

基于 Kaczmarz 迭代的大规模 MIMO 系统低复杂度软输出信号检测

申 滨¹, 赵书锋¹, 黄龙杨²

(1. 重庆邮电大学, 重庆 400065; 2. 中国民用航空飞行学院, 四川德阳 618300)

摘 要: 大规模 MIMO 系统上行链路中, 最小均方误差 (MMSE) 算法能获得接近最优的线性检测性能, 但是涉及复杂度较高的矩阵求逆运算. 本文基于 Kaczmarz 迭代提出一种低复杂度软输出信号检测算法, 在算法实现中避免了矩阵求逆运算, 将实现复杂度由 $\mathcal{O}(K^3)$ 降为 $\mathcal{O}(K^2)$. 同时, 引入了最优松弛参数进一步加快算法收敛, 最后给出了两种用于信道译码的 LLR 的近似计算方法. 仿真结果表明: 所提出的 Kaczmarz 迭代软输出信号检测算法经过两到三次简单的迭代即可较快地收敛, 并达到接近 MMSE 检测算法的误码率性能的水平, 其性能与复杂度均优于基于矩阵近似求逆的一类检测算法.

关键词: 大规模 MIMO; 低复杂度; Kaczmarz 迭代; 松弛参数; 软输出

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)11-2746-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.11.023

Low-Complexity Soft-Output Signal Detection Based on Kaczmarz Method for Uplink Massive MIMO Systems

SHEN Bin¹, ZHAO Shu-feng¹, HUANG Long-yang²

(1. Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

2. Civil Aviation Flight University of China, Deyang, Sichuan 618300, China)

Abstract: For massive MIMO system uplink, conventional minimum mean square error (MMSE) linear detection algorithm can achieve nearly optimal performance, but it involves complicated matrix inversion. A low-complexity detection algorithm based on Kaczmarz method is proposed in this paper, which can circumvent the matrix inverse operation and hence reduce the complexity from $\mathcal{O}(K^3)$ to $\mathcal{O}(K^2)$. Meanwhile, an optimal relaxation parameter is introduced to further accelerate the algorithm convergence, and two approximate methods of log-likelihood ratios (LLR) estimation for channel decoding are given as well. Simulation results verify that the proposed algorithm outperforms the Neumann series expansion algorithms on both bit error ratio (BER) and computational complexity. It converges rapidly and achieves its performance quite close to that of the MMSE algorithm with only a small number of iterations.

Key words: massive MIMO; low-complexity; Kaczmarz; relaxation parameter; soft decision

1 引言

多输入多输出 (Multiple-input Multiple-output, MIMO) 技术^[1]可以在不增加系统带宽和发射功率的前提下, 大幅度地提高无线通信系统的容量, 有效地解决频谱资源日益紧张和容量需求急剧增长之间的矛盾^[2-4]. 与传统 MIMO 系统相比, 大规模 MIMO 无线通信系统在基站端配置多达上百根的天线阵列来同时服务多个单天

线终端用户, 能够使无线系统的频谱利用率和能量效率得到两到三个数量级的提升^[5,6], 目前已成为 5G 最具潜力的使能技术之一. 最大似然 (maximum likelihood, ML) 算法是目前 MIMO 系统信号检测的最优算法, 但是其计算复杂度随着天线数目和基带信号调制阶数的增长而呈指数级上升, 在实际的应用中尤其在大规模 MIMO 系统中难以有效地实现^[7]. 因此, 近年来提出了近似最优的检测算法, 包括主动禁忌搜索 (reactive tabu

search, RTS) 算法^[8]及似然上升搜索(likelihood ascent search, LAS)算法^[9],但以上两种算法在高阶调制系统下性能并不理想. 受益于大规模 MIMO 系统天线数量的大量增加,简单的线性检测算法如迫零(zero forcing, ZF)和最小均方误差(minimum mean square error, MMSE)估计法被证明能够获得接近最优的检测性能,在收发天线比值较大时尤为如此. 然而这些检测算法均涉及到复杂度较高($\mathcal{O}(K^3)$)的高维矩阵求逆运算,在实际应用中难以快速有效地实施.

近年来,相继提出了基于 MMSE 准则的低复杂度信号检测算法,大致分为三种类型(见表 1):第一类为矩阵近似求逆的方法,如 Neumann 级数展开^[10]、Newton 迭代^[11];第二类为迭代求解线性方程的方法,如理查德森迭代算法(Richardson, RI)^[12]、高斯迭代(Gauss-Seidel, GS)^[13]、雅克比迭代(Jacobi, JC)^[14]、连续超松弛算法(Successive Over-relaxation, SOR)^[15]等. 该类算法通过求解线性方程的方法,直接估计发送矢量,从而避免了高维矩阵的求逆运算;同样地,通过求解线性方程来估计用户发送矢量,第三类算法为基于矩阵梯度搜索的算法,代表算法有共轭梯度法(Conjugate Gradient, CG)^[16]和最速下降法(steepest descent, SD)^[17]. 这类算法利用矩阵梯度搜索的方法,也避开并避免了高维矩阵求逆问题. 从性能方面看,第一类检测性能相对较差且展开级数较高时复杂度又重新上升为 $\mathcal{O}(K^3)$;而当 MMSE 加权矩阵没有某些特殊的性质(如对称正定、严格对角占优)时,第二类和第三类算法可能会失效或者性能骤降.

