

# 一种低复杂度空间调制球形译码检测算法

蒋阳, 谢宗霖, 吴亚辉, 吴霞, 储夏

(重庆大学通信工程学院, 重庆, 400044)

**摘要:** 现有的空间调制系统球形译码(Sphere-Decoding, SD)检测算法虽然能够较大地降低最大似然(Maximum-Likelihood, ML)检测算法的计算复杂度,但由于其更新半径比较松散、收敛较慢,计算复杂度降低的水平仍十分有限,尤其是在高阶调制系统下. 针对上述问题,采用统计分布的思想对现有算法更新半径中的冗余项进行估计,提出了两种改进的球形译码检测算法. 理论分析与仿真结果表明,改进算法在达到最优检测性能的同时,极大地降低了传统球形译码的计算复杂度,具有较好的理论和实际应用意义.

**关键词:** 多输入多输出; 空间调制; 最大似然; 球形译码; 计算复杂度

**中图分类号:** TN914      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2018)12-3008-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.12.026

## A Low-Complexity Sphere-Decoding for Spatial Modulation

JIANG Yang, XIE Zong-lin, WU Ya-hui, WU Xia, CHU Xia

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing, 400044, China)

**Abstract:** Although the existing sphere decoding algorithm of the spatial modulation systems can greatly reduce the computational complexity of the maximum-likelihood (ML) detection, due to its loose updating radii and slow convergence, the level of computational complexity reduction is still very limited, especially in high-order modulation systems. To solve the problem, the statistical distribution is used in this paper to estimate the redundancy in the updating radii of the existing algorithm, and two improved sphere decoding algorithms are proposed. Theoretical analysis and simulation results show that the improved algorithms can greatly reduce the computational complexity of the traditional sphere decoding while achieving the same performance with ML detection, which have great theoretical and practical significance.

**Key words:** MIMO; spatial modulation; ML detection; sphere-decoding; computational complexity

### 1 引言

随着社会的不断发展,人们对无线通信传输性能的要求越来越高,多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)技术<sup>[1]</sup>在无线通信中的应用也愈来愈广泛. 在现有的MIMO传输方案中, BLAST(Bell Laboratories Layered Space-Time, BLAST)可以达到最高的频谱利用率,但信道间干扰严重,接收机译码复杂度高;空时分组码(Space Time Block Code, STBC)可以减少接收机的译码复杂度并获得分集增益,但频谱利用率低. 为了解决这类问题,一种新型MIMO技术——空间调制(Spatial Modulation, SM)技术应运而生. 空间调制技术能够在避免信道间干扰(Inter-channel Interference, ICI)<sup>[2,3]</sup>的同时提高单天线系统的频谱利用率,目前已

逐渐成为MIMO技术的研究热点之一. SM技术的实现方式包括两点:①每个时隙选取单天线激活,用以传输数据符号(星座符号);②利用激活天线所在的空间位置作为数据传输的附加维度(空间符号)<sup>[2-4]</sup>,星座符号和空间符号取决于要传输的输入数据. 此时SM系统的频谱效率为 $\log_2 N_t + \log_2 M$ ,其中, $N_t$ 为发送天线数量, $M$ 为调制阶数<sup>[5]</sup>.

目前针对空间调制的研究主要集中在低复杂度的检测算法上,最大比合并(Maximum Ratio Combining, MRC)是最早的SM检测算法之一,它将SM的检测分为独立的两步:即先检测激活的发射天线序号,再检测发送的调制符号,该方法简单易实现,但是对信道有所限制,只适用于部分信道环境. 最大似然检测<sup>[6]</sup>通过穷举搜索的方式遍历所有的星座符号和天线序列,可以

达到最优性能,但其计算复杂度( $C$ )随着发送天线数、接收天线数及调制阶数的增加而指数增加<sup>[2]</sup>.

为了降低最大似然检测的计算复杂度,文献[7]将球形译码(Sphere-Decoding,SD)的思想扩展到SM系统中,提出了一种低复杂度的接收端球形译码(Receiver-centric SD,Rx-SD)检测算法.Rx-SD算法能够有效缩小接收端搜索空间,在接收天线比较多时优势比较明显.文献[8]借助文献[9]提出的等效实数域信道模型将Rx-SD转化为发端球形译码(Transmitter-centric SD,Tx-SD)检测算法,Tx-SD算法能够有效减小发射端的搜索空间,在发射天线比较多时优势比较明显,但需要经过复杂的预处理运算.文献[10]提出了Tx-SD的简化方案,但文献[9,10]提出的Tx-SD都被限制在 $N_t \leq N_r$ 的SM系统中.为此,文献[11]提出了适用于 $N_t > N_r$ 的扩展Tx-SD(E-TX-SD).以上提到的所有SD算法都能减少ML检测的计算复杂度,但其在搜索星座符号和空间符号时都放大了更新半径,引入了半径冗余,导致算法的计算复杂度减少量有限,尤其是在低信噪比(Signal to Noise Ratio,SNR)环境中显得更为突出.

