

离散时间的完全服务并行优化轮询排队系统特性分析

保利勇, 丁新昱, 丁洪伟, 官铮, 葛俊阳

(云南大学信息学院, 云南昆明 650091)

摘要: 轮询是一种依次有序服务的系统资源动态调度机制. 针对服务器在站点间查询、服务和转移过程中的流水线作业方式导致了系统整体服务效率较低的问题, 本文提出了完全服务的并行优化轮询系统. 首先, 构建了系统的单服务器多队列排队模型和相应的系统状态方程, 并精确解析出系统特性参数的完整数学解析表达式. 此外, 还提出了一种系统状态稳定性的判定方法, 对不同负载状态下的系统稳定性进行了定量分析. 计算机仿真的统计分析结果与理论计算值相一致. 最后, 系统性能分析表明, 在保持周期性、无冲突服务的基础上, 系统的队长、时延特性和稳定状态下负载能力均得到了较大的提高.

关键词: 轮询; 并行优化调度; 完全服务; 队长特性; 时延特性; 系统稳定性

基金项目: 国家自然科学基金(No.61072079, No.61461053)

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2024)03-0838-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20220827

An Exact Analysis of Discrete Time Polling Queuing System Based on Parallel Optimization Exhaustive Service

BAO Li-yong, DING Xin-yu, DING Hong-wei, GUAN Zheng, GE Jun-yang

(Information School, Yunnan University, Kunming, Yunnan 650091, China)

Abstract: Polling is a dynamic scheduling mechanism of system resources with orderly services. Considering the low service efficiency of the whole system in the pipelining process of the server, this paper proposes a novel system of parallel optimization polling based on an exhaustive service policy. Firstly, the systematic single-server multi-queue queuing model and its equations of state transfer are constructed. Secondly, the complete mathematical analytical expressions of the system characteristic parameters are accurately analyzed. In addition, this paper attempts a method to quantitatively analyze the system stability under different load states. The statistical analysis result of the computer is consistent with the theoretical calculation value. Moreover, the system performance analysis shows that the queuing length, waiting delay characteristics and load capacity in steady state of the polling system have been greatly improved while maintaining periodic and conflict-free services.

Key words: polling; parallel optimized scheduling; exhaustive service; mean queue length; mean waiting time; system stability

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.61072079, No.61461053)

1 引言

轮询作为一种服务资源动态调度方式, 具有周期性和无冲突调度的特点, 在工业控制、交通调度运输、通信网络和金融分析等多种社会领域广泛应用^[1]. 目前, 互联网的应用如雨后春笋般快速的发展. 特别是, 信息通信技术已经从高速性、移动性和泛在化进一步

提升到智能化和空天一体化等多维度全景化融合发展^[2,3]. 服务系统的构建不仅需要保障业务的多样性和实时性, 进一步更需要满足超大顾客流量、超密集站点接入和超高可靠与低时延服务的应用需求^[4]. 随着发展的不断深入, 海量增长的服务需求和有限服务能力之间的矛盾不断激化, 如何保障高负载下系统的稳定性是当前服务资源调度策略研究的热点问题. 在服务

过程中,基于顾客数变化的服务资源动态调度方式具有更好的适应性.其中,基于竞争的服务资源随机调度方式具有较好的公平性,在高负载服务情况下却容易产生拥塞^[5].轮询所提供的非竞争性服务资源动态分配方式具有高负载情况下的良好稳定性,能够为系统提供更好的可靠性保障.但是,在低负载情况下轮询系统运行效率较低.因此,优化轮询系统的调度机制,提高轮询系统的调度效率是系统服务资源分配的一个重要发展方向.

轮询系统自从上世纪四十年代出现以来,一直都是研究者关注的重点^[6-8].基于排队论的轮询分析首先是由服务器和顾客队列组成系统调度策略控制模型,服务器通过周期查询的方式为系统中各队列的顾客依次提供服务.轮询的基本服务方式主要分为:限定服务、门限和完全服务.按照轮询服务系统的拓扑形态可以分为单服务器和多服务器.其中,单服务器系统分为单级和两级轮询.由于轮询系统是一种多变量控制的复杂系统,随着顾客到达率的增加系统性能呈现出非线性的急剧变化趋势.因此,各个系统性能指标的精确解析是定量系统性能分析的必要条件^[9].同时轮询系统模型解析过程包含着对 N 维随机变量的二阶求偏导项,精确解析出系统主要参数指标是该领域研究的难点.Takagi在文献^[10]中利用排队论和概率论的数学方法对轮询系统进行建模研究求出了近似解,使轮询系统的研究上升到了理论化和系统化的阶段.赵东风在文献^[11]中对完全服务轮询系统做了系统全面的数理解析,为后续研究打下坚实的基础.

随着科学技术的快速发展,国内外研究人员对轮询系统的研究也在不断深入^[12].目前轮询系统研究主要集中在优先级、非对称、多服务方式、高负载情况、多服务器和并行服务等方向.在非优先级到区分优先级系统方面,Jiang Tao^[13]提出了一个具有优先级的批处理服务轮询系统,并分析了系统参数对顾客到达过程的影响,给出了服务器最优的服务方式.Ran Wenxue^[14]通过一个基于并行的完全1-限定的优先级轮询系统描述和分析了物流中心重要订单和普通订单拣货效率的问题.Boxma^[15]对各队列内顾客的优先级进行区分,显著提高了系统的性能.在对称服务到非对称服务方面,Perel Efrat^[16]分析了一个顾客到达过程和服务器服务过程不对称的双队列轮询系统,求解出了系统的性能指标的解析式和稳定性条件.Meyfroyt T M M.^[17]提出了一种灵活的 k -limited服务策略.杨志军^[18]研究了一种非对称优先级轮询控制系统模型,并利用数学模型和神经网络的方法分别对其性能进行了分析.Adan^[19]研究了一个双队列轮询系统的性能,其模型特点是顾客进入系统时会选择加入长度较短的队列.在单一服务

方式到混合服务方式方面,Kim^[20]提出了具有重试和粘滞周期的单服务器多站混合轮询系统,并利用拉普拉斯变换分析了系统时延的平均值和方差.Uncu^[21]研究了轮询系统的负载平衡问题,并得到了在不同路由和服务策略下的多类队列具有最优路由概率的平衡队列.Gaast^[22]提出了一个局部门控和全局门控混合的批处理轮询系统,推导了每一个批次的平均等待时间精确解析式.在单级服务到多级服务的转变方面,Boon^[23]研究了轮询系统中队列长度分布的问题,推导出了系统在稳定框架下的多类多服务器的队列平衡方程,并将该研究结果由稳定框架扩展到非稳定框架.Bertsimas^[24]将Hébuterne^[25]的结果推广到多服务器 $E_k/G/s$ 队列,并提出了一种精确解析顾客等待时间的方法.在高负载情况下轮询系统的性能研究方面,Boon^[26]提出了一个猜想用于解决高负载情况下 K 限定轮询系统的两个公开问题.在非并行服务到并行服务方面,Adan^[27]提出一个有两个队列零切换时间的完全轮询系统,并对三种情况下顾客的行为策略进行分析,给出了系统运行最优的解决方案.Amit Jolles^[28]研究了具有非零切换时间的双队列单服务器轮询系统,并利用矩阵几何分析方法分析了系统参数和服务器切换时间对系统性能的影响.罗启鹏^[29]提出一种离散时间并行优化的门限服务轮询系统,并构建了系统的数学模型,得到了系统的各项性能指标的精确解析式.赵东风^[30]对周期查询限定($k=1$)服务排队系统的调度策略进行了改进,将传输服务与转移查询作了并行处理,讨论了系统的稳定特性.系统性能分析表明,并行调度策略使得限定($k=1$)服务和门限服务方式轮询系统的性能得到较大提升,基于限定服务和门限服务的轮询系统并行化研究为轮询理论研究开拓了新的方向,为本文的工作提供了启示.

