= [m_1\oplus m_2]_T(A) \\ &= \frac{1-(1-\mathrm{BetP}_{m_1}(A))\cdot(1-\mathrm{BetP}_{m_2}(A))}{\sum\limits_{B\cap C\neq\varnothing}\left[1-(1-\mathrm{BetP}_{m_1}(B))\cdot(1-\mathrm{BetP}_{m_2}(C))\right]} \end{aligned} \tag{15}$$

其中, $\mathrm{BetP}_{m_1}(A)$ 和 $\mathrm{BetP}_{m_2}(A)$ 分别为单类命题 A 在证据 m_1 和 m_2 条件下的 Pignistic 概率转换,

$$\mathrm{BetP}_{m_1}(A) = \sum_{A\subseteq B, \forall B\in 2^\Theta}\frac{|A\cap B|}{|B|}\frac{m_1(B)}{1-m_1(\varnothing)}$$

$$= \sum_{A \subseteq B, \forall B \in 2^{\Theta}} \frac{1}{|B|} \frac{m_1(B)}{1 - m_1(\varnothing)}, m_1(\varnothing) \neq 1 \tag{16}$$

$$\mathrm{BetP}_{m_2}(A) = \sum_{A \subseteq B, \forall B \in 2^{\Theta}} \frac{|A \cap B|}{|B|} \frac{m_2(B)}{1 - m_2(\varnothing)}$$
$$= \sum_{A \subseteq B, \forall B \in 2^{\Theta}} \frac{1}{|B|} \frac{m_2(B)}{1 - m_2(\varnothing)}, m_2(\varnothing) \neq 1 \tag{17}$$

通过式(17)得知,修正的组合规则首先将证据中的复合类命题信度通过 TBM 转化为其包含的单类命题的 Pignistic 概率,之后再利用提出的互补证据组合规则对转化后的单类命题进行信度融合. 上述方法在单类命题、复合类命题以及单类与复合类命题共同存在的证据融合过程中都是适用的,是一种广义的证据组合规则.

同样,如果辨识框架 Θ 上存在多条证据 $m_i, i = 1, 2, \cdots$,则修正的证据组合规则表示为

$$m(A) = \frac{1 - \prod_{i=1} (1 - \mathrm{BetP}_{m_i}(A))}{\sum_{\bigcap_{i=1} B_i \neq \varnothing} \left[1 - \prod_{i=1} (1 - \mathrm{BetP}_{m_i}(B_i))\right]} \tag{18}$$

3.3 节中带有权重信息的证据组合规则修正为下述表达式

$$m(A) = \frac{1 - (1 - \mathrm{BetP}_{m_1}(A))^{w_1} \cdot (1 - \mathrm{BetP}_{m_2}(A))^{w_2}}{\sum_{B \cap C \neq \varnothing} \left[1 - (1 - \mathrm{BetP}_{m_1}(B))^{w_1} \cdot (1 - \mathrm{BetP}_{m_2}(C))^{w_2}\right]},$$
$$w_1 + w_2 = 1 \tag{19}$$

$$m(A) = \frac{1 - \prod_{i=1} (1 - \mathrm{BetP}_{m_i}(A))^{w_i}}{\sum_{\bigcap_{i=1} B_i \neq \varnothing} \left[1 - \prod_{i=1} (1 - \mathrm{BetP}_{m_i}(B_i))^{w_i}\right]}, \sum_{i=1} w_i = 1 \tag{20}$$

4 多传感器目标融合识别算例验证

4.1 仿真环境

本节采用一多传感器目标融合识别算例对本文提出的新的证据组合规则进行验证. 假设多传感器系统对空中目标进行侦察识别,得到三类可能的识别目标,分别记为 A, B, C,融合中心融合来自 5 类传感器(S1-S5)的辨识结果进行融合判决. 即辨识框架为 $\Theta = \{A, B, C\}$,融合证据为 $m_1, \cdots, m_5$. 五类传感器的辨识结果用 BBA 表示,如表 1 所示.

表 1 五个传感器独立判决 BBA

	A	B	C	AC
m_1	0.41	0.29	0.3	0
m_2	0	0.9	0.1	0
m_3	0.58	0.07	0	0.35
m_4	0.55	0.1	0	0.35
m_5	0.6	0.1	0	0.3

4.2 仿真结果与分析

现利用本文提出的新的证据组合规则与 Dempster 组合规则,李烨方法,向阳方法,孙全方法,张山鹰加权分配冲突法,Yager 组合规则,DP 组合规则,Smets 组合规则,Lefevre 组合规则和 PCR5 规则,对上述证据进行融合对比分析,融合过程中对证据进行逐个融合,即首先融合 m_1 和 m_2,再依次增加一个证据直至五个证据融合完毕,得到的融合结果如表 2 所示.