针对上述问题,本文提出了两种低复杂度的改进球形译码检测算法.改进算法以统计分布为基础,并充分利用其统计特性来估计更新半径中的冗余项,进而得出了更为紧凑的更新半径,加快了更新半径的收敛速度.仿真结果表明,改进算法在保证最优误码性能的同时能够显著降低ML检测的计算复杂度.

## 2 空间调制系统模型及检测算法

### 2.1 空间调制信道模型

考虑一个发送天线为 $N_t$ 、接收天线为 $N_r$ 的空间调制系统, $\mathbf{H}$ 为 $N_r \times N_t$ 的信道传输矩阵,假设信道 $\mathbf{H}$ 为平坦瑞利衰落信道,其实部和虚部均服从均值为0、方差为1的高斯分布.假设接收端信道状态信息(Channel State Information,CSI)已知,发送端CSI未知.则空间调制系统的数学模型可以描述为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}_{l,s} + \mathbf{n} = \mathbf{h}_l \mathbf{x}_s + \mathbf{n} \quad (1)$$

式(1)中, $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_r}]^T$ ,表示接收到的符号向量; $\mathbf{x}_{l,s} = [0, \dots, 0, x_s, 0, \dots, 0]^T$ ,表示发送的符号向量,其中, $x_s \in S$  ( $S = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ ),且仅第 $l$ 个元素( $l \in \{1, 2, \dots, N_t\}$ )不为零; $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_{N_r}]^T$ ,表示均值为0、方差为 $\sigma^2$ 的复加性高斯白噪声; $\mathbf{h}_l$ 表示信道矩阵 $\mathbf{H}$ 的第 $l$ 列; $x_s$ 为该时隙激活天线 $l$ 的发送符号.

### 2.2 ML 最优检测算法

在空间调制系统中,假设接收端已知信道状态信息,则ML最优检测可以描述为

$$[\hat{l}^{\text{ML}}, \hat{x}^{\text{ML}}] = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, N_t\}, x_s \in S} \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_l \mathbf{x}_s\|_F^2 \} \quad (2)$$

其中, $\hat{l}^{\text{ML}}, \hat{x}^{\text{ML}}$ 表示估计的激活天线索引和发送的星座符号, $\|\bullet\|_F^2$ 为Frobenius范数.ML检测虽然可以达到最优性能,但是它遍历搜索所有的 $\mathbf{h}_l$ 和 $x_s$ ,算法复杂度极高.

### 2.3 Rx-SD 检测算法

根据文献[7]可知Rx-SD的数学描述为

$$[\hat{l}^{\text{Rx-SD}}, \hat{x}^{\text{Rx-SD}}] = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, N_t\}, x_s \in S} \left\{ \sum_{r=1}^{N_{\text{deep}}(l,x)} |y_r - h_{l,r} x_s|^2 \leq C^2 \right\} \quad (3)$$

其中, $N_{\text{deep}}(l,x)$ 为搜索深度,其定义如式(4)所示,且 $1 \leq N_{\text{deep}}(l,x) \leq N_r$ ;  $C$ 为更新半径,且 $C^2 = 2\alpha N_r \sigma^2$ ,  $\alpha$ 为常数.Rx-SD检测依靠式(3)来更新搜索半径,减小了接收端的搜索范围,降低了接收端的计算复杂度.

$$N_{\text{deep}}(l,x) = \max_{n \in \{1, 2, \dots, N_r\}} \left\{ n \mid \sum_{r=1}^n |y_r - h_{l,r} x_s|^2 \leq C^2 \right\} \quad (4)$$

### 2.4 Tx-SD 检测算法

根据文献[9~11],Tx-SD可以分为以下3步:

(1)将数据从复数域转换到实数域

式(1)复数模型转换为等效实数模型如下<sup>[11]</sup>:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}_r \mathbf{X}_{l,s} + \mathbf{N} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{Y}$ 为 $2N_r \times 1$ 的矩阵, $\mathbf{Y} = [\text{Re}(\mathbf{y}); \text{Im}(\mathbf{y})]$ ;