与限定和门限两种服务方式相比较,完全服务方式的轮询系统具有更优的队长和时延特性,在实际领域中的应用也更为广泛.针对提高传统完全服务轮询系统服务效率的问题,本文首先阐述了传统完全服务方式轮询系统的调度控制特点,进一步从数理分析中发现服务器查询转移过程在整个流水线式的周期性操作中对系统性能的影响较大,并行优化处理服务器服务和转移两个控制流程能较好的改善系统服务效率.因此,本文提出了一种完全服务并行优化轮询系统.进一步利用排队论和随机过程理论等数学工具对顾客到达、服务器查询和服务以及转移等过程进行建模,并完整求解出平均排队队长、平均查询周期和平均等待时延的精确解析式,在此基础上给出了系统运行状态的判定公式.通过计算机进行仿真实验与理论计算值进行了相互验证,最后对该轮询系统的性能进行了定量

的评估.

本文的贡献:(1)本文运用并行调度服务策略的思想,在传统完全服务轮询模型基础上对转换查询和服务器服务过程做了并行优化处理;(2)以马尔可夫链理论为基础,建立并行优化轮询系统的排队模型;(3)对并行优化完全服务轮询系统进行一系列的数学解析得到一阶特性平均排队队长和平均循环周期以及二阶特性平均等待时延,建立实验仿真平台验证理论推导正确性;(4)提出了一种界定轮询系统状态的方法,并将其与系统的性能指标解析式相结合,对不同轮询的稳定性进行了定量的分析和对比.

2 系统模型

2.1 排队模型定义

轮询系统的基本模型是由一个服务器和 N 个队列组成^[31-33],基本模型如图 1 所示.传统完全服务轮询系统控制过程为服务器依次采用完全服务方式对系统内的每个队列进行服务,服务完最后一个队列后重新回到第一个队列继续查询服务.其中,完全服务是指服务器对当前队列进行服务时,需将查询前进入队列等待的顾客和服务期间新进入的顾客都全部服务完,直到队列为空才转移到下一个队列.服务器在站点间查询、服务和转移过程中采用流水线式的作业方式,控制机理如图 2 所示. t_n^* 时刻服务器开始服务 i 号队列,经过时间 β_i 后完成对 i 号队列的服务,再经过转换时间 γ_i 后, t_{n+1}^* 时刻开始服务 $i+1$ 号队列.按照同样的方式,服务器循环往复的对所有队列进行查询转移和完全服务.

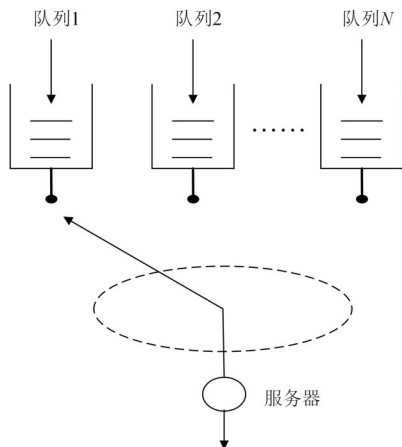


图1 轮询系统基本模型

本文在完全服务方式的基础上将服务器的服务和查询转移过程做并行优化处理,具体控制过程如图 2 中所示. t_n 时刻服务器开始对 i 号队列内的顾客进行服

务,在服务顾客的过程中查询 $i+1$ 号队列,在 t_{n+1} 时刻 ($t_{n+1} < t_{n+1}^*$) 随即开始对 $i+1$ 号队列进行完全服务.

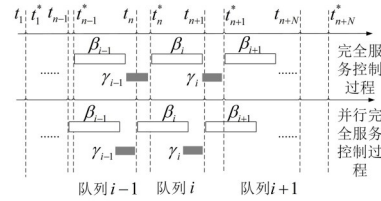


图2 传统完全服务轮询系统与并行完全服务轮询系统的控制过程

2.2 服务信息分组数的定义

为了更好地分析系统模型和让读者清晰地解读文章,定义了以下变量:

$\xi_i(n+1)$: i 号队列在 t_{n+1} 时刻所包含的顾客的个数;

$v_i(n)$: i 号队列被服务器服务时发送顾客所需的时间;

$u_i(n)$: i 号队列被服务器服务完后,服务器转到 $i+1$ 号队列所需的时间;

$\mu_i(u_i)$: 在 $u_i(n)$ 转换时间内,顾客进入 $i(i=1,2,\dots,N)$ 号队列的个数;

$\eta_i(v_i)$: 在 $v_i(n)$ 传输服务时间内,顾客进入 $i(i=1,2,\dots,N)$ 号队列的个数.

定义随机变量 $\xi_i(n)$ 是在 t_n 时刻 i 号站点的顾客数.在 t_n 时刻,整个并行优化完全服务系统的状态变量为: $\{\xi_1(n), \xi_2(n), \dots, \xi_i(n), \dots, \xi_N(n)\}$, 此时整个系统状态变量的概率分布可表示为: $P[\xi_i(n) = x_i; i = 1, 2, \dots, N]$. 在 t_{n+1} 时刻,整个并行优化完全服务系统的状态变量为: $\{\xi_1(n+1), \xi_2(n+1), \dots, \xi_i(n+1), \dots, \xi_N(n+1)\}$, 此时整个系统状态变量的概率分布可表示为: $P[\xi_i(n+1) = y_i; i = 1, 2, \dots, N]$.