表 2 不同的组合规则融合对比表

融合规则	m_1, m_2	m_1, m_2, m_3	m_1, m_2, m_3, m_4	m_1, m_2, m_3, m_4, m_5
Dempster	$m(A)=0$ $m(B)=0.8969$ $m(C)=0.1031$	$m(A)=0$ $m(B)=0.6575$ $m(C)=0.3425$	$m(A)=0$ $m(B)=0.3321$ $m(C)=0.6679$	$m(A)=0$ $m(B)=0.1422$ $m(C)=0.8578$
李烨方法	$m(A)=0$ $m(B)=0.8969$ $m(C)=0.1031$	$m(A)=0$ $m(B)=0.7768$ $m(C)=0.2232$	$m(A)=0$ $m(B)=0.6654$ $m(C)=0.3346$	$m(A)=0$ $m(B)=0.5700$ $m(C)=0.4300$
向阳方法	$m(A)=0$ $m(B)=0.8969$ $m(C)=0.1031$	$m(A)=0$ $m(B)=0.7768$ $m(C)=0.0508$ $m(AC)=0.1724$	$m(A)=0.2222$ $m(B)=0.3640$ $m(C)=0.0417$ $m(AC)=0.3721$	$m(A)=0.5788$ $m(B)=0.0757$ $m(C)=0.0130$ $m(AC)=0.3325$
孙全方法	$m(A)=0.0715$ $m(B)=0.4686$ $m(C)=0.0098$ $m(\Theta)=0.3601$	$m(A)=0.3747$ $m(B)=0.1401$ $m(C)=0.0501$ $m(AC)=0.1794$ $m(\Theta)=0.2556$	$m(A)=0.6564$ $m(B)=0.0603$ $m(C)=0.0219$ $m(AC)=0.1980$ $m(\Theta)=0.0634$	$m(A)=0.8310$ $m(B)=0.0230$ $m(C)=0.0080$ $m(AC)=0.1115$ $m(\Theta)=0.0265$

续表

融合规则	m_1,m_2	m_1,m_2,m_3	m_1,m_2,m_3,m_4	m_1,m_2,m_3,m_4,m_5
张山鹰加权分配冲突法	$m(A)=0.205$ $m(B)=0.595$ $m(C)=0.2$	$m(A)=0.4284$ $m(B)=0.3325$ $m(C)=0.1350$ $m(AC)=0.1041$	$m(A)=0.5928$ $m(B)=0.2163$ $m(C)=0.0911$ $m(AC)=0.0998$	$m(A)=0.7153$ $m(B)=0.1581$ $m(C)=0.0592$ $m(AC)=0.0674$
Yager	$m(A)=0$ $m(B)=0.261$ $m(C)=0.03$ $m(\Theta)=0.709$	$m(A)=0.4112$ $m(B)=0.0679$ $m(C)=0.0105$ $m(AC)=0.2482$ $m(\Theta)=0.2622$	$m(A)=0.6508$ $m(B)=0.033013$ $m(C)=0.00367$ $m(AC)=0.178633$ $m(\Theta)=0.133872$	$m(A)=0.77323$ $m(B)=0.01669$ $m(C)=0.0011$ $m(AC)=0.09375$ $m(\Theta)=0.11523$
DP	$m(A)=0$ $m(B)=0.261$ $m(C)=0.03$ $m(AB)=0.369$ $m(AC)=0.041$ $m(BC)=0.299$	$m(A)=0.36695$ $m(B)=0.06503$ $m(C)=0.11515$ $m(AB)=0.15138$ $m(AC)=0.03175$ $m(BC)=0.0021$ $m(\Theta)=0.26764$	$m(A)=0.6311615$ $m(B)=0.048615$ $m(C)=0.0410375$ $m(AB)=0.0724615$ $m(AC)=0.168119$ $m(BC)=0.011515$ $m(\Theta)=0.0270905$	$m(A)=0.7503864$ $m(B)=0.0159682$ $m(C)=0.01576575$ $m(AB)=0.09228515$ $m(AC)=0.08318535$ $m(BC)=0.00410375$ $m(\Theta)=0.0383054$
Smets	$m(A)=0$ $m(B)=0.261$ $m(C)=0.03$ $m(\varnothing)=0.709$	$m(A)=0$ $m(B)=0.01827$ $m(C)=0.0105$ $m(\varnothing)=0.97123$	$m(A)=0$ $m(B)=0.001827$ $m(C)=0.003675$ $m(\varnothing)=0.994498$	$m(A)=0$ $m(B)=0.0001827$ $m(C)=0.0011025$ $m(\varnothing)=0.9987148$
Lefevre	$m(A)=0.17725$ $m(B)=0.43825$ $m(C)=0.20725$ $m(\varnothing)=0.17725$	$m(A)=0.310587$ $m(B)=0.179642$ $m(C)=0.218282$ $m(AC)=0.1457445$ $m(\varnothing)=0.1457445$	$m(A)=0.394547945$ $m(B)=0.132983845$ $m(C)=0.191418345$ $m(AC)=0.16603022$ $m(\varnothing)=0.115019645$	$m(A)=0.4599680402$ $m(B)=0.1181732742$ $m(C)=0.1623003932$ $m(AC)=0.1546839557$ $m(\varnothing)=0.1048748897$
PCR5	$m(A)=0.1484$ $m(B)=0.7386$ $m(C)=0.1130$	$m(A)=0.3884$ $m(B)=0.4734$ $m(C)=0.0551$ $m(AC)=0.0831$	$m(A)=0.5936$ $m(B)=0.2791$ $m(C)=0.0240$ $m(AC)=0.1033$	$m(A)=0.7752$ $m(B)=0.1370$ $m(C)=0.0082$ $m(AC)=0.0796$
本文	$m(A)=0.2399$ $m(B)=0.5436$ $m(C)=0.2165$	$m(A)=0.4669$ $m(B)=0.3302$ $m(C)=0.2029$	$m(A)=0.5357$ $m(B)=0.2493$ $m(C)=0.2149$	$m(A)=0.5736$ $m(B)=0.2105$ $m(C)=0.2159$