$\mathbf{H}_r = [\text{Re}(\mathbf{H}_c), -\text{Im}(\mathbf{H}_c); \text{Im}(\mathbf{H}_c), \text{Re}(\mathbf{H}_c)]$ ,  $\mathbf{H}_r$ 为实数域模型中的信道传输矩阵, $\mathbf{H}_c$ 为复数域模型中的信道传输矩阵; $\mathbf{X}_{l,s}$ 为 $2N_t \times 1$ 的矩阵 $\mathbf{X}_{l,s} = [\text{Re}(\mathbf{x}_{l,s}); \text{Im}(\mathbf{x}_{l,s})]$ , $\mathbf{X}_{l,s}$ 中只有两个非零元素;噪声 $\mathbf{N}$ 为 $2N_r \times 1$ 的矩阵, $\mathbf{N} = [\text{Re}(\mathbf{n}); \text{Im}(\mathbf{n})]$ .其中 $\text{Re}(\bullet)$ 和 $\text{Im}(\bullet)$ 分别表示取得 $\bullet$ 的实部和虚部.本文后面的 $\mathbf{H}$ 均表示实数域模型中的信道矩阵.

(2)对信道传输矩阵进行QR分解

通过对 $\mathbf{H}$ 进行QR分解<sup>[12]</sup>, $\mathbf{H}$ 可以描述为

$$\mathbf{H} = \begin{cases} [\mathbf{Q}_1 \ \mathbf{Q}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, N_t \leq N_r \\ [\mathbf{Q}_1] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \ \mathbf{R}_2 \end{bmatrix}, N_t > N_r \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{Q}$ 为 $2N_r \times 2N_r$ 的正定矩阵, $\mathbf{R}$ 为 $2N_r \times 2N_t$ 的上三角矩阵.当 $N_t \leq N_r$ 时, $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$ 分别为 $2N_r \times 2N_t, 2N_r \times (2N_r - 2N_t)$ 的矩阵, $\mathbf{R}_1$ 为 $2N_t \times 2N_t$ 的矩阵;当 $N_t > N_r$ 时, $\mathbf{Q}_1$ 为 $2N_r \times 2N_r$ 的矩阵, $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ 分别为 $2N_r \times 2N_r, 2N_r \times (2N_t - 2N_r)$ 的矩阵.

(3)利用正定矩阵 $\mathbf{Q}$ 实现经典球形译码到Tx-SD的等价转换

在式(5)两边同时乘以 $\mathbf{Q}^H$ ,由于正定矩阵具有保范性,因此,当 $N_t \leq N_r$ 时,经典球形译码检测可以转换为Tx-SD,其描述如下:

$$[\hat{l}^{\text{Tx-SD}}, \hat{x}^{\text{Tx-SD}}] = \arg \min_{(l,s) \in \Theta_c} \{ \|\mathbf{Y}' - \mathbf{R}_1 \mathbf{X}_{l,s}\|_F^2 \leq C^2 \} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{Y}' = \mathbf{Q}_1^H \mathbf{Y}$ ;  $C$ 为初始半径, $C^2 = 2\alpha N_r \sigma^2$ ,  $\alpha$ 是一个常

数<sup>[9]</sup>;  $\Theta_c$  是  $Y$  为中心、 $C$  为半径的球体空间内点的集合.

同样,根据文献[11],当  $N_t > N_r$  时,扩展 Tx-SD 的描述如下:

$$[\hat{l}^{\text{E-Tx-SD}}, \hat{x}^{\text{E-Tx-SD}}] = \arg \min_{(l,s) \in \Theta_c} \{ \|Y' - \mathbf{R}\mathbf{X}_{l,s}\|_F^2 \leq C^2 \} \quad (8)$$

### 3 改进球形译码检测算法

传统的 Tx-SD、Rx-SD 虽然能够较大的降低 ML 的计算复杂度,但其更新半径收敛较慢,减少的复杂度有限.为进一步降低检测算法复杂度为出发点,本文采用统计的方法来估计更新半径中的冗余,加快收敛速度,并在此基础上提出了两种低复杂度的球形译码检测算法:一种是基于非中心卡方分布的期望球形译码检测算法 (Expectations of Chi-squared Distribution-based Sphere Decoding, ESD);另一种是基于非中心卡方分布最大值的球形译码检测算法 (Maximum of Chi-squared Distribution-based Sphere Decoding, MSD).