2.3 系统的状态转移方程与概率母函数

根据轮询系统机制只有在 $\sum_{i=1}^N \lambda\beta = N\rho < 1$ 的情况下才能达到稳定状态,上文所定义的并行优化完全服务系统状态变量才能成立,此时可以得到并行优化完全服务轮询系统的概率分布函数为:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} P[\xi_i(n) = x_i; i = 1, 2, \dots, N] = \pi_i(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N) \quad (1)$$

$\pi_i(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N)$ 的概率母函数为:

$$G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) = \sum_{x_1=0}^{\infty} \sum_{x_2=0}^{\infty} \dots \sum_{x_i=0}^{\infty} \dots \sum_{x_N=0}^{\infty} \pi_i(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N) z_1^{x_1} z_2^{x_2} \dots z_i^{x_i} \dots z_N^{x_N}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

假定在第 τ_m 时隙 ($\tau_m = t_m - t_{m-1}$, 长度为单位时间), i 号站点中有 $\zeta_i(\tau_m)$ 个顾客等待发送, 当 i 号站点接受服务并传输其中的第 l 个顾客时, 需要 $S_{i,l}$ 个时隙的时间. 在 $S_{i,l}$ 个时隙内 i 号站点存储器将会接收新的顾客. 假设 i 号站点发送完第 τ_m 时隙期内的顾客包括新接收的全部顾客, 总共消耗的时间为 $V_{i,m}$, 则有下面关系式:

$$V_{i,m} = \sum_{l=1}^{\zeta_i(\tau_m)} \left(S_{i,l} + \sum_{h=1}^{S_{i,l}} V_{i,h} \right), \quad i=1, 2, \dots, N; \quad m=1, 2, \dots \quad (3)$$

假设在轮询系统中任何一个队列在任何一个时间对顾客进行完全服务的时间为随机变量, 并且是相互独立的且概率分布相同. 其概率母函数 $F(z_i)$ 可以表示为:

$$\begin{aligned} F(z_i) &= E(z_i^{V_{i,m}}) = E[Z_i^A F^A(m)] \\ &= E[B^{\zeta_i(\tau_m)}(z_i F(z_i))] \\ &= A(B(z_i F(z_i))), \quad i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $A = \sum_{i=1}^{\zeta_i(\tau_m)} S_{i,l}$.

根据队列内顾客数的变化规律, 在 t_{n+1} 时刻 $i+1$ 号队列被服务器服务时, 有如下关系式:

$$\begin{cases} \zeta_j(n+1) = \zeta_j(n) + \mu_j(u_i), \zeta_i(n+1) = \mu_i(u_i), & \zeta_i(n) = 0 \\ \zeta_j(n+1) = \zeta_j(n) + \eta_j(v_i), \zeta_i(n+1) = 0. & \zeta_i(n) \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

当轮询系统处于稳态条件下, 该系统状态是马尔可夫随机过程, 并且稳定分布具有唯一性. 因此, 在 t_{n+1} 时刻 $i+1$ 号站点被服务器服务时, 稳态下的系统状态变量概率母函数为:

(1) 队列内的顾客为空时可以得出系统状态变量的概率母函数

$$\begin{aligned} G_{i+1}(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) &= \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\prod_{j=1}^N z_j^{\zeta_j(n+1)} \Big|_{\zeta_i(n)=0} \right] P(\zeta_i(n) = 0) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\zeta_j(n) + \mu_j(u_i)} z_j^{\mu_j(u_i)} \Big|_{\zeta_i(n)=0} \right] P(\zeta_i(n) = 0) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\prod_{j=1}^N z_j^{\mu_j(u_i)} \right] E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\zeta_j(n)} \right] P(\zeta_i(n) = 0) \\ &= R_i \left[\prod_{j=1}^N A_j(z_j) \right] G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) \Big|_{z_i=0} \end{aligned} \quad (6)$$

(2) 队列内的顾客不为空时可以得出系统状态变量的概率母函数

$$\begin{aligned} G_{i+1}(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} E \left[\prod_{j=1}^N z_j^{\zeta_j(n+1)} \Big|_{\zeta_i(n)=k} \right] P(\zeta_i(n) = k) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} E \left[\prod_{j=1}^N z_j^{\zeta_j(n+1)} \Big|_{\zeta_i(n)=k} \right] P(\zeta_i(n) = k) \\ &\quad - \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\prod_{j=1}^N z_j^{\zeta_j(n+1)} \Big|_{\zeta_i(n)=0} \right] P(\zeta_i(n) = 0) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\zeta_j(n) + \eta_j(v_i)} z_i^0 \Big|_{\zeta_i(n)=k} \right] P(\zeta_i(n) = k) \\ &\quad - \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\zeta_j(n) + \eta_j(v_i)} z_i^0 \Big|_{\zeta_i(n)=0} \right] P(\zeta_i(n) = 0) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\eta_j(v_i)} \right] E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\zeta_j(n)} \right] P(\zeta_i(n) = k) \\ &\quad - \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\eta_j(v_i)} \right] E \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N z_j^{\zeta_j(n)} \right] P(\zeta_i(n) = 0) \\ &= G_i \left(z_1, z_2, z_3, \dots, B_i \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N A_j(z_j) \right] F \left(\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N A_j(z_j) \right) \right), \dots, z_N \\ &\quad - G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) \Big|_{z_i=0} \end{aligned} \quad (7)$$

由式 (6) 和式 (7) 得到系统状态变量的概率母函数:

$$\begin{aligned} G_{i+1}(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) &= G_i \left(z_1, z_2, z_3, \dots, B_i \left[\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N A_j(z_j) \right] F \left(\prod_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N A_j(z_j) \right) \right), \dots, z_N \\ &\quad - G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) \Big|_{z_i=0} \\ &\quad + R_i \left[\prod_{j=1}^N A_j(z_j) \right] G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N) \Big|_{z_i=0}, \end{aligned} \quad i=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

3 系统解析

3.1 系统平均排队队长

轮询系统中队列内的顾客的平均排队队长定义与文献[11]相同, 在 t_n 时刻 i 号队列被服务器服务时, j 号

队列的平均排队队长的公式:

$$g_i(j) = \lim_{z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_N \rightarrow 1} \frac{\partial G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N)}{\partial z_j},$$

$$i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

式(8)求一阶偏导可以得到以下公式:

$$g_{i+1}(j) = g_i(j) + g_i(i) B_i'(1) A_j'(1) (1 + F'(1))$$

$$- g_{i0}(j) + R_i'(1) A_j'(1) G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + g_{i0}(j)$$

$$= g_i(j) + g_i(i) \beta \lambda (1 + F'(1)) - g_{i0}(j)$$

$$+ \gamma \lambda G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + g_{i0}(j),$$

$$j \neq i; i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

$$g_{i+1}(i) = R_i'(1) A_j'(1) G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + g_{i0}(j) - g_{i0}(j)$$

$$= -g_{i0}(j) + \gamma \lambda G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + g_{i0}(j),$$

$$j = i \quad (11)$$

由式(10)和式(11)计算得以下公式:

$$g_i(i) = \frac{\lambda_j \sum_{j=1}^N \gamma_i (1 - \rho_i)}{1 - N \rho_i} G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} \quad (12)$$

由式(12)得到并行优化完全服务轮询系统的平均排队队长:

$$g_i(i) = \frac{N \gamma \lambda (1 - \rho)}{1 - N \rho} G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} \quad (13)$$

由式(13)化简得到公式:

$$g_i(i) = \frac{N \gamma \lambda (1 - \rho)}{1 - N \rho + N \gamma \lambda} \quad (14)$$