表 1 基于 MMSE 准则的低复杂度算法

| 算法分类 | 算法名称 | 对比总结 |
|--------|------------------------------|-----------------------------|
| 矩阵近似求逆 | Neumann 级数展开 ^[10] | ①性能相对较差;②展开级数或迭代次数较多时复杂度较高. |
| | Newton 迭代 ^[11] | |
| 求解线性方程 | 理查德森迭代 ^[12] | 加权矩阵特性需满足①对称正定;②严格对角占优. |
| | 高斯迭代 ^[13] | |
| | 雅克比迭代 ^[14] | |
| | 连续对称超松弛迭代 ^[15] | |
| 矩阵梯度搜索 | 共轭梯度 ^[16] | 更新梯度涉及复杂度相对较高 |
| | 最速下降法 ^[17] | |

为此,以 Kaczmarz 迭代的思想为基础,本文提出了一种 MMSE 准则下的软输出信号的检测方案,避免了对矩阵直接求逆运算,在性能逼近理想 MMSE 矩阵求逆算法的同时将复杂度降低为 $\mathcal{O}(K^2)$. 该算法对传统的 Kaczmarz 迭代算法^[18]进行了改进,同时引入了最优松

弛参数进一步加快算法收敛;另外,理论推导了基于 Kaczmarz 迭代的 LLR 精确计算和近似计算的方法,最后通过仿真验证了所提算法的检测性能. 值得说明的是,所提方案主要适用于大规模 MIMO 上行链路系统,在未来的 5G 大规模 MIMO 业务场景^[19]、大规模 MIMO 异构网络场景^[20]和全双工场景^[21]中,皆可作为行之有效的信号检测解决方案.

2 系统模型

考虑的研究对象为 MIMO 上行链路系统,该系统由一个配备 N 根天线的基站和 K 个单天线终端用户组成($N \gg K$),令 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_K]^T$ 表示所有用户同时发送的 $K \times 1$ 维符号,其中 $s_k \in \mathcal{O} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2^Q}\}$ 是来自第 k 个用户发送的符号, \mathcal{O} 是调制符号集, Q 表示基带信号的调制阶数, $\alpha_i = [\alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,Q}]^T$ 为星座图上包含 Q 个比特的第 i 个星座点. 令 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_K]$ 表示信道增益矩阵,这里 $\mathbf{h}_i = [h_{1i}, h_{2i}, \dots, h_{Ni}]^T$ 是第 i 个用户到基站的信道增益向量. 基站端接收到的 $N \times 1$ 维信号矢量可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中, \mathbf{n} 表示 $N \times 1$ 维加性高斯白噪声向量,满足 $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$. 传输信道为瑞利衰落信道,信道矩阵各元素为相互独立、概率特性服从零均值、单位方差的复随机变量,若定义 E_s 为每个用户发射信号的平均功率,则接收端每个接收天线的平均信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)可以定义为:

$$\text{SNR} = 10 \lg \frac{KE_s}{\sigma^2} \quad (2)$$

2.1 MMSE 线性检测

通过线性滤波,接收信号经过加权处理后,基站接收端对用户发送的信号矢量的估计值可以表示为:

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{F}\mathbf{y} \quad (3)$$

其中 \mathbf{F} 表示线性加权矩阵. 如果在接收端使用 MMSE 接收机,则有:

$$\mathbf{F}_{\text{MMSE}} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H}^H = (\mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_K)^{-1} \mathbf{H}^H \quad (4)$$

这里, $\mathbf{G} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 为格拉姆矩阵. 那么则有:

$$\hat{\mathbf{s}}_{\text{MMSE}} = \mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \quad (5)$$

其中, $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}$ 表示匹配滤波信号. 对于硬判决意义的信号检测,对发送信号矢量的估计值通过符号判决直接可以得到用户发送的比特数据.

2.2 对数似然比的计算

经过 MMSE 滤波检测并估计出 $\hat{\mathbf{s}}$ 后,用于信道译码的软信息——比特对数似然比(LLR)可以通过下面的方法计算得到. 令 $\mathbf{U} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{G}$ 表示经过均衡后的等效信道矩阵,通过式(1)和(5)可以得到经过 MMSE 加权矩阵处理之后的均衡信号为:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{s}} &= \mathbf{W}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{s} + \mathbf{W}^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{n} \\ &= \mathbf{U}\mathbf{s} + \mathbf{W}^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{n}\end{aligned}\quad (6)$$

针对第 i 个用户发送的符号估计值有:

$$\hat{s}_i = \mu_i s_i + p_i \quad (7)$$

其中 $\mu_i = [\mathbf{U}]_{ii} = U_{ii}$ 表示均衡后的等效信道增益, p_i 表示均衡后 \hat{s}_i 中所包含的噪声加干扰 NPI (noise plus interference) 项, 其对应的方差可表示为:

$$v_i^2 = \sum_{j \neq i}^K |U_{ji}|^2 + E_{ii}\sigma^2 \quad (8)$$

这里, U_{ji} 和 E_{ii} 分别表示矩阵 \mathbf{U} 的第 (j, i) 个元素和矩阵 \mathbf{E} 的第 i 个对角元素, 其中矩阵 $\mathbf{E} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{H}^H (\mathbf{W}^{-1}\mathbf{H}^H)^H = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{W}^{-1}$. \hat{s}_i 中的第 b 个编码比特的对数似然比 $L_{i,b}$ 近似为:

$$L_{i,b} = Y_i \left(\min_{a \in \mathcal{O}_b^0} \left| \frac{\hat{s}_i}{\mu_i} - a \right|^2 - \min_{a \in \mathcal{O}_b^1} \left| \frac{\hat{s}_i}{\mu_i} - a \right|^2 \right) \quad (9)$$

其中, 系数 $Y_i = \mu_i^2/v_i^2$ 表示第 i 个用户的 SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio), \mathcal{O}_b^0 和 \mathcal{O}_b^1 分别表示第 b 位为 0 和 1 的调制符号半集.

