

# 基于跨尺度低秩约束的单幅图像盲超分辨率算法

周晓燕<sup>1</sup>, 秦红武<sup>1</sup>, 禹 晶<sup>2\*</sup>, 冯文静<sup>2</sup>

(1. 西北师范大学计算机科学与工程学院, 甘肃兰州 730000; 2. 北京工业大学信息学部, 北京 100124)

**摘要:** 单幅图像盲超分辨率方法是在模糊核未知的情况下仅利用单幅低分辨率图像重建高分辨率图像, 这是一个严重的欠定逆问题. 超分辨率正则化方法通过正则化约束项引入附加信息, 为低分辨率图像恢复或重建合理的高频成分. 本文将跨尺度自相似性与低秩先验相结合, 提出了一种基于跨尺度低秩约束的单幅图像盲超分辨率方法, 采用联合建模的方法同时估计模糊核与高分辨率图像. 利用高分辨率图像、低分辨率图像及其降采样图像之间的跨尺度自相似性, 对于低分辨率图像中的图像块在降采样图像中搜索相似块, 将该图像块在高分辨率重建图像中对应的父块与其相似块在低分辨率图像中对应的父块合并, 构造跨尺度相似图像块组矩阵. 由于低分辨率图像中的跨尺度相似图像块能够为重建图像块提供潜在的细节信息, 因此对相似图像块组矩阵进行低秩约束, 在迭代求解过程中迫使重建图像恢复高频成分, 进而促使模糊核的估计更加准确. 此外, 低秩约束能够表示数据的全局结构, 对噪声具有鲁棒性. 在真实和模拟图像上的实验表明, 本文的算法能够准确地估计模糊核, 重建高分辨率图像的边缘和细节, 优于现有的自监督盲超分辨率算法.

**关键词:** 盲超分辨率; 自相似性; 跨尺度; 低秩; 模糊核估计

**基金项目:** 北京市自然科学基金(No.4212014)

**中图分类号:** TP391.41

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2024)01-0338-16

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20220150

## Blind Single-Image Super-Resolution Algorithm Based on Cross-Scale Low Rank Prior

ZHOU Xiao-yan<sup>1</sup>, QIN Hong-wu<sup>1</sup>, YU Jing<sup>2\*</sup>, FENG Wen-jing<sup>2</sup>

(1. College of Computer Science and Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou, Gansu 730000, China;

2. Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** Blind single-image super-resolution refers to reconstructing the high-resolution image from a single low-resolution one with an unknown blur kernel, which is a severely ill-posed inverse problem. The additional information about the latent high-resolution image can be incorporated by adding the regularizer in order to recover or reconstruct reasonable high-frequency details for the low-resolution image. In this paper, we propose a blind super-resolution method based on the cross-scale low rank prior from a single low-resolution image, which alternates between updating the blur kernel and the high-resolution image by a jointly modeling approach. According to the self-similarity across the high-resolution image, the low-resolution image and its down-sampled image, we search for similar patches from the down-sampled image for the low-resolution patch, and group into a matrix the cross-scale similar image patches consisting of the parents of the low-resolution patch and its similar patches in the high-resolution reconstructed image and the low-resolution image respectively. Since the cross-scale similar patches in the low-resolution image provide potential details for reconstructing the high-resolution image patches, the low rank matrix approximation applied to the cross-scale similar patches enforces the reconstructed image to recover more high-frequency details and thus promotes the accuracy of the kernel estimation during the iteration. In addition, the low rank regularization elegantly indicates the non-local structure of data inherently robust to noise. Experimental results on real and simulated images show that the proposed method can accurately estimate the blur kernel and reconstruct high-resolution image with sharp edges and fine details, which outperforms the existing blind super-

resolution methods based on unsupervised learning.

Key words: blind super-resolution; self-similarity; cross-scale; low rank; blur kernel estimation

Foundation Item(s): Beijing Natural Science Foundation (No.4212014)

## 1 引言

在图像获取过程中,由于大气的湍流效应、摄像设备中光学系统的衍射、成像距离过远、高分辨率摄像设备造价高昂等原因,很难直接获取高分辨率的图像.硬件层面上提升图像的空间分辨率受到制造工艺、成本等因素的制约.单幅图像超分辨率(Super Resolution, SR)方法通过图像处理手段,利用单幅低分辨率(Low Resolution, LR)图像的先验知识或样本学习获取附加信息重建高分辨率(High Resolution, HR)图像,为低分辨率图像恢复或重建合理的高频成分,突破传感器固有采样频率的限制,实现低分辨率图像在空间分辨率或截止频率上的拓展,从而达到提升图像空间分辨率的目的.

图像超分辨率方法将低分辨率成像设备获取图像的过程看作由高分辨率图像到低分辨率图像的降质过程,通常建模为如下卷积形式:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{h} * \mathbf{x}) \downarrow_a + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中,\*表示二维卷积运算, $a$ 表示降采样因子, $\mathbf{n}$ 表示加性噪声.式(1)表示低分辨率图像 $\mathbf{y}$ 是由高分辨率图像 $\mathbf{x}$ 经过均匀模糊、降采样以及噪声等降质过程生成的.超分辨率方法解决的问题则是该降质过程的逆过程,即由低分辨率图像重建高分辨率图像.图像超分辨率方法根据模糊核是否已知可分为非盲超分辨率方法和盲超分辨率方法.前者是不考虑降质过程中的模糊核或假设模糊核是已知的,后者则是在模糊核未知时重建高分辨率图像.因此,盲超分辨率方法更适用于实际应用场景.

图像盲超分辨率方法主要研究如何利用低分辨率图像提供的潜在信息估计降质过程中的实际模糊核,并重建高分辨率图像.现有的盲图像超分辨率方法根据估计模糊核的过程大致分为独立求解和联合建模两类.独立求解的方法首先利用低分辨率图像估计模糊核,然后在估计的模糊核的基础上利用非盲超分辨率方法进行高分辨率图像的重建. Michaeli 等人<sup>[1]</sup>和 Zhao 等人<sup>[2]</sup>通过最大化低分辨率图像中跨尺度图像块的相似性估计模糊核.这类方法中模糊核估计和高分辨率图像估计是两个独立的阶段.模糊核估计的误差会影响后续高分辨率图像估计的结果,而高分辨率图像估计的结果不能对模糊核估计的误差进行修正.对模糊核与高分辨率图像联合建模的方法是将模糊核与高分辨率图像估计问题表示为两个决策变量的最优化问题,通过交替迭代同时估计模糊核和高分辨率图像. He

等人<sup>[3]</sup>利用全变分(Total Variation, TV)正则项建模图像先验,在贝叶斯框架下通过求解最大后验概率联合估计高分辨率图像和模糊核.这类方法对高分辨率图像和模糊核进行交替迭代估计,两者逐步更新,相互修正.