#### 3.1 基于非中心卡方分布期望的球形译码检测算法 ESD

根据式(5)展示的实数域系统模型,并在不等式  $\|Y - \mathbf{H}\mathbf{X}_{l,s}\|_F^2 \leq C^2$  左右两边同乘矩阵  $\mathbf{Q}^H$ ,得到如下表达式:

$$\|z - \mathbf{R}\mathbf{X}_{l,s}\|_F^2 = \sum_{i=1}^{2N_r} (z_i - \mathbf{r}_{(i,s)} \mathbf{X}_{l,s})^2 \leq C_Q^2 \quad (9)$$

其中,  $z = \mathbf{Q}^H \mathbf{Y}$ ,  $z_i$  表示  $z$  的第  $i$  个元素;  $\mathbf{r}_{(i,s)}$  表示  $\mathbf{R}$  的第  $i$  行,  $C_Q$  是一个非无穷大的常数. 令  $\beta_i(l, x) = z_i - \mathbf{r}_{(i,s)} \mathbf{X}_{l,s}$ , 则式(9)可转化为:

$$\|z - \mathbf{R}\mathbf{X}_{l,s}\|_F^2 = \beta_1^2(l, x) + \beta_2^2(l, x) + \dots + \beta_{2N_r}^2(l, x) \leq C_Q^2 \quad (10)$$

由于  $z_i = \mathbf{r}_{(i,s)} \mathbf{X}_{l,s} + N_i$  ( $l \in \{1, 2, \dots, N_t\}$ ,  $s \in S$ ),  $N_i$  为  $\mathbf{Q}^H \mathbf{N}$  的第  $i$  个元素, 此时  $\beta_i(l, x) = u_i(l, x) + N_i$ , 其中,  $u_i(l, x) = \mathbf{r}_{(i,s)} \mathbf{X}_{l,s} - \mathbf{r}_{(i,s)} \mathbf{X}$ . 在某一时刻,接收端信道状态信息已知时,信道传输矩阵  $\mathbf{H}$  已知,发射向量固定,接收端检测时假设发端发射向量也是已知的,因此  $u_i(l, x)$  可以近似看成一个常量. 由于  $\mathbf{N}$  服从高斯分布,可以推导出  $\beta_i(l, x)$  也服从高斯分布,归一化为:

$$\beta_i(l, x) / \sigma \sim \mathcal{N}(u_i(l, x) / \sigma, 1) \quad (11)$$

根据非中心卡方分布的定义可知,随机变量  $\sum_{i=1}^k \beta_i^2(l, x) / \sigma^2$  服从自由度为  $k$  的非中心卡方分布,即:

$$\sum_{i=1}^k \beta_i^2(l, x) / \sigma^2 \sim \chi^2(\delta_k(l, x), k) \quad (12)$$

其中,  $\delta_k(l, x)$  为非中心参数,一般定义为  $\delta_k(l, x) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^k u_i(l, x)^2$  [12].

根据式(6)可知,天线配置不同,矩阵  $\mathbf{R}$  具有不同特性. 令  $r_{i,j}$  表示矩阵  $\mathbf{R}$  第  $i$  行、第  $j$  列个元素,  $x_i$  表示  $\mathbf{X}_{l,s}$  的第  $i$  个元素,则利用矩阵  $\mathbf{R}$  的上三角特性,不同配置下的  $\beta_i(l, x)$  可以简化为如表 1 所示:

表 1 不同天线配置下的  $\beta_i(l, x)$  表达式

天线配置	$\beta_i(l, x)$ 表达式	取值范围
$2N_r \leq N_t$	$z_i - r_{i,l}x_l - r_{i,l+N_t}x_{l+N_t}$	$i \in \{1, \dots, 2N_r\}$
$N_t \leq N_r \leq 2N_t$	$z_i - r_{i,l}x_l - r_{i,l+N_t}x_{l+N_t}$	$i \leq N_t$
	$z_i - r_{i,l+N_t}x_{l+N_t}$	$N_t < i \leq 2N_r$
$N_t \leq N_r$	$z_i - r_{i,l}x_l - r_{i,l+N_t}x_{l+N_t}$	$i \leq N_t$
	$z_i - r_{i,l+N_t}x_{l+N_t}$	$N_t < i \leq 2N_t$
	$z_i$	$2N_t < i \leq 2N_r$

因此,普通球形译码可以等效为:  $\sum_{i=1}^{2N_r} \beta_i^2(l, \bar{x}) \leq C_Q^2$ , 则

$$\beta_i^2(l, \bar{x}) \leq C_Q^2 - \sum_{k=i+1}^{2N_r} \beta_k^2(l, x) - \sum_{k=1}^{i-1} \beta_k^2(l, x) \quad (13)$$

实际中考虑到  $\mathbf{R}$  具有上三角特性,为了简化搜索流程,更新半径一般从  $i = 2N_r$  开始,此时式(13)中的第二项  $\sum_{k=i+1}^{2N_r} \beta_k^2(l, x)$  通常是已知的,而最后一项  $\sum_{k=1}^{i-1} \beta_k^2(l, x)$  通常是未知的. 文献[8~11]提到的传统 SD 算法不但没有考虑这个未知项的影响,还忽略了这个未知项,采用放大法来估计更新半径,减缓了半径的收敛速度,引入了大量额外的计算量. 本文采取统计的方式来估计该未知项的值,以便获得更为准确的更新半径,进而降低原始球形译码检测和 ML 检测的计算复杂度.