3.2 平均循环周期

系统的查询周期是 N 个队列被服务完一轮所用的时间. 由于该系统是非线性系统, 一般采用期望值来表示系统的整体效率, 根据公式之间的联系可以得到系统平均循环周期为:

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^N [\gamma + \beta g_i(i) + \beta \rho g_i(i)]$$

$$+ \sum_{i=1}^N [\beta \rho^2 g_i(i) + \dots + \beta \rho^n g_i(i) + \dots]$$

$$= \frac{N \gamma}{1 - N \rho + N \gamma \lambda} \quad (15)$$

3.3 系统吞吐量

系统的吞吐量是单位时间内系统服务顾客数, 其解析式为:

$$T = N \lambda \beta \quad (16)$$

4 平均等待时延

轮询系统中队列内的顾客的平均等待时延定义与文献[12]相同, 在上述推导的基础上继续对式(9)求二

阶偏导得到下列方程组:

$$g_i(j, k) = \lim_{z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_N \rightarrow 1} \frac{\partial^2 G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N)}{\partial z_j \partial z_k},$$

$$i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

由式(8)求二阶偏导可以得到下列公式:

$$g_{i+1}(j, k) = g_i(j, k) + \rho^2 (1 + F'(1))^2 g_i(i, i) g_i(i)$$

$$+ R''(1) \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + \gamma \lambda [g_{i0}(j) + g_{i0}(k)]$$

$$+ \left\{ B''(1) \lambda^2 (1 + F'(1))^2 + \lambda^2 \beta [1 + 3F'(1) + F''(1)] \right\}$$

$$+ \gamma \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + \rho (1 + F'(1)) [g_i(i, k) + g_i(j, i)]$$

$$(18)$$

$$g_i(j, k) = \lim_{z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_N \rightarrow 1} \frac{\partial^2 G_i(z_1, z_2, z_3, \dots, z_i, \dots, z_N)}{\partial z_j \partial z_k},$$

$$i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

$$g_{i+1}(j, i) = R''(1) \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + \gamma \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0}$$

$$+ \gamma \lambda g_{i0}(j) \quad (20)$$

$$g_{i+1}(i, i) = R''(1) \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + \gamma A''(1) G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} \quad (21)$$

由式(17)和式(19)计算得到下列公式:

$$\sum_{i=1}^N g_{i+1}(j, k) = \sum_{i=1}^N \rho (1 + F'(1)) [g_i(i, k) + g_i(j, i)]$$

$$+ \sum_{i=1}^N \rho^2 (1 + F'(1))^2 g_i(i, i) + \sum_{i=1}^N g_i(j, k)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{B''(1) \lambda^2}{(1 - \rho)^2} + \lambda^2 \beta [1 + 3F'(1) + F''(1)] \right\} g_i(i)$$

$$+ \sum_{i=1}^N R''(1) \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + \sum_{i=1}^N \gamma \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0}$$

$$+ \sum_{i=1}^N \gamma \lambda [g_{i0}(j) + g_{i0}(k)] \quad (22)$$

由式(18)和式(20)计算得:

$$\sum_{i=1}^N g_{i+1}(j, j) = \sum_{i=1}^N g_i(j, j) + 2 \sum_{i=1}^N \rho (1 + F'(1)) g_i(j, i)$$

$$+ 2 \sum_{i=1}^N \gamma \lambda g_{i0}(j) + \sum_{i=1}^N \rho^2 (1 + F'(1))^2 g_i(i, i)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{B''(1) \lambda^2}{(1 - \rho)^2} + \lambda^2 \beta [2F'(1) + F''(1)] \right\}$$

$$+ \beta A''(1) + \beta A'(1) F'(1) \} g_i(i)$$

$$+ \sum_{i=1}^N R''(1) \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} + \sum_{i=1}^N \gamma \lambda^2 G_i(z_i) \Big|_{z_i=0} \quad (23)$$

将式(21)的计算结果代入式(22)中化简后得下列公式:

$$\begin{aligned} g_i(i, i) = & \frac{N(1-\rho)G_i(z_i) \Big|_{z_i=0}}{1-N\rho} \{R''(1)\lambda^2 + \rho(N-1)\gamma\lambda^2 \\ & + (1+\rho-N\rho)\gamma A''(1) \\ & + \frac{(N-1-N\rho+\rho)\gamma^2\lambda^2 + (N-1)\gamma\lambda^3 B''(1)}{1-N\rho} \\ & + \frac{2\rho + (N^2-3N+2)\gamma\lambda^2\rho^2}{1-N\rho} \\ & + \frac{(1+\rho-N\rho)(N-1)\gamma\rho A''(1)}{1-N\rho} \\ & + \frac{(N-1)\gamma\lambda(\beta^2 A''(1) + \lambda B''(1))}{(1-N\rho)(1-\rho)} \} \quad (24) \end{aligned}$$

根据并行优化完全服务系统控制机理,首先计算出 t_m 至 t_n 时间内到达的顾客被服务时间的随机变量 $W_{i,1}(n)$ 的均值. 得到以下关系式:

$$\begin{aligned} E(W_{i,1}) = & \frac{g_i(i, i)}{2\lambda(1+\rho)g_i(i)} - \frac{(1-\rho-\rho^2)A''(1)}{2\lambda^2(1-\rho^2)} \\ & + \frac{\lambda B''(1)}{2(1-\rho^2)}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (25) \end{aligned}$$

然后计算 t_n 至 t_m 时间内到达的顾客被服务时间的随机变量 $W_{i,2}(n)$ 的均值. 得到以下关系式:

$$\begin{aligned} E(W_{i,2}) = & \frac{\rho g_i(i, i)}{2\lambda(1+\rho)g_i(i)} + \frac{\rho^2 A''(1)}{2\lambda^2(1-\rho^2)} + \frac{\lambda \rho B''(1)}{2(1-\rho^2)}, \\ & i=1, 2, \dots, N \quad (26) \end{aligned}$$

由式(23)~式(25)计算得到并行完全服务轮询系统的平均等待时延:

$$\begin{aligned} E(W) = & E(W_{i,1}) + E(W_{i,2}) \\ = & \frac{g_i(i, i)}{2\lambda g_i(i)} + \frac{(-1+\rho+2\rho^2)A''(1)}{2\lambda^2(1-\rho^2)} + \frac{\lambda B''(1)}{2(1-\rho)} \\ = & \{R''(1)\lambda^2 + \rho(N-1)\gamma\lambda^2 + (1+\rho-N\rho)\gamma A''(1) \\ & + \frac{(N-1-N\rho+\rho)\gamma^2\lambda^2 + (N-1)\gamma\lambda^3 B''(1)}{1-N\rho} \\ & + \frac{2\rho + (N^2-3N+2)\gamma\lambda^2\rho^2}{1-N\rho} \\ & + \frac{(1+\rho-N\rho)(N-1)\gamma\rho A''(1)}{1-N\rho} \\ & + \frac{(N-1)\gamma\lambda(\beta^2 A''(1) + \lambda B''(1))}{(1-N\rho)(1-\rho)} \} \end{aligned}$$

$$+ \frac{(-1+\rho+2\rho^2)A''(1)}{2\lambda^2(1-\rho^2)} + \frac{\lambda B''(1)}{2(1-\rho)} \quad (27)$$