与基于模型的盲图像超分辨率方法类似,目前基于深度学习的盲图像超分辨率方法也较少. Gu 等人<sup>[4]</sup>和 Luo 等人<sup>[5]</sup>利用交替迭代的方法实现模糊核和高分辨率图像的联合估计.迭代核校正方法(Iterative Kernel Correction, IKC)<sup>[4]</sup>根据估计的高分辨率图像中存在的模糊现象或振铃效应对模糊核估计进行校正, Luo 等人<sup>[5]</sup>则直接交替迭代模糊核和图像估计两个网络模块.上述两种方法均需要高分辨率图像和模糊核的真值来训练网络,属于监督学习的盲图像超分辨率重建方法.最近, Wang 等人<sup>[6]</sup>和 Wei 等人<sup>[7]</sup>利用目标域指导源域到目标域的迁移,这两种方法仍需要成对的高低分辨率图像训练源域网络. KernelGAN 模型<sup>[8]</sup>依据低分辨率图像的跨尺度自相似性<sup>[1]</sup>,训练生成器学习低分辨率图像块到其跨尺度相似块的降质过程(即估计模糊核),判别器通过判断相似性在降采样图像中查找低分辨率图像块的跨尺度相似块,属于自监督学习的范畴. KernelGAN 模型一方面通过训练复杂的卷积神经网络仅估计出模糊核,效率不高;另一方面,其是独立求解模糊核的方法,需要进一步利用非盲超分辨率方法重建高分辨率图像.基于深度学习的方法普遍存在训练复杂、参数量大、参数敏感、显存要求高、训练周期长、推广性不强等问题.

本文算法在模糊核未知的情况下,利用单幅图像中潜在的附加信息,通过建立模糊核和高分辨率图像的数学模型研究图像超分辨率正则化方法.关联低分辨率图像与其降采样图像之间的模糊核与关联高低分辨率图像之间的模糊核一致<sup>[1]</sup>时,通过最大化低分辨率图像中的跨尺度自相似性能够为估计模糊核和高分辨率图像提供附加信息.本文将图像跨尺度自相似性先验和低秩先验相结合,提出了一种基于跨尺度低秩约束的单幅图像盲超分辨率方法,采用联合建模的方法同时估计模糊核与高分辨率图像.根据关联高、低分辨率图像之间的模糊核与关联低分辨率图像和其降采样图像之间的模糊核一致的关系,利用低分辨率图像中的跨尺度相似图像块构造相似图像块组矩阵.通过对该组矩阵进行低秩约束,利用大尺度结构为重建小尺

度结构提供潜在的细节信息,迫使重建图像块恢复高频成分.此外,低秩约束可以更好地表示数据的全局结构,从而提高对噪声的鲁棒性.文献[1]与本文算法均是利用图像跨尺度自相似性来估计模糊核,其不同之处在于该算法仅利用低分辨率图像与降采样图像之间的跨尺度自相似性来独立估计模糊核,而本文则是利用高分辨率图像、低分辨率图像和降采样图像三者之间的跨尺度自相似性,对相似图像块组矩阵进行整体低秩约束.一方面大尺度结构能够为小尺度结构提供附加的细节信息,另一方面该方法能有效保留数据的空间结构并抑制噪声.

## 2 多尺度自相似性

图像超分辨率问题是严重的欠定逆问题,解不惟一.图像超分辨率重建的关键是引入关于图像的附加信息来弥补降质过程中损失的细节信息.图像的多尺度自相似性能够为图像超分辨率重建提供必要的附加信息.

### 2.1 相关工作

多尺度自相似性是指在同一场景中存在相同尺度以及不同尺度的自相似结构.这种多尺度自相似性广泛存在于自然图像中<sup>[9]</sup>.图像在相同尺度上的自相似性称为同尺度自相似性,能够为超分辨率重建提供亚像素位移的互补信息;在不同尺度上的自相似性称为跨尺度自相似性,能够提供高、低分辨率图像之间的映射关系. Glasner 等人<sup>[9]</sup>提出了单幅图像超分辨率(Single Image Super-Resolution, SISR)算法,利用相同尺度和不同尺度的相似图像块重建高分辨率图像.但该算法需要对相似图像块进行配准,配准的精度会对算法的重建效果产生影响.潘宗序等人<sup>[10,11]</sup>在压缩感知框架下利用非局部方法将蕴含在相同尺度和不同尺度相似图像块中的附加信息加入到重建图像中. Huang 等人<sup>[12]</sup>通过对图像块进行几何变换扩展图像的自相似性.近年来,研究学者提出在深度学习网络中引入非局部约束<sup>[13-16]</sup>. Mei 等人<sup>[13]</sup>提出了跨尺度非局部(Cross-Scale Non-Local, CS-NL)注意力模块,计算低分辨率图像与其降采样图像的特征自相似性.该方法将低分辨率图像块与其在降采样图像中的相似块的权值直接作为对应高分辨率图像块与其在低分辨率图像中的相似块的权值,误差较大.零样本超分辨率(Zero-Shot Super-Resolution, ZSSR)网络<sup>[14]</sup>利用多层低分辨率图像与其降采样图像构建成对的高、低分辨率图像训练网络参数. ZSSR 网络是一种自监督学习的非盲超分辨率方法,其本质是利用图像多尺度自相似性潜在的附加信息.

目前,所调研的国内外文献中没有将低秩约束用

于盲图像超分辨率的相关工作,且将低秩约束用于图像非盲超分辨率的方法也是寥寥无几. Chen 等人<sup>[15]</sup>通过在外部数据集中搜索相似图像块,对低分辨率图像的相似梯度特征块和高分辨率图像的相似灰度特征块分别进行低秩约束. Shi 等人<sup>[16]</sup>在稀疏框架下利用不同尺度的相似块来训练字典,利用相同尺度的非局部相似图像块的低秩性来约束稀疏编码,提高编码的准确性. Wang 等人<sup>[17]</sup>将通过内部和外部学习方法重建的高分辨率图像中重复的部分整合为矩阵,利用低秩矩阵分解去除估计误差和噪声. You 等人<sup>[18]</sup>利用非局部均值方法对低分辨率图像进行去噪处理,并利用低秩先验对同尺度相似图像块组矩阵进行约束. 本文在低秩框架下实现盲图像超分辨率算法:一方面利用非局部相似块引入附加的空间结构信息,有利于图像块空间结构的重建;另一方面,噪声数据在相似图像块组中更加稀疏,利用低秩约束有利于从稀疏噪声中恢复潜在的图像数据.