从式(12)可知球形译码更新半径中的未知项服从自由度为  $k$  的非中心卡方分布,由于期望值反映的是随机变量输出值的平均数,因此很容易想到使用期望来估计式(13)中的未知项. 非中心卡方分布的期望计算如下:

$$E\left(\sum_{i=1}^k \beta_i^2(l, x) / \sigma^2\right) = k + \delta_k(l, x) \quad (14)$$

其中,  $E(\bullet)$  表示期望算子. 由此得到一种基于非中心卡方分布的期望的球形译码检测算法 (ESD), 其更新半径定义为:

$$R_{\text{ESD}}^2 = C_i^2 - (i - 1 + \delta_{i-1}(l, \bar{x})) \sigma^2 \quad (15)$$

#### 3.2 基于非中心卡方分布最大值的球形译码检测算法 MSD

在 3.1 中提出的改进的球形译码检测算法 ESD 利用统计分布的期望特性来估计更为紧凑的更新半径,理论上可以大大降低算法的计算复杂度. 同样,在统计分布的基础上,也可以从概率分布的视角来分析和估计更新半径中的冗余.

仔细分析非中心卡方分布的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)可知,其在自由度大于 2 时总是存在一个最大值,即随机变量  $\sum_{i=1}^k \beta_i^2(l, x)/\sigma^2$  存在一个出现概率最大的值,这个值在所有的值中出现频次最高.因此,除了使用统计分布的期望来估计未知项以外,还可以利用这个出现概率最大的值来估计该未知项,此时的更新半径可以由下式计算得到:

$$R_{M_i}^2 = C_i^2 - \{x | \arg \max f(x; \delta_{i-1}, i-1)\} \sigma^2 \quad (16)$$

其中  $i = 2, 3, \dots, 4$ ,  $f(x; \delta_k, k)$  为非中心卡方分布的概率密度函数<sup>[12]</sup>. 以式(16)获得更新半径的 SD 检测算法称为基于非中心卡方分布最大值的球形译码检测算法(MSD). 式(16)中

$$f(x; \delta_k, k) = e^{-(k+x)/2} \frac{1}{2} \left(\frac{x}{k}\right)^{(\delta_k-2)/4} I_{(\delta_k-2)/2}(\sqrt{kx}), x > 0 \quad (17)$$

其中  $k$  是自由度,  $\delta_k$  是非中心参数,  $I_a(y) = \left(\frac{1}{2}y\right)^a \sum_{j=1}^{\infty} (y^2/4)^j / (j! \Gamma(a+j+1))$ .

通过仿真发现,  $(R_{M_i}^2 - R_{E_i}^2)$  的值总是在 2 和 3 之间,且自由度越小、非中心因子越大,二者差值越接近 3,也就是说更新半径  $R_{E_i}^2$  总是小于  $R_{M_i}^2$ . 因此,理论上算法 ESD 比算法 MSD 的计算复杂度更低.

### 3.3 改进算法复杂度分析

现对本文所提及的 ML、Rx-SD、Tx-SD 及提出的改进检测算法进行复杂度分析,此处复杂度定义如下:

**定义 1** 算法需要的实数乘法运算和除法运算的次数总和定义为计算复杂度.

#### (1) ML 检测算法

空间调制系统的 ML 检测算法中,  $\mathbf{h}_i x$  需要  $4N_r$  次实数乘法,计算矢量  $\|\mathbf{y} - \mathbf{h}_i x\|_F^2$  的范数需要  $2N_r$  次实数乘法,由于 ML 检测要搜索所有的天线和符号,因此 ML 检测的计算复杂度为  $C_{ML} = 6MN_r N_r$ <sup>[13]</sup>.

#### (2) Rx-SD 检测算法

在文献[10]中公式(26)给出了 Rx-SD 的复杂度为  $C_{Rx-SD} = 3 \sum_{l=1}^{N_r} \sum_{x=1}^M \tilde{N}_r(l, x)$ , 其中在文献[9]中的公式(7)中给出了  $\tilde{N}_r(l, x)$  的表达式.