由以上分析可知: 对于 MMSE 加权矩阵 \mathbf{F}_{MMSE} 和均衡后的等效信道增益 μ_i 及 NPI 方差 v_i^2 的计算均需对 \mathbf{W} 进行求逆操作, 其复杂度高达 $\mathcal{O}(K^3)$, 构成了检测算法实现复杂度的主要成分. 为了避免对矩阵的直接求逆操作, 降低实现复杂度, 本文提出一种基于 MMSE 准则的、适用于大规模 MIMO 系统上行链路的低复杂度软输出信号检测方案.

3 基于 Kaczmarz 迭代改进的检测算法

3.1 基于 Kaczmarz 迭代的信号检测

Kaczmarz 算法^[18]是一种求解形如 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 大型超定线性方程的迭代算法, 这里的 \mathbf{A} 为 $N \times M$ 维矩阵 ($N \geq M$), \mathbf{x} 为 $M \times 1$ 维解向量, \mathbf{b} 为 $N \times 1$ 维测量向量. 该算法被广泛应用于各种领域, 其中在计算机断层扫描中也被称为代数重建技术 (Algebraic Reconstruction Technique, ART)^[22]. Kaczmarz 算法的思想主要是以循环的方式遍历矩阵 \mathbf{A} 的行向量 \mathbf{a}_k , 在每个子步骤中将上一次迭代的结果 $\hat{\mathbf{x}}_{t,k-1}$ 正交地投影到与该行向量 \mathbf{a}_k 相关的超平面 $\langle \mathbf{a}_k, \mathbf{x} \rangle = b_k$ 上. 在给定初始解 $\hat{\mathbf{x}}_0$ 之后, Kaczmarz 算法求解线性方程可以表述为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t,k} = \hat{\mathbf{x}}_{t,k-1} + \frac{b_k - \langle \mathbf{a}_k, \hat{\mathbf{x}}_{t,k-1} \rangle}{\|\mathbf{a}_k\|_2^2} \mathbf{a}_k \quad (10)$$

其中, $t = 1, 2, \dots, T$ 为外迭代次数, 每次对矩阵 \mathbf{A} 的所有行向量完成一次遍历后, t 的值增加 1; $k = 1, 2, \dots, N$ 为子步骤迭代次数或者内部迭代, 每执行一次式 (10) 后 k 的值增加 1; b_k 为 \mathbf{b} 的第 k 个元素, $\|\mathbf{a}_k\|_2^2$ 表示向量 \mathbf{a}_k 的范数.

为了将 Kaczmarz 算法运用到大规模 MIMO 信号检

测中, 对式 (5) 进行变换可以得到:

$$\mathbf{W}\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{y}} \quad (11)$$

由此目标问题由矩阵求逆转化成了求解线性方程的问题. 运用 Kaczmarz 迭代对用户发送矢量可估计为:

$$\hat{\mathbf{s}}_{t,k} = \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} + \frac{\hat{y}_k - \langle \mathbf{w}_k, \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} \rangle}{\|\mathbf{w}_k\|_2^2} \mathbf{w}_k \quad (12)$$

具体步骤如算法 1:

算法 1 基于 Kaczmarz 检测算法步骤

输入: $\mathbf{y}, \mathbf{H}, \sigma^2, M$ (迭代次数)

初始化:

1: 计算 $\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{W}$

2: 设置 $\hat{\mathbf{s}}_0$ 为零向量, $t = 0, k = 1$

for $t = 1 : M$

for $k = 1 : K$

3: $\hat{\mathbf{s}}_{t,k} = \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} + \frac{\hat{y}_k - \langle \mathbf{w}_k, \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} \rangle}{\|\mathbf{w}_k\|_2^2} \mathbf{w}_k$

4: $k = k + 1$

end for

5: $t = t + 1$

end for

输出: $\hat{\mathbf{s}}_{M,K}$

传统的 Kaczmarz 算法在求解 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 的过程中, 执行每次外部迭代时通过行下标升序的方式对 \mathbf{A} 的行向量 \mathbf{a}_k 进行遍历, 文献 [18] 提出的对称 Kaczmarz 算法, 在执行内部迭代的时候, 先对矩阵 \mathbf{A} 的行下标 k 进行升序遍历, 之后再通过降序的方式进行遍历, 在每次外部迭代中共执行 $(2K - 1)$ 次子迭代, 即有:

$$k = 1, 2, \dots, K - 1, K, K - 1, \dots, 2, 1 \quad (13)$$

以上两种 Kaczmarz 算法都是在对下标 k 的选取上按照给定的顺序进行遍历 \mathbf{a}_k , 即下标升序或者降序. 文献 [23] 基于传统的 Kaczmarz 算法提出了通过随机选取 \mathbf{a}_k 进行遍历 \mathbf{A} 所有行向量的 Randomized Kaczmarz 算法, 该方法的收敛速度已经被证明要快于升序或者降序的方法.