### 2.2 跨尺度自相似块之间的关联

跨尺度自相似性可以为盲图像超分辨率重建提供附加信息. Michaeli 等人<sup>[1]</sup>通过数学推导证明了对于低分辨率图像中的输入图像块,在降采样图像中搜索相似图像块,则关联输入图像块与其相似块在低分辨率图像中的父块之间的模糊核就是超分辨率降质模型中关联高、低分辨率图像之间的模糊核.如图1所示,高分辨率图像中的图像块  $Q$  对应低分辨率图像中的图像块  $q$ ,假设关联高分辨率图像与低分辨率图像的模糊核为  $h$ ,降采样因子为  $a$ ,那么  $q$  等效于  $r$  模糊后再降采样,可表示为

$$q = (h * x) \downarrow_a \quad (2)$$

对低分辨率图像与模糊核  $h$  进行卷积以及  $a$  倍下采样生成降采样图像,那么对于低分辨率图像中的图像块  $q$ ,在降采样图像中搜索相似图像块  $r^a$ ,则相似块  $r^a$  在低分辨率图像中的父块  $r$  与输入图像块  $q$  在高分辨率图像中的父块  $Q$  相似,为重建  $Q$  提供附加信息.

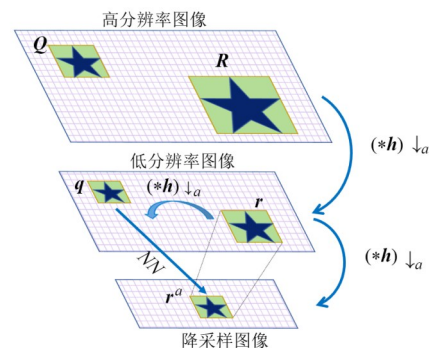


图1 跨尺度自相似块之间的关联

图2通过一幅自然图像来说明跨尺度自相似性. 对于低分辨率图像中的输入图像块(红色实线方框), 在降采样图像中搜索相似图像块(红色虚线方框). 由图像跨尺度自相似性可知在低分辨率图像的降采样图像中必然会搜索到输入图像块的多个相似块, 并且它们在低分辨率图像中都有对应的父块. 相似图像块在低分辨率图像中对应的父块(黄色实线方框)与输入图像块在高分辨率图像中对应的父块(黄色实线方框)具有相似性. 将这种跨尺度自相似性作为附加信息, 从而进行盲超分辨率重建中模糊核和高分辨率图像的估计.

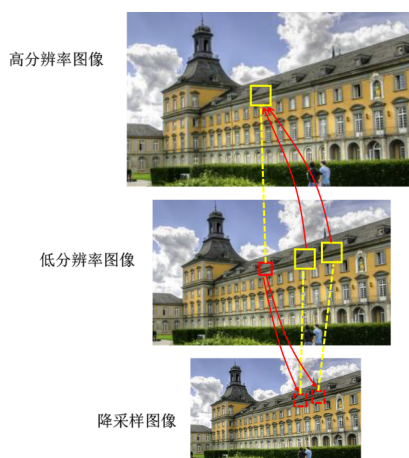


图2 自然图像中的跨尺度自相似性

### 3 图像跨尺度低秩先验

对于低分辨率图像中的输入图像块, 在降采样图像中搜索其多个相似图像块, 将输入图像块在高分辨率图像中对应的父块与相似图像块在低分辨率图像中对应的父块合并, 构造跨尺度相似图像块组矩阵, 并对该组矩阵进行低秩约束.

设  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{a^2 N}$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$  和  $\mathbf{y}^a \in \mathbb{R}^{N/a^2}$  分别表示高分辨率图像、低分辨率图像和其降采样图像的向量形式, 其中,  $N$  为低分辨率图像的像素数,  $a$  为降采样因子. 如图3所示,  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$  表示从高分辨率图像  $\mathbf{x}$  中抽取的第  $j$  个图像块, 其中  $\mathbf{Q}_j \in \mathbb{R}^{n \times a^2 N}$  为抽取矩阵, 抽取的图像块尺寸为  $n$ .  $\mathbf{Q}_j^a \mathbf{y}$  表示  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$  在低分辨率图像  $\mathbf{y}$  中对应的子块, 其中  $\mathbf{Q}_j^a \in \mathbb{R}^{n/a^2 \times N}$  为抽取矩阵, 抽取的图像块尺寸为  $n/a^2$ . 由于图像的不同尺度间广泛存在着跨尺度相似图像块, 即对于低分辨率图像  $\mathbf{y}$  中的任意图像块  $\mathbf{Q}_j^a \mathbf{y}$ , 在降采样图像  $\mathbf{y}^a$  中的相似图像块为  $\mathbf{R}_{j_i}^a \mathbf{y}^a \in \mathbb{R}^{n/a^2}$ , 其中  $\mathbf{R}_{j_i}^a \in \mathbb{R}^{n/a^2 \times N/a^2}$  为抽取矩阵, 抽取的图像块尺寸为  $n/a^2$ ,  $\mathbf{R}_{j_i}^a \mathbf{y}^a$  在低分辨率图像  $\mathbf{y}$  中对应的父块为  $\mathbf{R}_{j_i} \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ , 其中  $\mathbf{R}_{j_i} \in \mathbb{R}^{n \times N}$  为抽取矩阵, 抽取的图像块尺寸为  $n$ . 对于

$\mathbf{Q}_j^a \mathbf{y}$ , 设在降采样图像  $\mathbf{y}^a$  中搜索  $m-1$  个相似块  $\mathbf{R}_{j_i}^a \mathbf{y}^a$ ,  $i=1, 2, \dots, m-1$ , 其在低分辨率图像  $\mathbf{y}$  中对应的父块为  $\mathbf{R}_{j_i} \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ ,  $i=1, 2, \dots, m-1$ . 由于  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$  与  $\mathbf{R}_{j_i} \mathbf{y}$  相似, 将  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$  与  $\mathbf{R}_{j_i} \mathbf{y}$  合并, 构成跨尺度相似图像块组矩阵  $\mathbf{P}_j$ , 可表示为

$$\mathbf{P}_j = [\mathbf{Q}_j \mathbf{x}, \mathbf{R}_{j_1} \mathbf{y}, \dots, \mathbf{R}_{j_{m-1}} \mathbf{y}] \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad (3)$$

其中,  $n$  为图像块的尺寸,  $m$  为图像块的个数.