5 轮询系统稳定状态分析

轮询系统是一种无冲突的集中调度方式. 随着顾客到达率的不断提高,系统吞吐量会持续增长. 但是系统状态会从欠饱和的稳定状态逐渐发展到过饱和的不稳定状态. 尤其是,在过饱和状态下,顾客到达率的微小增大往往会让系统指标急剧增大,同时系统稳定性的大幅下降. 针对轮询系统的这一特性,我们给出轮询系统的运行状态判定指标为:

$$Q_{F(\lambda)} = \lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \frac{F(\lambda + \Delta\lambda) - F(\lambda)}{\Delta\lambda} = \frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda} \quad (28)$$

其中, $F(\lambda)$ 为系统的性能指标, λ 为的顾客到达率. 此外,为了更直观的表达性能指标与顾客到达率之间的映射关系,我们将 Q 进行归一化处理. 在满足系统状态稳定工作条件下,定义 $Q < 1$ 时系统的状态为未饱和状态,此时系统状态较为平稳,顾客到达率的变化不容易引起系统性能参数的大幅波动;定义 $Q = 1$ 时的状态定义为饱和状态,此时系统顾客到达的增长率与系统性能指标的增长率刚好相等,系统状态刚好处于由饱和和转向过饱和的临界点;定义 $Q > 1$ 时的状态为过饱和状态,此时系统顾客到达率的细微变化也能引起系统的性能也急剧增长,系统趋向于不稳定工作状态.

(1) 平均排队队长的饱和状态

我们对式(14)求偏导,得到下列公式:

$$Q_{g_i(i)} = \frac{\partial g_i(i)}{\partial \lambda} = \frac{N\gamma(1-2\rho) + N\gamma\lambda(N\beta - N\gamma)(1-\rho)}{(1-N\rho + N\lambda\gamma)} \quad (29)$$

则归一化条件下, $Q_{g_i(i)} = 1$ 时平均排队队长为饱和状态.

(2) 平均循环周期饱和状态

我们对式(15)求偏导,得到下列公式:

$$Q_{E(\theta)} = \frac{\partial E(\theta)}{\partial \lambda} = \frac{N\gamma(N\beta - N\gamma)}{1 - N\rho + N\lambda\gamma} \quad (30)$$

当 $Q_{E(\theta)} = 1$ 时平均循环周期达到饱和状态.

6 系统性能分析

本文使用 MatlabR2019a 软件搭建了一个轮询系统计算机仿真平台. 轮询系统中每个队列到达的顾客分布符合泊松过程,在满足 $\sum_{i=1}^N \lambda_i \beta_i < 1$ 的条件下. 当仿真环境与初始值一致时,通过仿真程序将关键指标的理论值与统计分析结果进行比较,判断系统性能是否良好.

在仿真实验程序中,按照泊松分布特性生成顾客流. 在轮询系统稳定条件下,随机选取队列个数 N 服务

时间 β 和查询转换时间 γ . 本论文选取了队列个数 $N=10$, 服务时间 $\beta=10$, 查询转换时间 $\gamma=1$. 随着顾客到达率 λ 从 0 到 0.008 的变化, 对轮询系统的关键参数指标平均排队队长、平均循环周期和平均等待时延进行讨论. 系统仿真伪代码如算法 1.

算法 1 仿真伪代码

```

初始化  $\zeta(n)=0, i=1, 2, \dots, N; s=0; T=0; N\lambda\beta < 1$ 
While  $s \neq 1\ 000\ 000$ , Do
For  $i=1:N$ 
    (query common sites)
     $\zeta_i(n)=\text{exprnd}(\frac{1}{\lambda}, 1, 1\ 000)$ ; //  $i$  号队列产生的顾客数
    If  $\zeta_i(n) \neq 0$ ; //  $i$  号队列产生顾客数不为零
     $u_i(n)=\gamma$ ; //  $i$  号队列转移时间
     $v_i(n)=\zeta_i(n) \cdot \beta$ ; //  $i$  号队列服务时间
     $T_{i\_wait}=T_{i\_wait}+\zeta_i(n) \cdot \beta$ ; //  $i$  号队列服务总时间
    Else
     $T_{i\_wait}=\gamma$ ;
 $T_{s\_wait}=T_{s\_wait}+T_{i\_wait}$ ; // 系统第  $s$  次服务总时间
 $\zeta_s(n)=\zeta_s(n)+\zeta_i(n)$ ; // 系统服务第  $s$  次总顾客数
End
 $s=s+1$ 
 $T\_wait=T\_wait+T_{s\_wait}$ ; // 系统服务总时间
 $\zeta(n)=\zeta(n)+\zeta_s(n)$ ; // 系统服务总顾客数
End
 $\text{average\_length}=\zeta(n)/(N \cdot (s-1))$ ; // 轮询系统平均排队队长
 $\text{average\_cyclic}=\frac{T\_wait}{s-1}$ ; // 轮询系统平均循环周期
 $\text{average\_delay}=\frac{T\_wait}{\zeta(n)}$ ; // 轮询系统平均等待时延
    
```

(1) 表 1、表 2 和表 3 分别是系统平均排队队长、查询周期和等待时延的理论值计算与仿真值对比表. 如这三个表所示, 随着顾客到达率的增加, 三个指标值均不断增长, 增长趋势符合轮询系统的工作机制特点. 从对各个指标的理论计算值和仿真统计值分析, 所有数据的误差值不超过理论计算值的 3%, 说明系统的理论值与仿真值有较好的一致性, 验证了系统理论解析的有效性.

(2) 图 3 是轮询系统平均排队队长对比图. 如图所示, 随着顾客到达率的增长轮询系统平均排队队长的曲线变化趋势相同, 各条曲线由上而下层次化分布. 6 种轮询系统平均排队队长关系为:

$$g_i(i)_{\text{限定}} > g_i(i)_{\text{门限}} > g_i(i)_{\text{完全}} > g_i(i)_{\text{并行限定}} > g_i(i)_{\text{并行门限}} > g_i(i)_{\text{并行优化完全}}$$

并行优化后的系统队长性能均优于传统的轮询系统, 均呈现出相同的大小次序, 即限定服务的队长大于门限服务方式, 门限服务方式的队长大于完全服务方式. 并行优化完全服务轮询系统的队长曲线一直处于