3.2 改进的 Kaczmarz 软输出信号算法检测

将 Kaczmarz 算法应用到大规模 MIMO 系统中, 其性能有待进一步地提升或优化.

3.2.1 基于范数排序的 Kaczmarz 迭代

本节提出一种基于范数排序的遍历方案, 对于行向量的选取与其相关性成正比, 更确切地说, 与该行向量的欧几里得范数的平方成正比. 由此, 首先对矩阵 \mathbf{W} 的行向量 \mathbf{w}_k 的范数 $\|\mathbf{w}_k\|_2^2$ 通过降序的方式进行排序, 得到对应的下标集为 $o(k) = \{k_1, k_2, \dots, k_K\}$, 然后依次选取排序后的下标索引进行遍历, 式 (12) 可表示为:

$$\hat{\mathbf{s}}_{t,k} = \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} + \frac{\hat{y}_{o(k)} - \langle \mathbf{w}_{o(k)}, \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} \rangle}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{w}_{o(k)} \quad (14)$$

通过先遍历相关性较大的超平面方程, 可以获得比基于传统遍历方式的 Kaczmarz 算法更快的收敛速度.

3.2.2 松弛参数的引入

定义 $\omega_{t,k}$ 为松弛参数, 式(14)可以表示为:

$$\hat{\mathbf{s}}_{t,k} = \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} + \omega_{t,k} \frac{\hat{\mathbf{y}}_{o(k)} - \langle \mathbf{w}_{o(k)}, \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} \rangle}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{w}_{o(k)}^T \quad (15)$$

由于 Kaczmarz 算法的收敛速度仅取决于矩阵 \mathbf{W} 的条件数, 且对于任意 t 和 k , 当 $\omega = \omega_{t,k} \in (0, 2)$ 算法收敛^[18,24]. 上式可以进一步改造为:

$$\hat{\mathbf{s}}_{t,k} = \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} + \omega \frac{\hat{\mathbf{y}}_{o(k)} - \langle \mathbf{w}_{o(k)}, \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} \rangle}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{w}_{o(k)}^T \quad (16)$$

传统的 Kaczmarz 算法中一般设置 $\omega = 1$, 为了加快算法的收敛, 在实验中发现最优松弛参数 ω_{opt} 可以设置为:

$$\omega_{\text{opt}} = 1 + \lambda_{\min} / \lambda_{\max} \quad (17)$$

这里 λ_{\min} 和 λ_{\max} 分别表示矩阵 \mathbf{W} 的最小和最大特征值.

在大规模 MIMO 系统中随着基站天线和用户数的增加, 在较高信噪比下, 加权矩阵 \mathbf{W} 的特征值服从 Marchenko-Pastur 分布^[2], 并且 \mathbf{W} 的最小和最大特征值分别收敛于:

$$\lambda_{\min} \rightarrow N \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right)^2 \quad (18)$$

$$\lambda_{\max} \rightarrow N \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right)^2 \quad (19)$$

其中 $\alpha = N/K$. 由此, 一旦系统基站天线和用户数确定, 算法的最优松弛参数(即式(17))也可以随之确定为:

$$\omega_{\text{opt}} \rightarrow 2 - \frac{4\sqrt{\alpha}}{1 + \alpha + 2\sqrt{\alpha}} \quad (20)$$

3.2.3 初始值的选取

初始值 $\hat{\mathbf{s}}_0$ 通常设定为零向量, 为了减少算法收敛所需要的迭代次数, 提高检测性能, 给出一种粗略的初始估计值. 对于大规模 MIMO 上行链路系统, 由于基站天线数量要远大于用户数, 格拉姆矩阵 $\mathbf{G} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 具有对称正定、对角占优的特性, 并且根据信道硬化现象^[25]有 $\mathbf{G} \approx N \mathbf{I}_K$, 进一步地, 可以得到 $\mathbf{W}^{-1} \approx \mathbf{D}^{-1} \approx (N + \sigma^2)^{-1} \mathbf{I}_K \approx N^{-1} \mathbf{I}_K$, 这里 \mathbf{D} 表示 \mathbf{W} 的对角阵, 于是可设置式(16)的初始解为:

$$\hat{\mathbf{s}}_0 = \mathbf{D}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \approx \frac{1}{N} \mathbf{I}_K \hat{\mathbf{y}} \quad (21)$$

3.3 对数似然比的计算

3.3.1 精确似然比计算方法

通过迭代运算, 解向量 $\hat{\mathbf{s}}_{t,k}$ 逐渐收敛到方程的解 $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{y}}$, 所以每次迭代应存在对应的矩阵 $\hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1}$, 最为直接的方法是利用 Kaczmarz 算法在每次迭代后估计出 $\hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1}$, 由式(5)和式(16)有:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{t,k} &= \hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \\ &= \hat{\mathbf{W}}_{t,k-1}^{-1} \hat{\mathbf{y}} + \omega \frac{\mathbf{e}_{o(k)}^T \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}_{o(k)}^T \hat{\mathbf{W}}_{t,k-1}^{-1} \hat{\mathbf{y}}}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{w}_{o(k)}^T \end{aligned} \quad (22)$$