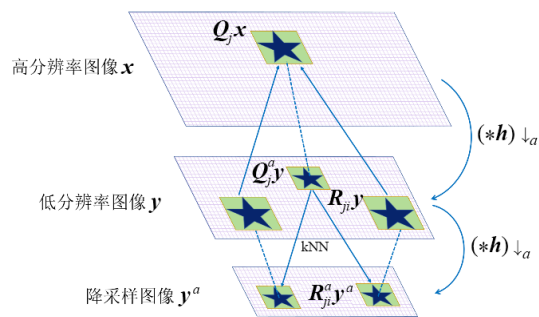


图3 跨尺度低秩约束模型示意图

本文利用低秩矩阵估计 (Low Rank Matrix Approximation, LRMA) 对跨尺度相似图像块组矩阵  $\mathbf{P}_j$  进行低秩约束, 提出的跨尺度低秩先验模型可表示为

$$\min_{\mathbf{L}_j} \|\mathbf{P}_j - \mathbf{L}_j\|_F^2 \quad \text{s.t.} \quad \text{rank}(\mathbf{L}_j) \leq t, \forall j \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{P}_j$  表示图像块  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$  与其在低分辨率图像中的相似图像块  $\mathbf{R}_{j_i} \mathbf{y}$  构成的组矩阵,  $\mathbf{L}_j$  表示观测矩阵  $\mathbf{P}_j$  的低秩结构,  $\|\cdot\|_F$  表示矩阵 Frobenius 范数,  $\text{rank}(\cdot)$  为秩函数,  $t$  为限制矩阵秩的常数. 跨尺度低秩先验模型实际上是将高分辨率图像块与其在低分辨率图像中的跨尺度相似块合并, 构成相似图像块组矩阵, 对组矩阵进行低秩约束. 其作用主要体现在如下两个方面: 第一, 跨尺度相似图像块为重建高分辨率图像块和估计模糊核提供有效的附加信息; 第二, 对相似图像块组进行整体约束能够更好地表示数据的全局结构, 提高对噪声的鲁棒性.

图像块的相似性度量有多种距离和相似系数准则, 本文采用欧氏距离作为图像块相似性的度量准则. 对于不同程度的细节块, 所搜索相似图像块的个数不同, 本文将图像块与其亚像素位移的图像块之间的欧氏距离作为判断图像块相似性的自适应阈值<sup>[9]</sup>. 对高分辨率图像  $\mathbf{x}$  进行插值移位, 生成  $1/2$  亚像素位移的图像  $\tilde{\mathbf{x}}$ , 对于  $\mathbf{x}$  中的图像块  $\mathbf{q}_i$ , 在  $\tilde{\mathbf{x}}$  中找到对应位置的图像块  $\tilde{\mathbf{q}}_i$ , 自适应阈值  $\delta_i$  可表示为

$$\delta_i = \gamma \|\mathbf{q}_i - \tilde{\mathbf{q}}_i\|_2 \quad (5)$$

其中,  $\gamma$  为控制系数. 本文搜索与图像块  $\mathbf{q}_i$  的欧氏距离小于  $\delta_i$  的图像块作为该图像块的相似块. 由式(5)可知, 图像块灰度变化越剧烈, 阈值  $\delta_i$  越大; 图像块灰度变化越平缓, 阈值  $\delta_i$  则越小. 此外, 设置相似块个数的

下限为  $T_l$ , 上限为  $T_h$ , 即相似块个数满足  $T_l \leq m \leq T_h$ . 如果相似块个数小于  $T_l$ , 则该图像块不参与低秩约束的重建; 如果相似块个数大于  $T_h$ , 那么仅选取前  $T_h$  个相似图像块构造相似图像块组.

#### 4 基于跨尺度低秩约束的单幅图像盲超分辨率算法

将跨尺度低秩先验模型作为正则约束项加入到盲图像超分辨率重建的最优化问题中, 本节给出了本文盲图像超分辨率算法的数学模型及其求解过程.

##### 4.1 盲图像超分辨率算法数学模型

将跨尺度低秩先验作为正则化约束, 则本文提出的基于跨尺度低秩约束的盲图像超分辨率重建算法可表示为如下约束最优化问题:

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{h}} \left\{ \left\| \mathbf{y} - (\mathbf{h} * \mathbf{x}) \downarrow_a \right\|_2^2 + \lambda_c \sum_j \left\| \mathbf{P}_j - \mathbf{L}_j \right\|_F^2 + \lambda_g \left\| \nabla \mathbf{x} \right\|_2^2 + \lambda_h \left\| \mathbf{h} \right\|_2^2 \right\} \quad (6)$$

s.t.  $\text{rank}(\mathbf{L}_j) \leq t, \forall j$

其中,  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{y}$  分别表示高分辨率图像和低分辨率图像;  $\mathbf{h}$  表示模糊核;  $a$  表示降采样因子;  $*$  表示二维卷积运算;  $\|\cdot\|_2$  表示  $l_2$  范数;  $\lambda_c, \lambda_g, \lambda_h$  为正则化参数. 式(6)中, 第一

$$\mathbf{h}^{(k)} = F^{-1} \left[ \frac{1}{\lambda_h} \left( \frac{F(\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M}) F(\mathbf{y} \uparrow_a) - F(\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M}) \odot_a \left[ \frac{F(\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M}) F(\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M}) F(\mathbf{y} \uparrow_a) \right] \downarrow_a}{\left[ F(\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M}) F(\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M}) \right] \downarrow_a + \lambda_h}} \right) \right] \quad (8)$$

项,  $F(\cdot)$  表示傅里叶变换;  $F^{-1}(\cdot)$  表示傅里叶逆变换;  $\overline{F(\cdot)}$  表示傅里叶变换的复共轭;  $\odot_a$  表示  $a \times a$  个图像块与  $\overline{F(\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M})}$  进行元素点乘运算;  $\downarrow_a$  表示对  $a \times a$  个图像块进行块平均处理操作;  $\uparrow_a$  表示利用填充零的方式进行  $a$  倍上采样操作.