#### (3) Tx-SD 检测算法

普通的 Tx-SD 检测算法( $N_t \leq N_r$ )的计算复杂度包含以下几个部分<sup>[14]</sup>:

(a) QR 分解的计算复杂度为:

$$C_{QR} = \sum_{k=1}^N [2f(k) + f^2(k) + 2f^3(k) + 1] - N_r^3;$$

其中  $f(k) = N_r + 1 - k$ ;  $N = \min(N_r - 1, N_t)$ .

(b)  $\mathbf{Y}' = \mathbf{Q}_1^H \mathbf{Y}$  的计算复杂度为  $C_{Y'} = 4N_r N_t$ .

(c)  $\|\mathbf{Q}_2^H \mathbf{Y}\|_F^2$  的计算复杂度为  $C_{\|\mathbf{Q}_2^H \mathbf{Y}\|_F^2} = 2N_r(2N_r - 2N_t + 1)$ .

(d) 计算候选星座符号的虚部和实部的计算复杂度  $C_{\text{interval}}$  为  $C_{\text{interval}} = 2N_t + 3M_1 N_t$ ,  $M_1$  为星座符号的虚部的个数.

而  $N_t > N_r$  时,普通的 Tx-SD 转化为扩展 Tx-SD,此时,  $\mathbf{Q}_1^H \mathbf{Y}$  需要  $4N_r^2$  次实数乘法,即  $C_{Y'} = 4N_r^2$ ; 而  $\|\mathbf{Q}_2^H \mathbf{Y}\|$  不存在,因而不需要计算.

搜索子集  $\Theta_c$  中一个点需要  $6N_r$  次实数乘法运算,因此搜索子集  $\Theta_c$  共需要  $6N_r \text{card}\{\Theta_c\}$  次运算. 因此 Tx-SD 检测的计算复杂度为  $C_{Tx-SD} \leq C_{\Theta_c} + 6N_r \text{card}\{\Theta_c\}$ , 其中  $\text{card}\{\bullet\}$  表示使用给定子集和更新半径所需要搜索的总层数,  $C_{\Theta_c} = C_{QR} + C_{Y'} + C_{\|\mathbf{Q}_2^H \mathbf{Y}\|_F^2} + C_{\text{interval}}$ .

#### (4) 改进 SD 检测算法

由于算法 ESD 和 MSD 的区别仅在于更新半径的不同, 其两者的搜索逻辑相同, 因此复杂度的计算方式也一致. 改进 SD 检测算法的计算复杂度包含以下几个因素:

(a) QR 分解的复杂度  $C_{QR}$  与上述 Tx-SD 中的 QR 分解的复杂度相同;

(b)  $\mathbf{z} = \mathbf{Q}^H \mathbf{Y}$  的计算需要  $2N_r \times 2N_r$  次实数乘法, 即  $C_z = 4N_r^2$ ;

(c) 将式(15)或(16)中的更新半径用于恢复所发射的信息比特的计算复杂度定义为  $C_R$ , 假设激活的天线序号为  $l$ , 下面详细分析改进算法的计算复杂度.

对于  $N_t \leq N_r$  的系统, 分别进行搜索星座符号的实部和虚部, 如果  $i > N_t$ , 则开始搜索虚部. 根据表 1, 搜索一个虚部的计算量包括以下两部分: ①  $2N_t \leq i \leq 2N_r$  时, 计算  $\beta_i^2(l, x)$  需要  $(2N_r - 2N_t)$  次实数乘法; ②  $N_t \leq i \leq 2N_t$  时, 计算  $\beta_i^2(l, x)$  需要  $2N_t$  次实数乘法. 由于  $\mathbf{R}_1$  是上三角矩阵, 因而②中包含了  $(N_t - l)$  个无效的操作, 因此总共需要  $(2N_r - N_t + l)$  次实数乘法. 一旦  $i = N_t + 1$ , 发现一个可能的虚部就开始搜索相应的实部. 由于计算  $\beta_i^2(l, x)$  需要  $3N_t$  次实数乘法, 其中包含  $(N_t - l)$  个无效操作, 因此搜索一个实部需要  $(2N_t + l)$  次实数乘法运算.