表 1 系统平均排队队长

到达率 λ	理论值	仿真值	误差值
0.001 0	0.002 14	0.002 30	0.000 16
0.001 7	0.003 85	0.003 82	0.000 03
0.002 4	0.005 78	0.005 81	0.000 03
0.003 1	0.007 98	0.008 13	0.000 15
0.003 8	0.010 54	0.010 54	0
0.004 5	0.013 56	0.013 22	0.000 34
0.005 2	0.017 21	0.017 25	0.000 04
0.005 9	0.021 74	0.021 77	0.000 03
0.006 6	0.027 27	0.027 56	0.000 29
0.007 3	0.035 41	0.035 06	0.000 35
0.008 0	0.046 62	0.046 92	0.000 3

表 2 系统平均循环周期

到达率 λ	理论值	仿真值	误差值
0.001 0	2.188 2	2.190 5	0.002 3
0.001 7	2.352 2	2.342 5	0.009 7
0.002 4	2.520 2	2.528 0	0.007 8
0.003 1	2.748 7	2.762 3	0.013 6
0.003 8	2.970 9	3.013 4	0.042 5
0.004 5	3.282 6	3.308 2	0.025 6
0.005 2	3.625 2	3.617 9	0.007 3
0.005 9	4.060 1	4.041 2	0.018 9
0.006 6	4.628 9	4.655 3	0.033 6
0.007 3	5.410 3	5.412 5	0.002 2
0.008 0	6.401 2	6.435 8	0.034 6

表 3 系统平均等待时延

到达率 λ	理论值	仿真值	误差值
0.001 0	2.292 8	2.294 5	0.001 7
0.001 7	3.329 0	3.326 2	0.002 8
0.002 4	4.559 8	4.561 7	0.001 9
0.003 1	6.012 3	6.024 3	0.012 0
0.003 8	7.752 5	7.782 8	0.030 3
0.004 5	9.875 2	9.872 9	0.002 3
0.005 2	12.222 0	11.808 5	0.413 5
0.005 9	15.914 5	15.811 9	0.102 6
0.006 6	20.535 6	20.419 4	0.116 2
0.007 3	26.671 5	26.691 1	0.019 6
0.008 0	36.022 7	36.061 0	0.038 3

最下层, 表明在相同的到达率情况下改进后的完全服务轮询系统的排队队长最小, 各个站点内排队等待的顾客数最少.

(3) 图 4 是轮询系统的平均等待时延对比图. 顾客

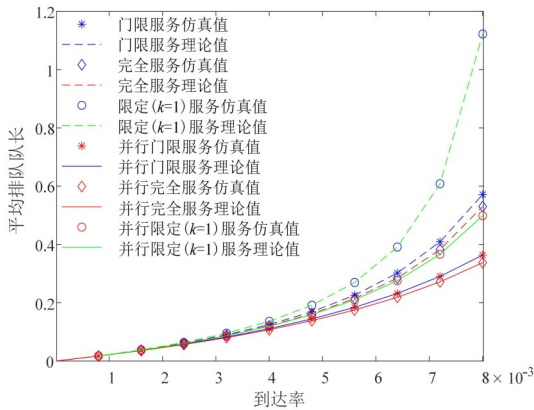


图3 轮询系统平均排队队长对比图

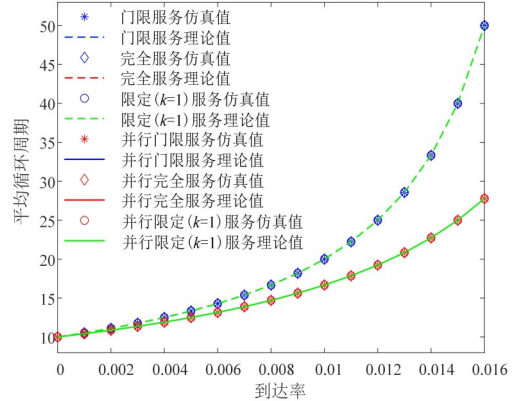


图5 轮询系统平均循环周期对比图

的平均等待时延是衡量一个服务系统的时延敏感性指标,顾客等待时间越小,系统服务效率越高. 图中曲线分布情况和平均排队队长指标类似. 如图所示,6种轮询系统平均等待时延指标可以得到关系式:

$$E(W)_{\text{限定}} > E(W)_{\text{门限}} > E(W)_{\text{完全}} > E(W)_{\text{并行限定}} > E(W)_{\text{并行门限}} > E(W)_{\text{并行完全}}$$

从关系式中可以得到并行优化完全轮询系统的顾客等待时延是最小的,也意味着在相同时间段内可以服务更多的顾客,服务效率最高.

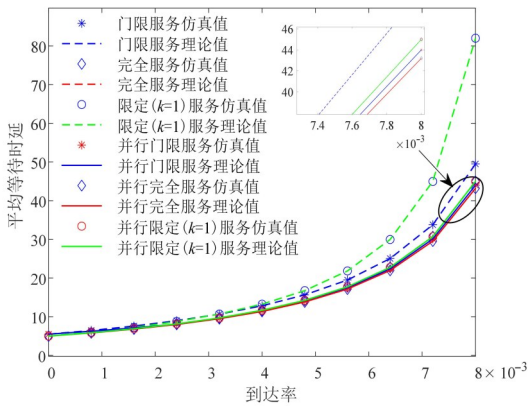


图4 六种轮询系统平均等待时延对比图

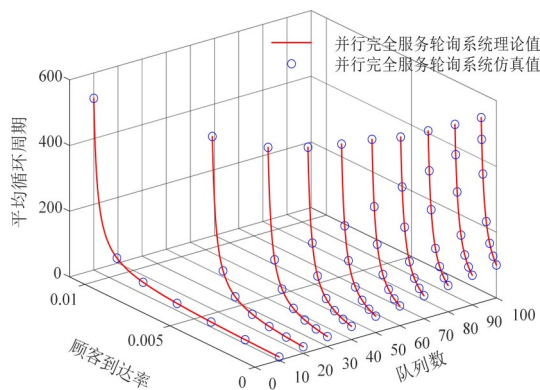
(4)图5是轮询系统的平均循环周期对比图. 从图中的曲线的整体变化可以观察到并行优化后的轮询系统的平均循环周期随着顾客到达率的增加而增加,而其一直处在比较低的位置. 这表明了并行优化完全服务轮询系统响应速度和稳定性比其他传统服务轮询系统有了较大的提高,更加利于超大顾客流量、密集站点接入和超高可靠服务的系统需求,符合并行优化改进的初衷. 此外,从对比图的层次变化趋

势可以看出改进后的轮询系统同样遵循着轮询系统的固有特点,平均循环周期大小与服务方式无关的变化规律,即:

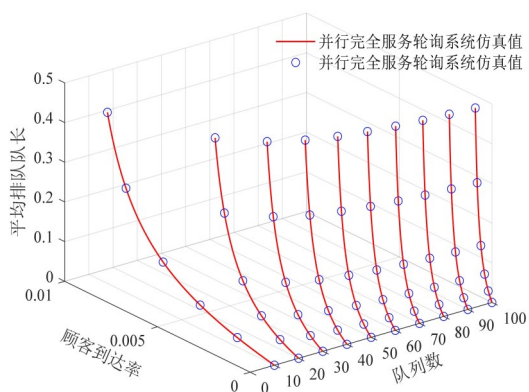
$$E(\theta_i)_{\text{限定}} = E(\theta_i)_{\text{门限}} = E(\theta_i)_{\text{完全}} > E(\theta_i)_{\text{并行限定}} = E(\theta_i)_{\text{并行门限}} = E(\theta_i)_{\text{并行完全}}$$