图像中的细节块, 即灰度值变化较大的图像块, 对模糊核的估计起关键作用, 而图像中的平坦块, 即灰度值变化较小的图像块, 会干扰模糊核的估计. 例如, 若某一图像区域的像素值为常数, 则该区域经过模糊降采样后的像素值仍为同一常数, 在该区域高分辨率图像与低分辨率图像完全相同. 因此, 这一区域并不能为模糊核的估计提供有效的信息. 本文将图像块与其亚像素位移的图像块之间的欧氏距离作为图像块灰度变化的度量<sup>[9]</sup>. 输入图像块  $\mathbf{q}_i$  与其  $1/2$  亚像素位移的图像块  $\tilde{\mathbf{q}}_i$  之间的欧氏距离可表示为

$$d_i = \left\| \mathbf{q}_i - \tilde{\mathbf{q}}_i \right\|_2 \quad (9)$$

由于图像中细节块的灰度值变化较大, 因此细节块与其亚像素位移的图像块之间的欧氏距离较大, 而平滑块与其亚像素位移的图像块之间的欧氏距离则较小. 本文对整幅图像中所有图像块与其亚像素位移图像块之间的欧氏距离取第  $p$  百分位数处的数值作为阈

值为数据保真项, 保证重建图像符合降质模型; 第二项为本文提出的跨尺度低秩约束项, 为估计模糊核和重建高分辨率图像提供附加信息; 第三项为梯度约束项, 采用  $l_2$  范数对图像边缘进行平滑性约束; 第四项为模糊核的正则化约束项.

##### 4.2 数学模型求解

由于式(6)对于高分辨率图像和模糊核两个变量不是联合凸的, 但当其余变量固定时, 对于每个变量都是凸的, 因此本文采取交替最优化算法来求解式(6), 即先固定高分辨率图像的估计  $\mathbf{x}^{(k-1)}$ , 求解模糊核  $\mathbf{h}^{(k)}$ , 再固定模糊核的估计  $\mathbf{h}^{(k)}$ , 求解高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k)}$ .

###### (1) 模糊核估计

对模糊核进行更新, 即固定高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k-1)}$ , 求解模糊核  $\mathbf{h}^{(k)}$ , 此时目标函数简化为

$$\mathbf{h}^{(k)} = \arg \min_{\mathbf{h}} \left\{ \left\| \mathbf{y} - (\mathbf{h} * (\mathbf{x}^{(k-1)} \odot \mathbf{M})) \downarrow_a \right\|_2^2 + \lambda_h \left\| \mathbf{h} \right\|_2^2 \right\} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{M}$  为二值标记矩阵, 用于标记细节块的位置;  $\odot$  表示逐元素相乘. 式(7)为关于  $\mathbf{h}$  的二次函数, 存在闭合解. 根据卷积定理可知, 空域中图像的卷积等于频域中傅里叶变换的乘积. 本文利用快速傅里叶变换在频域中求  $\mathbf{h}$  的闭合解<sup>[19]</sup>, 可表示为

值, 本文  $p$  取值为 70. 当  $d_i$  不小于阈值时, 该图像块判定为细节块, 在  $\mathbf{M}$  中对应位置元素为 1; 否则, 判定为平滑块, 在  $\mathbf{M}$  中的对应位置元素为 0. 式(5)中的图像块相似性度量也利用图像块与其亚像素位移的图像块之间的欧氏距离作为阈值, 来确定相似图像块的个数. 图像细节块筛选通过复用  $\left\| \mathbf{q}_i - \tilde{\mathbf{q}}_i \right\|_2$  可以减少计算量.

###### (2) 高分辨率图像估计

对高分辨率图像进行更新, 即给定  $\mathbf{x}^{(k-1)}$ , 固定  $\mathbf{h}^{(k)}$ , 更新  $\mathbf{x}^{(k)}$ , 此时目标函数简化为

$$\mathbf{x}^{(k)} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \left\| \mathbf{y} - (\mathbf{h}^{(k)} * \mathbf{x}) \downarrow_a \right\|_2^2 + \lambda_c \sum_j \left\| \mathbf{P}_j - \mathbf{L}_j \right\|_F^2 + \lambda_g \left\| \nabla \mathbf{x} \right\|_2^2 \right\} \quad \text{s.t. } \text{rank}(\mathbf{L}_j) \leq t, \forall j \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{L}_j$  和  $\mathbf{x}$  均为待求解的未知量. 将式(10)所示的最优化问题分解为  $\mathbf{L}$  子问题和  $\mathbf{X}$  子问题分别进行求解.

###### (a) 求解 $\mathbf{L}$ 子问题

对  $\mathbf{L}$  子问题进行求解, 即固定高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k-1)}$ , 求解低秩结构  $\mathbf{L}_j^{(k)}$ , 此时式(10)所示的目标函数简化为

$$\mathbf{L}_j^{(k)} = \arg \min_{\mathbf{L}_j} \sum_j \left\| \mathbf{P}_j^{(k-1)} - \mathbf{L}_j \right\|_F^2 \quad \text{s.t. } \text{rank}(\mathbf{L}_j) \leq t, \forall j \quad (11)$$

对于当前高分辨率图像的估计  $\mathbf{x}^{(k-1)}$  中的每一个图像块  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}^{(k-1)}$ , 根据其在低分辨率图像中对应的子块, 在降采样图像中搜索该子块的相似图像块, 将图像块  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}^{(k-1)}$  与这些相似块在低分辨率图像中对应的父块合并, 构造跨尺度相似图像块组矩阵  $\mathbf{P}_j^{(k-1)}$ ,  $\mathbf{L}_j$  为  $\mathbf{P}_j^{(k-1)}$  的低秩结构.

由于秩函数是非凸的, 没有闭合解, 因此本文利用核范数对秩函数进行松弛来约束  $\mathbf{L}_j$  的低秩性, 式(11)可表示为如下核范数最小化(Nuclear Norm Minimization, NNM)问题:

$$\mathbf{L}_j^{(k)} = \arg \min_{\mathbf{L}_j} \left\| \mathbf{P}_j^{(k-1)} - \mathbf{L}_j \right\|_F^2 + \beta \left\| \mathbf{L}_j \right\|_* \quad (12)$$

其中,  $\|\cdot\|_*$  为核范数;  $\beta$  为正则化参数. 本文利用奇异值软阈值(Singular Value Thresholding, SVT)算子<sup>[20]</sup>对式(12)进行求解. 首先对跨尺度相似图像块组矩阵  $\mathbf{P}_j^{(k-1)}$  进行奇异值分解:

$$\mathbf{P}_j^{(k-1)} = \mathbf{U}_j \boldsymbol{\Sigma}_j \mathbf{V}_j^T \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{U}_j$  和  $\mathbf{V}_j$  为标准正交矩阵;  $\boldsymbol{\Sigma}_j = \text{diag}(\sigma_{j,1}, \sigma_{j,2}, \dots, \sigma_{j,r})$  为奇异值对角矩阵;  $\sigma_{j,r}$ ,  $j=1, 2, \dots, r$  为矩阵  $\mathbf{P}_j^{(k-1)}$  的奇异值,  $r = \min(n, m)$ ,  $n$  和  $m$  分别表示组矩阵  $\mathbf{P}_j^{(k-1)}$  的行数和列数. 式(12)的低秩矩阵估计  $\mathbf{L}_j$  可以表示为如下闭合解的形式:

$$\mathbf{L}_j^{(k)} = \mathbf{U}_j S_\beta(\boldsymbol{\Sigma}_j) \mathbf{V}_j^T \quad (14)$$