注:Lefevre 组合规则和张山鹰加权分配冲突法计算过程中分配系数根据目标焦元平均分配冲突信息.

通过表 2 的融合结果得知,通过融合 5 类传感器的证据,除 Dempster 组合规则、李烨方法和 Smets 组合规则外,其余组合规则均判定融合结果为 A 类目标. Smets 组合规则、李烨方法与 Dempster 组合规则一样,当冲突证据存在时,其乘性策略会导致“一票否决”现象,因此当证据 m_2 与其他证据具有较大冲突时,融合 m_1 与 m_2 会导致焦元 A 信度为 0,不管其他证据如何,焦元 A 的信度不再改变. 并且 Smets 组合规则将冲突信息完全赋给空集,会导致在逐步融合过程中,冲突的信度越来越大,根本无法做出判决,融合失效. 因此在冲突证据存在的条件下,Smets 组合规则、李烨方法与 Dempster 组合规则得不到正确结果,此时应避免采用 Smets 组合规则、李烨方法与 Dempster 组合规则进行融合.

对比通过融合得到正确结果的向阳方法,孙全方法,张山鹰方法,Yager,DP,Lefevre,PCR5 和本文提出的证据组合规则,除本文组合规则外,其余组合规则都在融合过程中出现了新焦元及复合类焦元的信度,使得分类识别问题变得更为复杂,融合的目的是通过 5 类传感器上报的独立判决在已知可能目标 A,B,C 中识别出真实目标,而不是通过融合后还存在不知是 A 类或者 C 类目标的复合类情况,并且孙全方法,Yager,DP 和 Lefevre 组合规则还出现了新的复合识别类 $\Theta,AB,BC,\varnothing$ 等情况,尽管这些复合类都在辨识框架内,但是与实际分类识别情况不符. 本文组合规则却很好地克服了上述缺点,在融合过程中分类识别目标清晰明了,结果正确.

此外,当冲突证据 m_2 存在时,仅通过融合 m_1 与 m_2,向阳方法,Yager 和 DP 组合规则并没有及时解决冲突融合问题,而是通过逐步的附加证据才得到正确结果. 相比之下,孙全方法,张山鹰方法,Lefevre,PCR5 和本文提出的证据组合规则就及时地处理了冲突证据,避免出现违背常理的结果. 并且相比 PCR5 组合规则,本文方法的收敛速度快,在融合到证据 m_3 时就得到了正确识别类,而 PCR5 则需融合到 m_4 才得到正确的结果,此外相比其他组合规则,本文方法计算量小,易于实现. 因此通过上述算例对比分析得知,本文方法具有简单、清晰、准确、稳定和快速识别的优势.

此外,由于本文方法在融合复合类证据时先进行概率转换,因此没有出现新焦元及复合类焦元的结果,而其他方法均出现. 为进一步对比在经概率转换后其他方法的融合性能,将表 1 数据进行概率转化后再依次进行融合. 通过分析文中所述的组合规则发现,除 Dempster 法,向阳方法,张山鹰法和 PCR5 法四种组合规则外,其余组合规则无论是否经过概率转换都会出现新焦元、复合类焦元或者空集的结果,因此仅对这四种方法的进行对比分析,结果如表 3 所示.