在最坏情况时, 每一虚部需要  $M_{R_i}$  次搜索对应实部, 虚部的数目等于  $M_1$ , 其中  $M_{R_i}$  是与第  $i$  个可能匹配的实部的数目. 因此, 理论上  $C_R$  的最大值为:

$$C_{R-\max} = \sum_{l=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{M_1} ((2N_r - N_t + l) + (2N_t + l)M_{R_i}) \quad (18)$$

而在最好情况时, 只有一个虚部和实部满足式(13), 因此理论上  $C_R$  最小值为:

$$C_{R-\min} = \sum_{l=1}^{N_t} (2N_r + N_t + 2l) \quad (19)$$

因此,本文所提出的检测算法的计算复杂度  $C_{My-SD}$  定义如下:

$$C_{QR} + C_z + C_{R-min} < C_{My-SD} < C_{QR} + C_z + C_{R-max} \quad (20)$$

对于  $N_t > N_r$  的系统中,  $C_R$  包括以下两部分:①计算一个  $\beta_i^2(l, x)$  需要 3 次实数乘法,  $\beta_i^2(l, x)$  有  $2N_r$  个;②由于  $R_1$  是上三角矩阵,所以在①中包含了  $(2N_t - l)$  个无效操作。因此总共需要  $(4N_t + l)$  次实数乘法,可以得到改进检测算法的计算复杂度  $C_{My-SD}$  的上界:

$$C_{My-SD} \leq C_{QR} + C_z + \sum_{l=1}^{N_t} (4N_t + l)M \quad (21)$$

## 4 仿真结果与分析

现对本文所提出的算法与 ML、SD、Rx-SD 和 Tx-SD 检测算法在瑞利衰落信道下的蒙特卡罗仿真结果进行分析,并将所提出的算法的计算复杂度与 ML 检测和传统的 SD 检测包括 Rx-SD 和 Tx-SD 进行比较。

本文将信噪比定义如下:

$$\text{SNR}[\text{dB}] = 10 \lg\left(\frac{P_s}{P_n}\right) \quad (22)$$

其中,  $P_s$  和  $P_n$  分别表示信号功率和噪声功率。

### 4.1 性能分析

图 1 给出了在频谱效率  $\log_2(N_t M) = 6$  下,  $N_t \leq N_r$  和  $N_t > N_r$  时, ML、SD、Rx-SD、Tx-SD、ESD 和 MSD 的误比特率仿真结果。图中可以看出,在不同的天线数量下,6 种检测算法对应的曲线完全重合,表明 MSD 和 ESD 都能够达到最佳的检测性能。

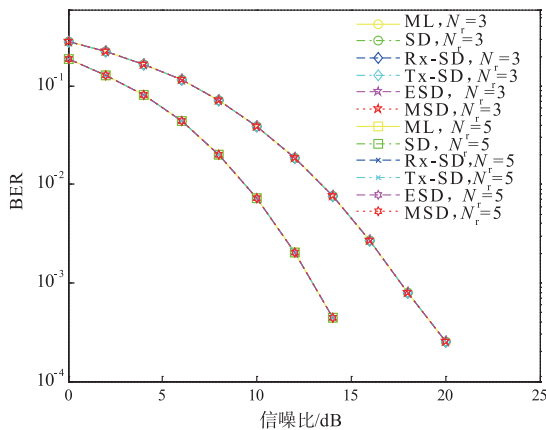


图1  $N_t=4, M=16$  时的误比特率仿真

### 4.2 复杂度分析

在图 2 中比较了 ESD 和 MSD 的计算复杂度与 Rx-SD、Tx-SD 的计算复杂度。图中的复杂度定义为  $C_{re}(\%) = 100 \times (C_{ML} - C_{SD}) / C_{ML}$ <sup>[9]</sup>, 表示 SD 相对于 ML 检测减小的相关复杂度。图 2(a) 中可以看出,在相同的频谱效率(频谱效率为 6 bps/Hz)下,  $N_t > N_r$  时,改进算法比 ML 检测和经典的 SD 检测具有更低的计算复杂度,尤其是

在信噪比较低的情况下优势更加明显,在信噪比为 3 dB 时,ESD 和 MSD 的相对复杂度降低了 33%。图 2(b) 中,  $N_t \leq N_r$  时,与 Tx-SD 进行比较,MSD 的相关复杂度降低了 20% 以上。此外,在相同条件下 ESD 与 MSD 相比,ESD 能够降低约 2% 的相关复杂度。