其中, 软阈值算子  $S_\beta(\boldsymbol{\Sigma}_j)$  定义为

$$S_\beta(\boldsymbol{\Sigma}_j) = \max(\boldsymbol{\Sigma}_j - \beta, 0) \quad (15)$$

本文设置  $\beta = \sqrt{m} \sigma_n$ <sup>[21]</sup>, 其中,  $m$  为构成低秩矩阵的相似图像块的个数,  $\sigma_n$  为噪声的标准差.

(b) 求解  $\mathbf{X}$  子问题

对  $\mathbf{X}$  子问题进行求解, 即固定低秩结构  $\mathbf{L}_j^{(k)}$ , 求解高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k)}$ , 此时式(10)所示的目标函数简化为

$$\mathbf{x}^{(k)} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \left\| \mathbf{y} - (\mathbf{h}^{(k)} * \mathbf{x}) \downarrow_a \right\|_2^2 + \lambda_c \sum_j \left\| \mathbf{P}_j - \mathbf{L}_j \right\|_F^2 + \lambda_g \left\| \nabla \mathbf{x} \right\|_2^2 \right\} \quad (16)$$

为了在表达式中建立与图像  $\mathbf{x}$  之间的关系, 将式(16)中  $\left\| \mathbf{P}_j - \mathbf{L}_j \right\|_F^2$  写为  $\left\| \mathbf{Q}_j \mathbf{x} - \mathbf{Q}_j \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)} \right\|_2^2$  的形式, 其中,  $\mathbf{P}_j$  中第一列为图像块  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{L}_j^{(k)}$  中第一列图像块记为  $\mathbf{Q}_j \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}$ . 将式(16)转换为矩阵向量乘积的形式, 可表示为

$$\mathbf{x}^{(k)} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \left\| \mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x} \right\|_2^2 + \lambda_c \sum_j \left\| \mathbf{Q}_j \mathbf{x} - \mathbf{Q}_j \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)} \right\|_2^2 + \lambda_g \left( \left\| \mathbf{A}_x \mathbf{x} \right\|_2^2 + \left\| \mathbf{A}_y \mathbf{x} \right\|_2^2 \right) \right\} \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{D}$  为降采样矩阵;  $\mathbf{H}^{(k)}$  为模糊核  $\mathbf{h}^{(k)}$  对应的块循环矩阵;  $\mathbf{A}_x \in \mathbb{R}^{a^2 N \times a^2 N}$  和  $\mathbf{A}_y \in \mathbb{R}^{a^2 N \times a^2 N}$  分别为差分算子  $\partial_x$  和  $\partial_y$  的矩阵表示形式. 令式(17)对  $\mathbf{x}$  的导数为 0, 则有

$$\begin{aligned} & \left[ (\mathbf{D}\mathbf{H}^{(k)})^T (\mathbf{D}\mathbf{H}^{(k)}) + \lambda_c \sum_j \mathbf{Q}_j^T \mathbf{Q}_j + \lambda_g \mathbf{G} \right] \mathbf{x}^{(k)} \\ & = (\mathbf{D}\mathbf{H}^{(k)})^T \mathbf{y} + \lambda_c \mathbf{z}^{(k-1)} \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{G} = \mathbf{A}_x^T \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y^T \mathbf{A}_y$ ;  $\mathbf{z}^{(k-1)} = \sum_j \mathbf{Q}_j^T \mathbf{Q}_j \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}$ . 由于  $\mathbf{Q}_j^T$  表示将重建图像块  $\mathbf{Q}_j \hat{\mathbf{x}}^{(k-1)}$  根据抽取的位置放回图像中对应的位置,  $\mathbf{z}^{(k-1)}$  实际上是低秩约束的重建图像. 本文利用双共轭梯度(BI-Conjugate Gradient, BICG)算法对式(18)进行求解, 获得  $\mathbf{x}^{(k)}$ .

### 4.3 本文算法的实现

本文算法将低分辨率图像的插值估计作为高分辨率图像的初始估计  $\mathbf{x}^{(0)}$ , 在交替迭代过程中估计模糊核和高分辨率图像. 在模糊核估计的步骤中, 对当前估计的高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k-1)}$  进行细节块筛选, 构造标记矩阵  $\mathbf{M}$ , 根据式(8)估计模糊核  $\mathbf{h}^{(k)}$ . 在高分辨率图像估计的步骤中, 根据当前估计的模糊核  $\mathbf{h}^{(k)}$  对低分辨率图像进行卷积并下采样操作生成低分辨率图像的降采样图像, 采用 KD-Tree 搜索方法<sup>[22]</sup> 在降采样图像中搜索多个相似图像块, 利用这些跨尺度相似图像块在低分辨率图像中的父块构造跨尺度相似图像块组矩阵, 并对该组矩阵进行低秩约束, 根据式(14)求解跨尺度相似图像块组矩阵的低秩结构  $\mathbf{L}_j^{(k)}$ , 将经过低秩约束后重建的图像块进行求和处理得到低秩重建图像, 最后利用双共轭梯度算法求解式(18), 即估计高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k)}$ . 为了有效重建图像的高频成分, 本文在图像重建过程中对图像块进行去除平均灰度值处理<sup>[9]</sup>. 交替迭代估计模糊核和高分辨率图像, 直到结果收敛或者迭代次数达到预设的最大迭代次数. 算法 1 总结了基于跨尺度低秩约束的单幅图像盲超分辨率算法的伪代码. 通过对跨尺度相似图像块组矩阵进行低秩约束, 在迭代求解过程中高分辨率图像和模糊核相互促使彼此更加准确.