这里 \mathbf{e}_i^T 表示第 i 个单位行向量, 针对 $\hat{\mathbf{s}}_{t,k}$ 中的第 $o(k)$ 个元素 $\hat{s}_{o(k),t,k}$ 有:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{o(k),t,k} &= \hat{\mathbf{w}}_{o(k),t,k}^T \hat{\mathbf{y}} \\ &= \hat{\mathbf{w}}_{o(k),t,k-1}^T \hat{\mathbf{y}} + \omega \frac{\mathbf{e}_{o(k)}^T \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}_{o(k)}^T \hat{\mathbf{W}}_{t,k-1}^{-1} \hat{\mathbf{y}}}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{e}_{o(k)}^T \mathbf{w}_{o(k)}^T \end{aligned} \quad (23)$$

对应可以得到 $\hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1}$ 的第 $o(k)$ 行元素为:

$$\hat{\mathbf{w}}_{o(k),t,k}^{-1} = \hat{\mathbf{w}}_{o(k),t,k-1}^{-1} + \omega \frac{\mathbf{e}_{o(k)}^T - \mathbf{w}_{o(k)}^T \hat{\mathbf{W}}_{t,k-1}^{-1}}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{w}_{o(k)}^T \quad (24)$$

这里 W_{ii} 表示矩阵 \mathbf{W} 的第 i 个对角元素. 通过如此操作得到矩阵 $\hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1}$, 进一步地可以在每次迭代后得到近似的信道增益和 NPI 方差, 分别表示为:

$$\hat{\mu}_i^{(t)} = \hat{U}_{ii}^{(t)} \quad (25)$$

$$(\hat{v}_i^{(t)})^2 = \sum_{j \neq i}^K |\hat{U}_{ji}^{(t)}|^2 + \hat{E}_{ii}^{(t)} \sigma^2 \quad (26)$$

其中 $\hat{U}^{(t)} = \hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1} \mathbf{G}$, $\hat{\mathbf{E}}^{(t)} = \hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1} = \hat{U}^{(t)} \hat{\mathbf{W}}_{t,k}^{-1}$, 代入式(9)中可以得到用于信道译码的 LLR. 基于 Kaczmarz 迭代的软输出检测算法步骤如算法 2:

算法 2 基于改进 Kaczmarz 迭代软输出检测算法步骤

输入: $\mathbf{y}, \mathbf{H}, \sigma^2, M$ (迭代次数)

初始化:

1: 计算 $\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{W}$

2: 设置 $\hat{\mathbf{s}}_0 = \mathbf{D}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \approx \frac{1}{N} \mathbf{I}_K \hat{\mathbf{y}}$, $\hat{\mathbf{W}}_{0,0}^{-1} = \mathbf{D}^{-1}$, $t = 0$, $k = 1$, $\omega_{\text{opt}} = 2 - \frac{4\sqrt{\alpha}}{1 + \alpha + 2\sqrt{\alpha}}$;

3: 计算的所有行向量的范数 $\|\mathbf{w}_k\|_2^2$, 并降序排序得到下标集 $o(k) = \{k_1, k_2, \dots, k_K\}$

For $t = 1 : M$

For $k = 1 : K$

4: 更新 $\hat{\mathbf{s}}_{t,k} = \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} + \omega \frac{\hat{\mathbf{y}}_{o(k)} - \langle \mathbf{w}_{o(k)}, \hat{\mathbf{s}}_{t,k-1} \rangle}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{w}_{o(k)}^T$

5: 更新 $\hat{\mathbf{w}}_{o(k),t,k}^{-1} = \hat{\mathbf{w}}_{o(k),t,k-1}^{-1} + \omega \frac{\mathbf{e}_{o(k)}^T - \mathbf{w}_{o(k)}^T \hat{\mathbf{W}}_{t,k-1}^{-1}}{\|\mathbf{w}_{o(k)}\|_2^2} \mathbf{w}_{o(k)}^T$

6: $k = k + 1$

end for

7: $t = t + 1$

end for

8: $\hat{U} = \hat{\mathbf{W}}_{M,K}^{-1} \mathbf{G}$, $\hat{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{W}}_{M,K}^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{W}}_{M,K}^{-1} = \hat{U} \hat{\mathbf{W}}_{M,K}^{-1}$

9: $Y_i = \tilde{\mu}_i^2 / \tilde{v}_i^2$, $\tilde{\mu}_i = \hat{U}_{ii}$, $\tilde{v}_i^2 = \sum_{j \neq i}^K |\hat{U}_{ji}|^2 + \hat{E}_{ii} \sigma^2$

10: 计算逐比特似然比

$$L_{i,b} = Y_i \left(\min_{a \in \{0,1\}} \left| \frac{\hat{s}_{i,M,K}}{\mu_i} - a \right|^2 - \min_{a' \in \{0,1\}} \left| \frac{\hat{s}_{i,M,K}}{\mu_i} - a' \right|^2 \right);$$

输出: $L_{i,b}$

3.3.2 近似似然比计算方法

由以上分析可知,LLR 的计算需求使得之前已经绕开的矩阵求逆问题再次出现,采用 Kaczmarz 迭代可以较为精确地近似获取 \mathbf{W}^{-1} ,但通过观察式(24)可以发现每次对 $\hat{\mathbf{W}}_{i,k}^{-1}$ 行向量的更新都会涉及矩阵与向量之间的乘法和加法运算,这样导致最终的复杂度再次上升到 $\mathcal{O}(K^3)$. 为此,本文采用一种 LLR 的近似计算方法^[13],利用 \mathbf{W} 近似对角的特性用 \mathbf{D}^{-1} 来替代 \mathbf{W}^{-1} ,近似信道增益和 NPI 方差可分别表示为:

$$\tilde{\mu}_i = \tilde{U}_{ii} \quad (27)$$

$$\tilde{v}_i^2 = \sum_{j \neq i}^K |\tilde{U}_{ji}|^2 + \tilde{E}_{ii} \sigma^2 \quad (28)$$