表 3 概率转换后不同的组合规则融合对比表

融合规则	m_1,m_2	m_1,m_2,m_3	m_1,m_2,m_3,m_4	m_1,m_2,m_3,m_4,m_5
Dempster	$m(A)=0$ $m(B)=0.8969$ $m(C)=0.1031$	$m(A)=0$ $m(B)=0.7768$ $m(C)=0.2232$	$m(A)=0$ $m(B)=0.6654$ $m(C)=0.3346$	$m(A)=0$ $m(B)=0.5700$ $m(C)=0.4300$
向阳方法	$m(A)=0$ $m(B)=0.8969$ $m(C)=0.1031$	$m(A)=0$ $m(B)=0.7768$ $m(C)=0.2232$	$m(A)=0$ $m(B)=0.6654$ $m(C)=0.3346$	$m(A)=0$ $m(B)=0.5700$ $m(C)=0.4300$
张山鹰 加权分配 冲突法	$m(A)=0.205$ $m(B)=0.595$ $m(C)=0.2$	$m(A)=0.4800$ $m(B)=0.3325$ $m(C)=0.1875$	$m(A)=0.6025$ $m(B)=0.2163$ $m(C)=0.1812$	$m(A)=0.6783$ $m(B)=0.1581$ $m(C)=0.1656$
PCR5	$m(A)=0.1484$ $m(B)=0.7386$ $m(C)=0.1130$	$m(A)=0.4871$ $m(B)=0.4383$ $m(C)=0.0746$	$m(A)=0.7034$ $m(B)=0.2309$ $m(C)=0.0657$	$m(A)=0.8538$ $m(B)=0.0976$ $m(C)=0.0486$

通过对比结果,也能够得到一些有趣的结果. 比如经过 Pignistic 概率转换后融合的 Dempster 方法和向阳方法的计算结果与不需要经过 Pignistic 概率转换后融合的李烨方法一致,通过分析不难发现其中的关系,即向阳法,李烨法在进行冲突信度分配时采用的都是一种 Jaccard 分配系数进行分配,其本质与 Pignistic 概率转换是一致的,因此李烨法本身即是经过 Pignistic 概率转换后的 Dempster 组合规则. 此外,概率转换后的 Dempster 组合规则和向阳方法没有得到正确的识别结果,也没能处理证据冲突的"一票否决"问题. 而张山鹰法和 PCR5 规则与表 2 中的本文方法一致得到了正确的结果,这两种方法本质上是一种按比例分配冲突信度的方法,尽管得到正确的结果,但是不满足结合律. 而本文方法是按另一种思路,基于集成算子的思想进行证据融合.

5 结语

本文通过分析现有证据组合规则的不足,不再采用现有主观分配冲突信息修正 Dempster 组合规则的思路,也没有采用 Dempster 组合规则纯乘性策略融合的方法. 而是从逆向处理的思维提出了一种证据组合新思路,一方面解决了冲突证据的融合,不会出现 Zadeh 悖论,另一方面不再存在"一票否决"的现象. 新的证据组合规则既满足交换律又满足结合律,从广义角度讲更类似于一类"加性集成算子",因此克服了对冲突证据的敏感性,更能够体现群决策融合的思想. 并且将冲突信息转化为证据权重直接融合处理,并没有主观分配冲突信度,得到的结果更客观合理. 通过多传感器融合识别算例,体现了新的组合规则易于计算,结果清晰、准确度高、稳定性好和快速收敛的优点.

参考文献

[1] A P Dempster. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping[J]. The Annals of Mathematical Statistics,1967,38(2):325 - 339.

[2] G Shafer. A Mathematical Theory of Evidence[M]. Princeton,NJ:Princeton University Press,1976.

[3] T Denoeux. 40 years of Dempster-Shafer theory[J]. International Journal of Approximate Reasoning,2016,79:1 - 6.

[4] G Shafer. A mathematical theory of evidence turns 40[J]. International Journal of Approximate Reasoning,2016,79:7 - 25.

[5] Deng Yong,Jiang Wen,Xu Xiao-bin,et al. Determining BPA under uncertainty environments and its application in data fusion[J]. Chinese Journal of Electronics,2009,26(1):13 - 17.