算法 1 基于跨尺度低秩约束的单幅图像盲超分辨率算法

输入: 低分辨率图像  $\mathbf{y}$

输出: 模糊核估计  $\hat{\mathbf{h}}$ , 高分辨率图像估计  $\hat{\mathbf{x}}$

初始化: 降采样因子  $a$ ; 图像块尺寸  $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ ; 模糊核尺寸  $s$ ; 相似块搜索控制常数  $\gamma$ ; 噪声标准差  $\sigma_n$ ; 相似块个数上限  $T_h$  和下限  $T_l$ ; 正则化参数  $\lambda_c, \lambda_h, \lambda_g$ ; 迭代中止误差  $\epsilon$ ; 最大迭代次数  $K$ ; 高分辨率图像的初始估计  $\mathbf{x}^{(0)}$

$k=1$

repeat

    筛选高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k-1)}$  中的细节块构造标记矩阵  $\mathbf{M}$ , 根据式(8)

    估计模糊核  $\mathbf{h}^{(k)}$

    根据式(14)估计跨尺度相似图像块组矩阵的低秩结构  $\mathbf{L}_j^{(k)}$

    求解式(18), 估计高分辨率图像  $\mathbf{x}^{(k)}$

$k=k+1$

until  $\left\| \mathbf{h}^{(k)} - \mathbf{h}^{(k-1)} \right\|_2 \leq \epsilon$  或  $k \geq K$

## 5 实验结果与分析

本文分别在模拟图像数据集和真实图像上验证算法的有效性. 实验中的参数设置如下: 正则化参数  $\lambda_h$  为  $3 \times 10^{-4} a^2 N$ ,  $\lambda_g$  为  $2 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda_c$  为  $5 \times 10^{-5}$ , 图像块尺寸  $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$  为  $5 \times 5$ , 相似块搜索控制常数  $\gamma_s$  为 70, 相似块个数  $m$  的上限  $T_h$  为 25, 下限  $T_l$  为 5, 噪声的标准差  $\sigma_n$  为 0.04, 迭代中止误差  $\epsilon$  为  $2 \times 10^{-6}$ , 最大迭代次数  $K$  为 20.

### 5.1 模拟图像数据集实验

本文在盲图像超分辨率性能评价的公开数据集 DIV2K<sup>[8]</sup> 上进行定量比较实验. 该数据集选择 DIV2K<sup>[23]</sup> 验证集中 100 幅高分辨率图像, 对每幅图像随机生成各向异性的高斯模糊核, 与图像做卷积并降采样操作, 生成低分辨率图像. 随机各向异性高斯模糊核的生成过程为随机设置水平和垂直方向的方差  $\lambda_1, \lambda_2 \sim U(0.6, 5)$ , 随机旋转角度  $\theta \sim U(-\pi, \pi)$ , 然后添加信号相关的加性噪声, 噪声与模糊核系数正相关, 比例因子服从  $U(-0.25, 0.25)$ , 并进行归一化处理, 其中  $U(b_1, b_2)$  表示在区间  $(b_1, b_2)$  上的均匀分布.

将本文算法与双三次插值、SRGAN<sup>[24]</sup>、DRN-S<sup>[25]</sup>、DRN-L<sup>[25]</sup>、IKC<sup>[4]</sup>、“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”算法进行比较. 其中, SRGAN<sup>[24]</sup> 为监督学习的非盲超分辨率方法. DRN 为半监督学习的非盲超分辨率方法, 需要成对的模拟图像数据集和非成对的真实图像数据集来训练网络; DRN-S<sup>[25]</sup> 和 DRN-L<sup>[25]</sup> 分别为其参数量较小和参数量较大的两个版本. IKC<sup>[4]</sup> 为监督学习的盲超分辨率方法, 需要高分辨率图像和模糊核真值来训练网络. Michaeli 等<sup>[1]</sup> 和 KernelGAN<sup>[8]</sup> 是两种自监督学习的模糊核估计方法; ZSSR<sup>[14]</sup> 为可结合真实或估计的模糊核的非盲超分辨率方法; “Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”表示结合 Michaeli 等<sup>[1]</sup> 和 KernelGAN<sup>[8]</sup> 估计的模糊核与 ZSSR<sup>[14]</sup> 实现盲超分辨率重建的方法. 需要说明的是, Michaeli 等<sup>[1]</sup> 是基于最大后验概率的方法, 由于利用图像的自相似性, 不需要外部数据集, 这里为了描述方便, 将该方法也归于自监督学习的方法. 本文算法与“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”方法均属于自监督学习的盲超分辨率算法. 后两种方法先独立估计模糊核, 再利用非盲超分辨率的方法重建高分辨率图像, 而本文算法通过交替迭代联合估计模糊核和高分辨率图像. SRGAN<sup>[24]</sup>, DRN-S<sup>[25]</sup>, DRN-L<sup>[25]</sup>, IKC<sup>[4]</sup> 和“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”算法的实验结果均由作者提供的程序运行生成, DRN-S<sup>[25]</sup>, DRN-L<sup>[25]</sup> 和 IKC<sup>[4]</sup> 算法仅提供

了 4 倍超分辨率的代码, “Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”算法的实验结果由文献[8]的作者提供.

本文利用峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR) 和结构相似性 (Structural Similarity, SSIM) 作为定量评估的指标. 表 1 比较了各个算法在 DIV2K 数据集上的平均 PSNR 和 SSIM, 由表中可见, 在 2 倍超分辨率实验中, 与双三次插值、SRGAN<sup>[24]</sup>、“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”的算法相比, 本文的算法在 PSNR 和 SSIM 上均达到最高. 在 4 倍超分辨率实验中, 本文算法在 PSNR 上优于双三次插值、SRGAN<sup>[24]</sup>、DRN-S<sup>[25]</sup>、DRN-L<sup>[25]</sup>、“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”算法, 在 SSIM 上优于双三次插值、SRGAN<sup>[24]</sup>、DRN-S<sup>[25]</sup>、DRN-L<sup>[25]</sup>、“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”算法. KernelGAN<sup>[8]</sup> 算法在进行 4 倍超分辨率时, 并非直接估计 4 倍分辨率对应的模糊核, 而是首先估计出 2 倍分辨率对应的模糊核, 再利用数学公式计算 4 倍分辨率对应的模糊核.

图 4 和图 5 显示了各个算法在其中两幅模拟图像上的 2 倍超分辨率重建结果. 图 4 和图 5 中, 子图 (a) 为高分辨率参考图像, 左上角为真实模糊核; 子图 (b) 为双三次插值的结果; 子图 (c)~(f) 分别为 SRGAN<sup>[24]</sup>、“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”、“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和本文算法的重建结果; 子图 (d)~(f) 左上角为对应算法估计的模糊核, 图像下方为图像中局部区域的细节图. 从图中可以看出, SRGAN<sup>[24]</sup> 的重建结果较为模糊; Michaeli 等<sup>[1]</sup> 估计的模糊核不准确, 导致“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”的重建结果出现严重振荡; KernelGAN<sup>[8]</sup> 估计的模糊核总是趋向于各向同性的高斯模糊核, “KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”的重建结果出现振铃效应, 如图 4(e) 中的图案纹理和图 5(e) 中的窗户边缘、广告文本, 而本文算法估计的模糊核更接近真实模糊核, 重建的高分辨率图像的细节、纹理更清晰, 视觉效果更好.