其中 $\tilde{\mathbf{U}} \approx \mathbf{D}^{-1} \mathbf{G}$, $\tilde{\mathbf{E}} \approx \mathbf{D}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{D}^{-1} = \tilde{\mathbf{U}} \mathbf{D}^{-1}$ 由此将算法 2 中步骤 5 省略,并用式(27)和式(28)代替步骤 9 中对等效信道增益和 NPI 方差的计算,由此两者的计算不再依赖于迭代次数,进而以较低的复杂度计算出 $Y_i = \tilde{\mu}_i^2 / \tilde{v}_i^2$.

3.4 计算复杂度分析

以实数乘法次数作为评估度量,进行算法复杂度分析. 由于所有基于 MMSE 准则的算法和本文提出的 Kaczmarz 检测算法都必须计算滤波矩阵 \mathbf{W} 和匹配滤波信号 $\hat{\mathbf{y}}$,同时为了公平地对比复杂度,文中算法和相关的对比算法均采用相同的 LLR 计算方法,即文中给出的近似计算方法. 在此基础上,仅针对各个算法的其它不同实现部分的计算复杂度进行分析和对比. Kaczmarz 检测算法计算复杂度主要来自于求解线性方程时对 $\hat{\mathbf{s}}$ 的估计,每次内迭代,即执行式(16)两个向量内积的计算和对 $\hat{\mathbf{s}}_{i,k}$ 的更新,各需要 $2K$ 次实乘运算,加上中间值的更新,由此可知完成一次外迭代总共需要 $2K(4K+2) = 8K^2 + 4K$ 次实乘. 图 1 给出了基于 MMSE 精确求逆(Cholesky 分解)、基于 Neumann 级数展开算法与本文提出的 Kaczmarz 迭代的检测算法之间的计算复杂度对比. 由图可见,两次迭代之后所提算法在计算复杂度上明显优于另外两种算法.

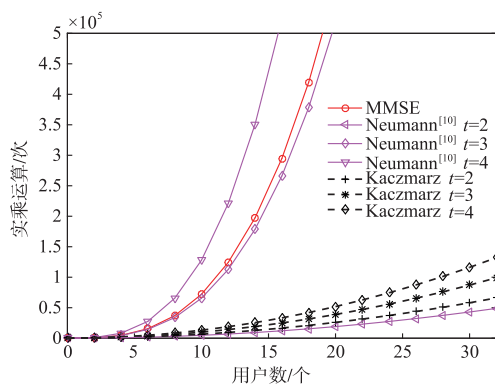


图1 算法复杂度对比

4 仿真结果及分析

为了验证 Kaczmarz 算法的检测性能,本节给出了 Matlab 环境下的蒙特卡洛仿真结果. 仿真实验中采用的传输信道为瑞利衰落信道,信道编码采用码率为 $1/2$ 的卷积编码,基带信号调制方式为 16-QAM 调制,天线平均发射功率 $E_s = 1$, t 表示算法的迭代次数及 Neumann 级数展开的项数.

图 2 给出了天线规模为 64×16 的 MIMO 系统上行链路信号检测 BER (Bit Error Rate) 性能曲线. 以 MMSE 精确求逆算法的 BER 性能为基准对比了基于 Neumann 级数展开算法^[10]、基于梯度搜索的共轭梯度 (CG) 算法^[16]、传统 Kaczmarz 迭代算法^[18] 和本文提出 Kaczmarz 的改进算法检测性能,由图可见,本文提出的基于范数排序的 Kaczmarz 算法收敛速度较快,BER 性能超过传统 Kaczmarz 迭代算法,同时远超基于 Neumann 级数展开算法的检测性能. 另外,通过设置松弛参数 $\omega = 1.2$,算法性能得到进一步提升,例如,在迭代次数同样为 2、达到 10^{-3} 的 BER 性能时,通过引入松弛参数可以得大约 0.5 dB 的性能增益.

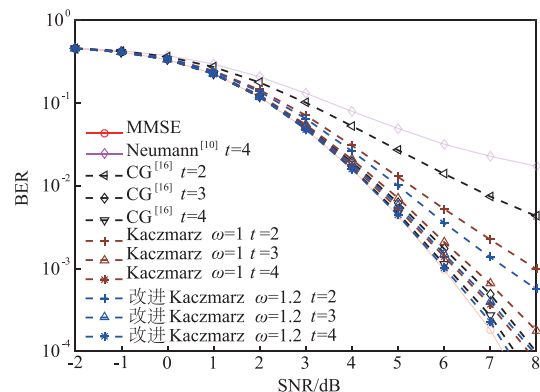


图2 BER性能对比, 64×16 MIMO 配置, 16-QAM 调制

图 3 仿真天线规模同样为 64×16 , 给出了基于 Newton 迭代算法 (DBNI)^[11]、雅克比迭代算法^[14] 及本文改进的 Kaczmarz 算法的 BER 性能曲线. 容易看出,经过 3 次迭代后本文所提算法性能要优于文献 [11]、[14] 中的两种算法.