[6] 许培达,韩德强,邓勇. 一种基本概率赋值转换为概率的最优化方法[J]. 电子学报,2011,39(3A):121-125.
XU Pei-da, HAN De-qiang, DENG Yong. An optimal transformation of basic probability assignment to probability[J]. Acta Electronica Sinica,2011,39(3A):121-125. (in Chinese)

[7] 康兵义,李娅,邓勇,等. 基于区间数的基本概率指派生成方法及应用[J]. 电子学报,2012,40(6):1093-1096.
KANG Bing-yi, LI Ya, DENG Yong, et al. Determination of basic probability assignment based on interval numbers and its application[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(6):1093-1096. (in Chinese)

[8] Sun Gui-dong, Guan Xin, Yi Xiao, et al. Conflict evidence measurement based on the weighted separate union kernel correlation coefficient[J]. IEEE ACCESS, 2018, 6:30458-30472.

[9] P Smets, R Kennes. The transferable belief model[J]. Artificial Intelligence, 1994, 66(2):191-234.

[10] A L Jousselme, D Grenier, E Bosseé. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion, 2001, 2(2):91-101.

[11] Hu Li-Fang, Guan Xin, Deng Yong, et al. Measuring conflict functions in generalized power space[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(1):65-73.

[12] R R Yager. On the dempster-shafer framework and new combination rules[J]. Information Sciences, 1987, 41(2):93-137.

[13] D Dubois, H Prade. Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures[J]. Computational Intelligence, 1988, 4(3):244-264.

[14] E Lefevre, O Colot, P Vannoorenberghe. Belief functions combination and conflict management[J]. Information Fusion, 2002, 3(2):149-162.

[15] F Smarandache, J Dezert. Advances and Applications of DSmT for Information Fusion[M]. American Research Press, Rehoboth, USA, Vol. 1, Vol. 2, Vol. 3, Vol. 4, 2004/2006/2009/2015.

[16] 向阳,史习智. 证据理论合成规则的一点修正[J]. 上海交通大学学报,1999,33(3):357-360.
XIANG Yang, SHI Xi-zhi. Modification on combination rules of evidence theory[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1999, 33(3):357-360. (in Chinese)

[17] 李烨,王亚刚,许晓鸣. 证据融合的聚焦与冲突处理研究[J]. 系统工程与电子技术,2012,34(6):1113-1119.
LI Ye, WANG Ya-nan, XU Xiao-ming. Research on convergence and conflict treatment in evidence fusion[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(6):1113-1119. (in Chinese)

[18] 孙全,叶秀清,顾伟康. 一种新的基于证据理论的合成公式[J]. 电子学报,2000,28(8):117-119.
SUN Quan, YE Xiu-qing, GU Wei-kang. A new combination rules of evidence theory[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(8):117-119. (in Chinese)

[19] 张山鹰,潘泉,张洪才. 证据推理冲突问题研究[J]. 航空学报,2001,22(4):369-372.
ZHANG Shan-ying, PAN Quan, ZHANG Hong-cai. Conflict Problem of Dempster-Shafer evidence theory[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2001, 22(4):369-372. (in Chinese)

[20] Liu Zhun-Ga, Pan Quan, J Dezert, et al. Combination of classifiers with optimal weight based on evidential reasoning[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018. 26(3):1217-1230

[21] Sun Gui-dong, Guan Xin, Yi Xiao, et al. Belief intervals aggregation[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2018, doi:10.1002/int.22046.

[22] Zhou Mi, Liu Xin-bao, Chen Yu-wang, et al. Evidential reasoning rule for MADM with both weights and reliabilities in group decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 143:142-161.

[23] Sun Lin, Wang Yan-zhang. A multi-attribute fusion approach extending Dempster-Shafer theory for combinatorial-type evidences[J]. Expert Systems With Applications, 2018, 96:218-229.

[24] Zheng Hao-yang, Deng Yong, Hu Yong. Fuzzy evidential influence diagram and its evaluation algorithm[J]. Knowledge-Based Systems, 2017, 131:28-45.

[25] Chen Sheng-Qun, Wang Ying-Ming, Shi Hai-Liu, et al. Alliance-based evidential reasoning approach with unknown evidence weights[J]. Expert Systems with Applications, 2017, 78:193-207.

作者简介

孙贵东 男,1989 年 3 月出生,山东荣成人,博士研究生. 主要研究方向为智能数据挖掘,模糊识别与决策.
E-mail:sdwhsgd@163.com

关 欣(通信作者) 女,1978 年 9 月出生,辽宁锦州人,博士、教授、博士生导师,"泰山学者"特聘专家,中国指挥与控制学会理事,中国航空学会青年工作委员会副主任委员,主要研究方向为智能信息处理,多源信息融合.
E-mail:gxtongwin@163.com