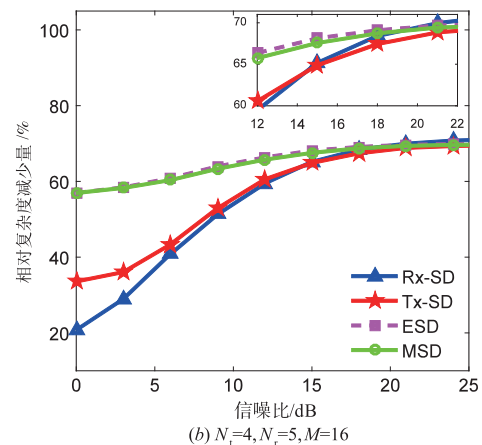
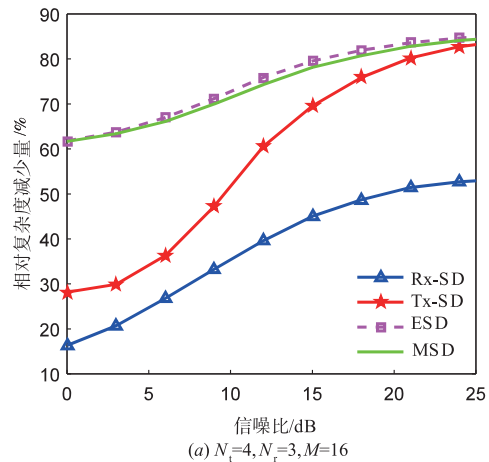


图2 计算复杂度与信噪比

## 5 结论

本文提出并分析了空间调制的两种球形译码的性能和计算复杂度。在与 ML 检测具有相同误比特率的情况下,本文提出的算法相对于经典球形译码检测算法的计算复杂度显著降低;仿真结果证明 ESD 和 MSD 都能够达到 ML 最优检测的性能,且 ESD 具有最低的相对计算复杂度。

### 参考文献

- [1] DI RENZO M, HAAS H, GHAYEB A, SUGIURA S, HANZO L. Spatial modulation for generalized MIMO: challenges, opportunities, and implementation[J]. Proceedings of the IEEE, 2014, 102(1): 56 - 103.
- [2] MESLEH R Y, HAAS H, SINANOVIC S, WOOK C A, YUN S. Spatial modulation[J]. IEEE Transactions on Ve-

- hicular Technology, 2008, 57(4):2228 – 2241.
- [3] DI RENZO M, HAAS H, GRANT P M. Spatial modulation for multiple-antenna wireless systems: A survey [J]. IEEE Communications Magazine, 2011, 49(12):182 – 191.
- [4] YANG P, DI RENZO M, XIAO Y, LI S, HANZO L. Design guidelines for spatial modulation [J]. IEEE Communications Surveys Tutorials, 2014, 17(1):6 – 26.
- [5] SERAFIMOVSKI N, YOUNIS A, MESLEH R, DI RENZO M, WANG C, GRANT P M, Haas H. Practical implementation of spatial modulation [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, 62(9):4511 – 4523.
- [6] JEGANATHAN J, GHAYEB A, SZCZECINSKI L. Spatial modulation: optimal detection and performance analysis [J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(8):545 – 547.
- [7] YOUNIS A, MESLEH R, HAAS H, GRANT P M. Reduced complexity sphere decoder for spatial modulation detection receivers [A]. IEEE GLOCOM, 2010 [C]. Miami, FL, USA; IEEE, 2010. 1 – 5.
- [8] YOUNIS A, DI RENZO M, MESLEH R, HAAS H. Sphere decoding for spatial modulation [A]. IEEE International Conference on Communications, 2011 [C]. Kyoto, Japan; IEEE, 2011. 1 – 6.
- [9] YOUNIS A, W. THOMPSON, DI RENZO M, WANG C, BEACH M A, HAAS H, GRANT P M. Performance of spatial modulation using measured real-world channels [A]. IEEE Vehicular Technology Conference, 2013 [C]. Las Vegas, NV, USA; IEEE, 2013. 1 – 5.
- [10] YOUNIS A, SINANOVIC S, DI RENZO M, MESLEH R, HAAS H. Generalised sphere decoding for spatial modulation [J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(7):2805 – 2815.
- [11] RAJASHEKAR R, HARI K. Sphere decoding for spatial modulation systems with arbitrary  $N_t$  [J]. Mathematics, 2012, eprint arXiv:1202.5187.
- [12] MEN H, JIN M. A low-complexity ML detection algorithm for spatial modulation systems with MPSK constellation [J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(8):1375 – 1378.
- [13] Jiang Y, Xu Y, Xie Y, et al. Low-complexity detection scheme for generalized spatial modulation [J]. Journal of Communications, 2016, 11(8):726 – 732.
- [14] Sun Y, Wang J, He L. Iterative zero forcing detection scheme for generalised spatial modulation [A]. IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting [C]. Ghent, Belgium; IEEE, 2015. 1 – 4.

#### 作者简介



蒋 阳 男, 1963 年生于四川岳池. 教授, 硕士生导师. 研究方向为无线通信技术、物联网及其应用等.

E-mail: cqjiangsun@126.com



谢宗霖 男, 1991 年生于四川泸州, 硕士研究生. 主要研究方向为无线通信技术.