图 4 仿真天线规模为 128×16 的 MIMO 系统,同样以 BER 为检测性能指标,对比了本文提出的 Kaczmarz 算法、基于 Neumann 级数展开算法和文献 [16] 提出的 CG 算法的 BER 性能. 可见,系统收发天线比值增大时,算法可以更快地向理想 MMSE 矩阵求逆检测算法性能收敛,在该天线规模下通过设置 $\omega = 1.3$,本文提出的 Kaczmarz 检测算法在同样的迭代次数下均优于基于 Neumann 级数展开算法和 CG 算法的 BER 性能. 经过几次简单的迭代,其检测 BER 性能就能快速逼近最优.

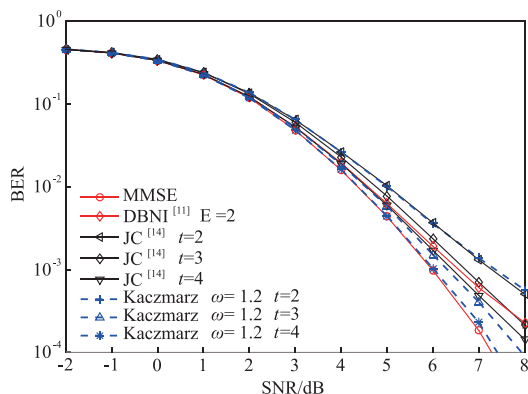


图3 BER性能对比, 64×16 MIMO配置, 16-QAM 调制

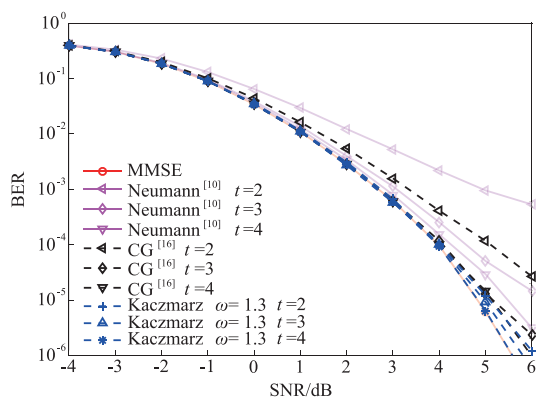


图4 BER性能对比, 128×16 MIMO配置, 16-QAM 调制

为了设置最优的松弛参数,图5在 128×16 的MIMO系统下仿真了本文引入的松弛参数对所提算法性能的影响,设置算法迭代次数 $t=4$,给出了在信噪比和松弛参数共同作用下的BER性能.在该天线规模下,对于不同的信噪比,最优松弛参数 ω_{opt} 均在1.2至1.35之间,因此可以认为最优参数的选取并不受SNR的制约,即在固定的天线规模下可以设置 ω_{opt} 为一固定值,当系统天线规模发生变化时具有类似结论.

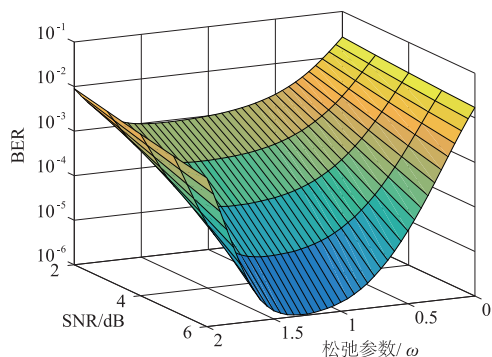


图5 128×16 MIMO系统下信噪比和松弛参数对BER影响

图6给出天线规模为 128×16 的MIMO系统中不同信噪比下Kaczmarz算法BER性能与迭代次数的关系曲线.由图可见随着信噪比增加,Kaczmarz算法检测性

能明显得到提升;同时,对于不同的信噪比,其检测性能均在3到4次数迭代后趋近于稳定.同样,当天线规模发生改变时具有类似特性.

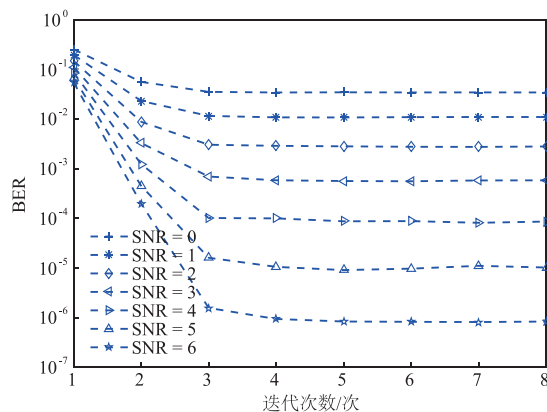


图6 128×16系统下Kaczmarz算法迭代次数与BER性能曲线

5 结论

本文基于Kaczmarz迭代提出一种低复杂度软输出信号检测算法.该算法适用于大规模MIMO上行链路,避免了MMSE准则下所需的高维矩阵求逆运算,将问题转化为求解线性方程,且采用近似似然比计算方法,由此将算法的计算复杂度由 $\mathcal{O}(K^3)$ 降为 $\mathcal{O}(K^2)$.同时,在改进的Kaczmarz算法基础上引入了最优松弛参数,进一步加快算法收敛.仿真结果表明,本文所提出的检测算法在大规模MIMO场景下,复杂度和性能均优于矩阵近似求逆类检测算法.另外,与矩阵近似求逆类检测算法相比具有明显的误码率性能优势,可以以较少的迭代次数达到接近理想MMSE矩阵求逆检测算法的性能,且复杂度在任意迭代次数下均保持在 $\mathcal{O}(K^2)$.该算法可以作为大规模MIMO系统上行链路低复杂度信号检测的有效方案之一.