(5)图6为不同站点数下轮询系统性能指标对比图. 如三个图所示,随着站点数目的不断增加,三个性能指标均不断的增大,并且性能指标的变化趋势一直是随着顾客到达率的增加而增大,没有下降的趋势. 这表明在面对大规模接入的需求时,轮询系统也能够保持正常工作,可靠的为各个站点提供服务. 此外,在队列数量比较小时,系统的三个性能指标曲线随着顾客到达率的增长呈现出相对平缓的变化. 而随着队列数量的增加,系统曲线的变化逐渐由相对平缓过渡到了陡然增大,并且在队列数量多时维持较快的增长趋势.

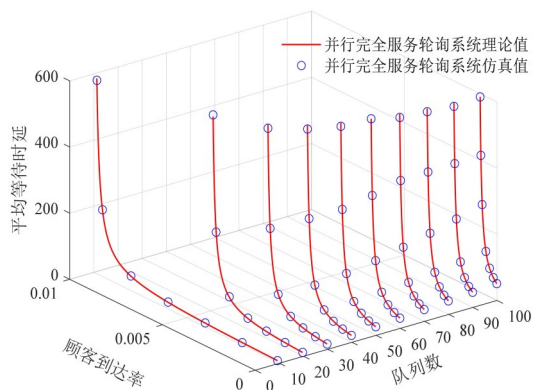
(6)图7为轮询系统性能指标变化率对比图,该图依据式(29)和式(30)计算得到. 如图7(a)和图7(b)所示,一方面从发展变化趋势看,平均排队队长和平均循环周期的变化率的整体趋势都是随着顾客到达率的增加而持续增加. 而另一方面从分布层次看,并行完全服务系统的各项性能指标变化率的数值一直处于较低的位置. 随着顾客到达率不断增大时,并行优化完全服务轮询系统的性能更加稳定. 由于变化率曲线单调增加,设 $Q_{\text{完全平均排队队长}} = 1$,解方程有唯一解,得到完全服务系统平均排队队长的饱和到达率 $\lambda_{a1} = 0.006985$. 同理可得,并行完全服务系统的平均排队队长饱和到达率为 $\lambda_{a2} = 0.00778$,优化后的模型与原来的模型相比饱和状态的负载大约提升了11.3%;同理可得,将平均循环周期的公式代入到式(28)中,可以求解得出 $\lambda_{b1} = 0.00684$ 和 $\lambda_{b2} =$



(a) 平均循环周期



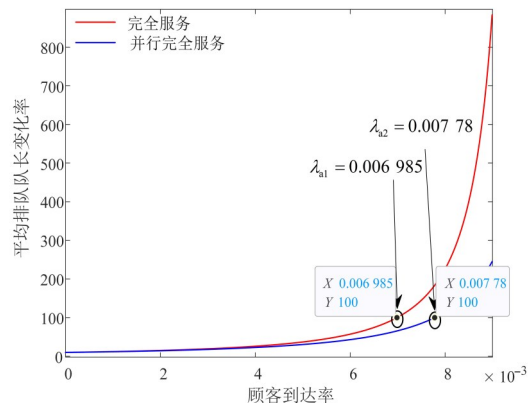
(b) 平均排队队长



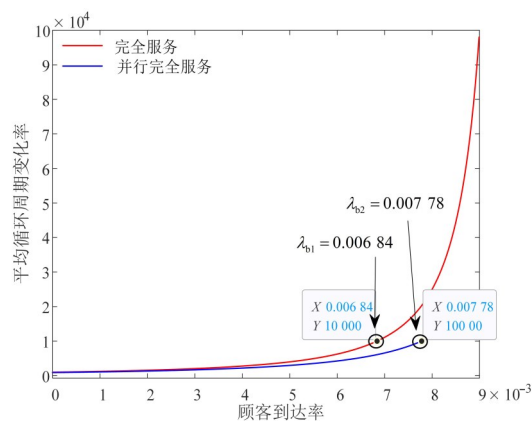
(c) 平均等待时延

图6 不同站点数下轮询系统性能指标对比图

0.007 78 分别为完全服务系统平均循环周期的饱和到达率和并行完全系统平均循环周期的饱和到达率, 优化后的模型与原来的模型相比饱和状态的负载提高了 13.7%.



(a) 平均排队队长变化率



(b) 平均循环周期变化率

图7 轮询系统性能指标变化率对比图

7 结论

服务资源调度是服务系统需要完成的核心任务. 随着服务系统的接入顾客数、服务网络拓扑形态和业务类型的日趋多样化, 服务资源调度算法面临的场景越来越复杂. 同时, 控制变量的增多也导致算法求解难度呈现指数级增长, 传统的资源调度算法难以应对. 其中, 海量增长的服务需求和有限服务能力之间的矛盾仍然是当前服务系统研究面临的难题. 特别是, 在矛盾激化时保持服务系统的整体稳定性是资源调度的保障性要求. 轮询系统是一种集中控制的动态调度服务模式, 其运行方式具有高可靠性、无冲突和周期性的特点. 但是, 传统轮询系统流水线作业式的调度方式使得系统在低负载的情况下运行效率较低. 因此, 本文提出了离散时间并行优化完全服务轮询系统, 通过并行优化处理服务器服务和转移两个控制流程能较好的改善系统服务效率. 根据优化控制流程, 论文构建了 N 维随机变量组成的复杂随机系统数学模型, 通过数理分析得到了系统关键性能指标的完整数学解析表达式. 此

基础上进行进一步求导,得到系统稳定状态公式,并通过计算机仿真实验验证推导公式的正确性,为进一步轮询系统应用提供了系统理论支撑.与传统轮询系统相比较,该系统不仅提高了系统响应能力,更在保持系统稳定性的基础上降低了系统的顾客排队队长和等待时延,提高了系统服务的整体效率.该系统的完整解析同时也填补了单级轮询服务系统理论演进研究的一项空白,为目前所存在的问题提供一种解决思路.