参考文献

- [1] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(11): 3590-3600.
- [2] LU L, Li G Y, SWINDLEHURST A L, et al. An overview of massive MIMO: benefits and challenges [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 742-758.
- [3] LI Q, LI G, LEE W, et al. MIMO techniques in WiMAX and LTE: a feature overview [J]. IEEE Communications Magazine, 2010, 48(5): 86-92.
- [4] WANG S, WANG C. Joint optimization of spectrum and energy efficiency in cognitive radio networks [J]. Digital

- Communications & Networks, 2015, 1(3):161 – 170.
- [5] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(4): 1436 – 1449.
- [6] DAI L, WANG Z, YANG Z. Spectrally efficient time-frequency training OFDM for mobile large-scale MIMO systems [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(2):251 – 263.
- [7] WU M, Yin B, VOSOUGHI A, et al. Approximate matrix inversion for high-throughput data detection in the large-scale MIMO uplink [A]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems [C]. IEEE, 2013. 2155 – 2158.
- [8] DATTA T, SRINIDHI N, CHOCKALINGAM A, et al. Random-restart reactive tabu search algorithm for detection in large-MIMO systems [J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(12):1107 – 1109.
- [9] PEREIRA A A J, SAMPAIO-NETO R. A random-list based LAS algorithm for near-optimal detection in large-scale uplink multiuser MIMO systems [A]. Proceedings of 19th International ITG Workshop on Smart Antennas [C]. VDE, 2015. 1 – 5.
- [10] WU M, YIN B, WANG G, et al. Large-scale MIMO detection for 3GPP LTE; algorithms and FPGA implementations [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5):916 – 929.
- [11] TANG C, LIU C, YUAN L, et al. High precision low complexity matrix inversion based on newton iteration for data detection in the massive MIMO [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(3):490 – 493.
- [12] GAO X, DAI L, YUEN C, et al. Low-complexity MMSE signal detection based on richardson method for large-scale MIMO systems [A]. Proceedings of 80th Vehicular Technology Conference (VTC2014-Fall) [C]. IEEE, 2014. 1 – 5.
- [13] DAI L, GAO X, SU X, et al. Low-complexity soft-output signal detection based on gauss-seidel method for uplink multiuser large-scale MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(10):4839 – 4845.
- [14] QIN X, YAN Z, HE G. A near-optimal detection scheme based on joint steepest descent and jacobi method for uplink massive MIMO systems [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(2):276 – 279.
- [15] GAO X, DAI L, HU Y, et al. Matrix inversion-less signal detection using SOR method for uplink large-scale MIMO systems [A]. Global Communications Conference [C]. IEEE, 2015. 3291 – 3295.
- [16] YIN B, WU M, CAVALLARO J R, et al. Conjugate gradient-based soft-output detection and precoding in massive MIMO systems [A]. Global Communications Conference [C]. IEEE, 2014. 3696 – 3701.
- [17] XUE Y, ZHANG C, ZHANG S, et al. Steepest descent method based soft-output detection for massive MIMO uplink [A]. 2016 IEEE International Workshop on Signal Processing Systems (SiPS) [C]. IEEE, 2016. 273 – 278.
- [18] KACZMARZ S. Angenaherte auflösung von systemen linearer gleichungen [J]. Bull. Internat Acad Polon Sci Lettres A, 1937, 35:355 – 357.
- [19] PRASAD K N R S V, HOSSAIN E, BHARGAVA V K. Energy efficiency in massive MIMO-based 5G networks: opportunities and challenges [J]. IEEE Wireless Communications, 2017, 24(3):86 – 94.
- [20] SONG K, CHUNGUO L, HUANG Y, et al. Antenna selection for two-way full duplex massive MIMO networks with amplify-and-forward relay [J]. Science China (Information Sciences), 2017, 60(2):022308.
- [21] LIN Y, WANG Y, LI C, et al. Joint design of user association and power allocation with proportional fairness in massive MIMO HetNets [J]. IEEE Access, 2017, 5(99):6560 – 6569.
- [22] GORDON R, BENDER R, HERMAN G T. Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and x-ray photography [J]. Journal of Theoretical Biology, 1970, 29(3):471 – 481.
- [23] STROHMER T, VERSHYNIN R. A randomized kaczmarz algorithm with exponential convergence [J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2009, 15(2):262 – 278.
- [24] NATTERER F. The Mathematics of Computerized Tomography [M]. New York: Wiley, 1986. 107 – 108.
- [25] NARASIMHAN T L, CHOCKALINGAM A. Channel hardening-exploiting message passing (CHEMP) receiver in large-scale MIMO systems [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5):847 – 860.

作者简介



申 滨 男, 1978 年出生, 博士, 重庆邮电大学教授, 主要研究方向为 LTE、5G 系统和认知无线电等。

E-mail: shenbin@cqupt.edu.cn



赵书锋 男, 1991 年出生, 重庆邮电大学硕士生, 主要研究方向为 LTE 系统、大规模 MIMO 系统等。

E-mail: zhaoshuf@foxmail.com