参考文献

- [1] TEYMOORI P, SOHRABY K, KIM K. A fair and efficient resource allocation scheme for multi-server distributed systems and networks[J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2016, 15(9): 2137-2150.
- [2] FRALIX B. A new look at a smart polling model[J]. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2018, 88(3): 339-367.
- [3] XU J, GAUTAM N. On competitive analysis for polling systems[J]. *Naval Research Logistics*, 2020, 67(6): 404-419.
- [4] VLADLMIR V, OLGA S. Polling systems and their application to telecommunication networks[J]. *Mathematics*, 2021, 9(2): 117.
- [5] BIANCHI G. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2000, 18(3): 535-547.
- [6] TOUMI M, SEMCHEDINE F. Improving the throughput in lightly disturbed IEEE 802.11 DCF saturated network using the fragmentation mechanism under basic access Mode[J]. *Wireless Personal Communications*, 2021, 118(4): 2383-2397.
- [7] DVIR N, HASSIN R, YECHIALI U. Strategic behaviour in a tandem queue with alternating server[J]. *Queueing Systems*, 2020, 96(3): 205-244.
- [8] ABHISHEK, BOON M A A, BOXMA O J, et al. A single-server queue with batch arrivals and semi-Markov services [J]. *Queueing Systems*, 2017, 86(3): 217-240.
- [9] BORST S, BOXMA O J. Polling: Past, present, and perspective[J]. *TOP*, 2018, 26(3): 335-369.
- [10] TAKAGI H. Mean message waiting times in symmetric multi-queue systems with cyclic service[J]. *Performance Evaluation*, 1985, 5(4): 271-277.
- [11] 赵东风, 郑苏民. 查询式完全服务排队模型分析[J]. *电子学报*, 1994, 22(5): 102-107.
ZHAO D F, ZHENG S M. Analysis of a polling model with exhaustive service[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1994, 22(5): 102-107. (in Chinese)
- [12] LEE G, SHIN S, JEONG J. Efficient hybrid polling for ultra-low latency storage devices[J]. *Journal of Systems Architecture*, 2022, 122: 102338.
- [13] JIANG T, LU X Z, LIU L, et al. Strategic behavior of customers and optimal control for batch service polling systems with priorities[J]. *Complexity*, 2020, 2020: 6015372.
- [14] RAN W X, LIU S, ZHANG Z. A polling-based dynamic order-picking system considering priority orders[J]. *Complexity*, 2020, 2020: 4595316.
- [15] BOON M A A, ADAN I J B F, BOXMA O J. A polling model with multiple priority levels[J]. *Performance Evaluation*, 2010, 67(6): 468-484.
- [16] PEREL E, PEREL N, YECHIALI U. A polling system with 'join the shortest - serve the longest' policy[J]. *Computers & Operations Research*, 2020, 114: 104809.
- [17] MEYFROYT T M M, BOON M A A, BORST S C, et al. Performance of large-scale polling systems with branching-type and limited service[J]. *Performance Evaluation*, 2019, 133: 1-24.
- [18] YANG Z J, MAO L, YAN B, et al. Performance analysis and prediction of asymmetric two-level priority polling system based on BP neural network[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 99: 106880.
- [19] ADAN I J B F, BOXMA O J, KAPODISTRIA S, et al. The shorter queue polling model[J]. *Annals of Operations Research*, 2016, 241(1): 167-200.
- [20] KIM B, KIM J. Analysis of the waiting time distribution for polling systems with retrials and glue periods[J]. *Annals of Operations Research*, 2019, 277(2): 197-212.
- [21] UNCU N. Load balancing in polling systems under different policies via simulation optimization[J]. *International Journal of Simulation Modelling*, 2022, 21(2): 273-283.
- [22] VAN DER GAAST J P, ADAN I J B F, KOSTER R B M DK. The analysis of batch sojourn-times in polling systems[J]. *Queueing Systems*, 2017, 85(3): 313-335.
- [23] BOON M A A, BOXMA O J, KELLA O, et al. Queue-length balance equations in multiclass multiserver queues and their generalizations[J]. *Queueing Systems*, 2017, 86(3): 277-299.
- [24] PAPAConstantinou X, BERTSIMAS D. Relations between the prearrival and the postdeparture state probabilities and the fcfs waiting time distribution in the Ek/G/s queue[J]. *Naval Research Logistics*, 1990, 37(1): 135-149.
- [25] HEBUTERNE G. Relation between states observed by arriving and departing customers in bulk systems[J]. *Sto-*

chastic Processes and Their Applications, 1987, 27(2): 279-289.

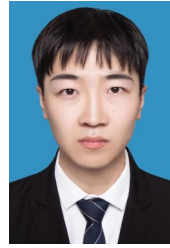
- [26] BOON M A A, WINANDS E M M. Open problems for critically loaded k-limited polling systems[J]. Queueing Systems, 2022, 100(3): 281-283.
- [27] ADAN I J B F, KULKARNI V G, LEE N, et al. Optimal routing in two-queue polling systems[J]. Journal of Applied Probability, 2018, 55(3): 944-967.
- [28] JOLLES A, PEREL E, YECHIALI U. Alternating server with non-zero switch-over times and opposite-queue threshold-based switching policy[J]. Performance Evaluation, 2018, 126: 22-38.
- [29] 罗启鹏, 保利勇, 丁洪伟, 等. 离散时间并行优化门限服务轮询系统排队特性解析[J]. 电子学报, 2019, 47(9): 1937-1942.
- LUO Q P, BAO L Y, DING H W, et al. Performance analysis of discrete time polling queuing system based on parallel optimization gated service[J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(9): 1937-1942. (in Chinese)
- [30] 刘春花, 赵东风, 丁洪伟. 周期查询系统并行调度策略研究[J]. 云南大学学报(自然科学版), 2003, 25(5): 401-404.
- LIU C H, ZHAO D F, DING H W. Study of parallel schedules for polling systems with limited service[J]. Journal of Yunnan University (Natural Science), 2003, 25(5): 401-404. (in Chinese)
- [31] SAFFER Z, TELEK M, HORVÁTH G. Analysis of Markov-modulated fluid polling systems with gated discipline[J]. Journal of Industrial & Management Optimization, 2021, 17(2): 575-599.
- [32] DUDIN A, DUDIN S, KLIMENOK V, et al. Vacation queueing model for performance evaluation of multiple access information transmission systems without transmission interruption[J]. Mathematics, 2021, 9(13): 1508.
- [33] ZEIFMAN A, KOROLEV V, SATIN Y. Two approaches to the construction of perturbation bounds for continuous-time markov chains[J]. Mathematics, 2020, 8(2): 253.

作者简介



保利勇 男, 1975年生于云南楚雄. 现为云南大学信息学院副教授, 硕士生导师. 2011年获得博士学位. 研究方向为通信网络 MAC层多址接入理论、冲突分界和混沌扩频通信等.

E-mail: bly.yx@163.com



丁新昱 男, 1998年生于山西运城. 云南大学硕士研究生. 研究方向为轮询多址接入理论.

E-mail: 591077396@qq.com



丁洪伟 男, 1964年生于云南景洪. 现为云南大学信息学院教授, 博士生导师. 研究方向为轮询系统、随机多址通信系统.

官铮 女, 1982年生于云南普洱. 现为云南大学信息学院副教授, 硕士生导师. 主要研究方向为无线传感器网络、网络接入技术、系统性能分析和优化等.

葛俊阳 男, 1994年生于河南封丘. 云南大学硕士研究生. 研究方向为轮询多址接入理论.