图 6 和图 7 显示了各个算法在其中两幅模拟图像上的 4 倍超分辨率重建结果. 图 6 和图 7 中, 图 (a) 为高分辨率参考图像, 左上角为真实模糊核; 图 (b) 为双三次插值的结果; 图 (c)~(i) 分别为 SRGAN<sup>[24]</sup>, DRN-S<sup>[25]</sup>, DRN-L<sup>[25]</sup>, IKC<sup>[4]</sup>, “Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”, “KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和本文算法的重建结果; 图 (g)~(i) 左上角为对应算法估计的模糊核, 图像下方为图像中局部区域的细节图. SRGAN<sup>[24]</sup>, DRN-S<sup>[25]</sup> 和 DRN-L<sup>[25]</sup> 的重建结果较为模糊. Michaeli 等<sup>[1]</sup> 方法估计的模糊核与真实模糊核间的差距较大, 导致“Michaeli 等<sup>[1]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”方法的重建结果严重失真. KernelGAN<sup>[8]</sup> 方法估计的模糊核不准确, “KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”较为

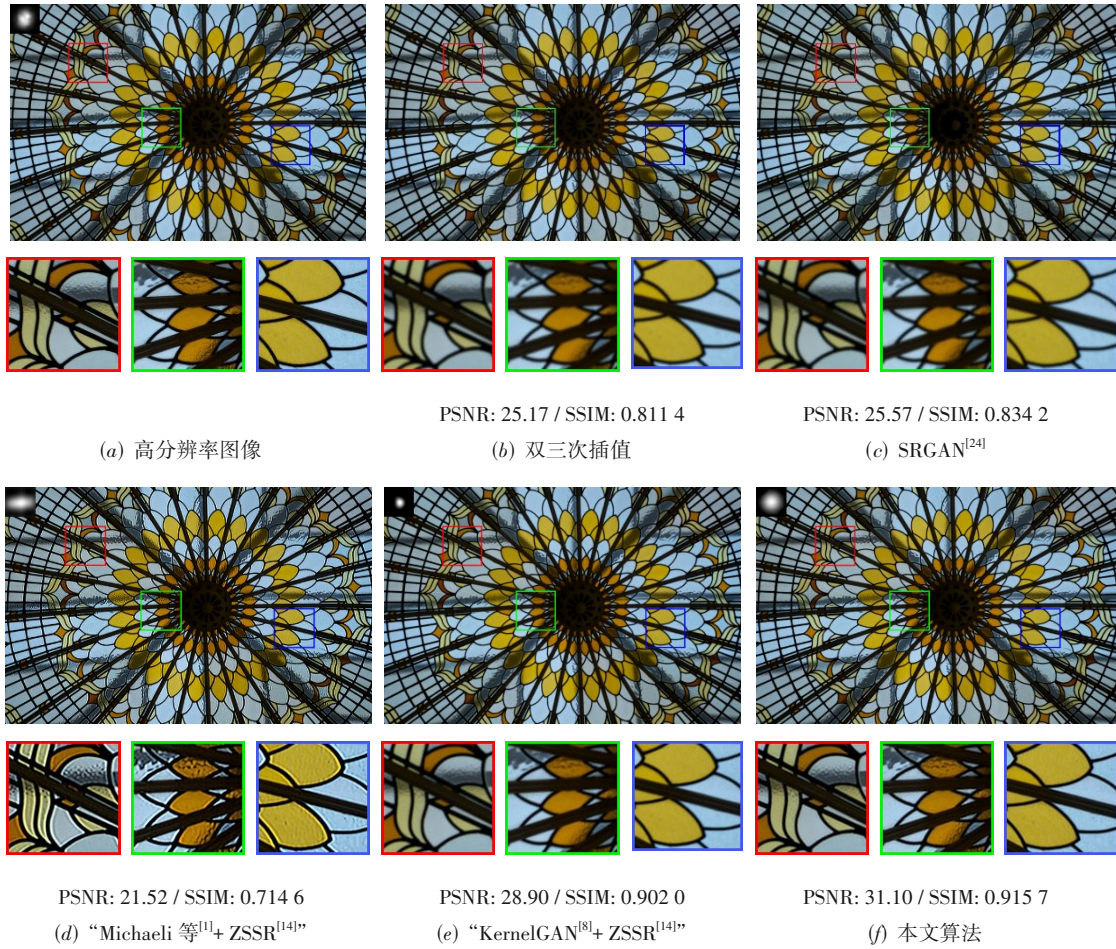


图4 各个算法在DIV2K数据集一幅模拟图像上2倍超分辨率重建结果的比较

表1 各个算法在模拟图像上的PSNR和SSIM比较

算法	PSNR/SSIM	
	2倍	4倍
双三次插值	27.22/0.786 9	23.83/0.646 8
SRGAN <sup>[24]</sup>	28.95/0.815 7	25.31/0.684 4
DRN-S <sup>[25]</sup>	—	25.62/0.692 8
DRN-L <sup>[25]</sup>	—	25.62/0.692 9
IKC <sup>[4]</sup>	—	27.54/0.760 4
Michaeli 等 <sup>[11]</sup> +ZSSR <sup>[14]</sup>	29.37/0.837 0	26.08/0.713 8
KernelGAN <sup>[8]</sup> +ZSSR <sup>[14]</sup>	30.46/0.868 1	26.80/0.732 5
本文的算法	31.24/0.876 9	27.09/0.730 4

模糊. 尽管在 DIV2K 数据集上 IKC<sup>[4]</sup> 比本文算法的重建结果具有更高的平均 PSNR 和 SSIM, 然而对于使用外部数据集训练的监督方法, 当训练图像与测试图像不一致时, 图像重建的性能会变差. IKC<sup>[4]</sup> 算法使用各向同性高斯模糊核构建的成对高、低分辨率图像数据集来训

练网络, 因此对于各个方向数据离散差异较大的各向异性高斯模糊核, 不能准确估计模糊核. 此外, IKC<sup>[4]</sup> 算法重建图像过于平滑, 细节成分丢失, 视觉上缺乏真实感. 本文的算法则能够在准确估计模糊核的同时, 重建更清晰的边缘和更多的细节, 达到良好的视觉效果.

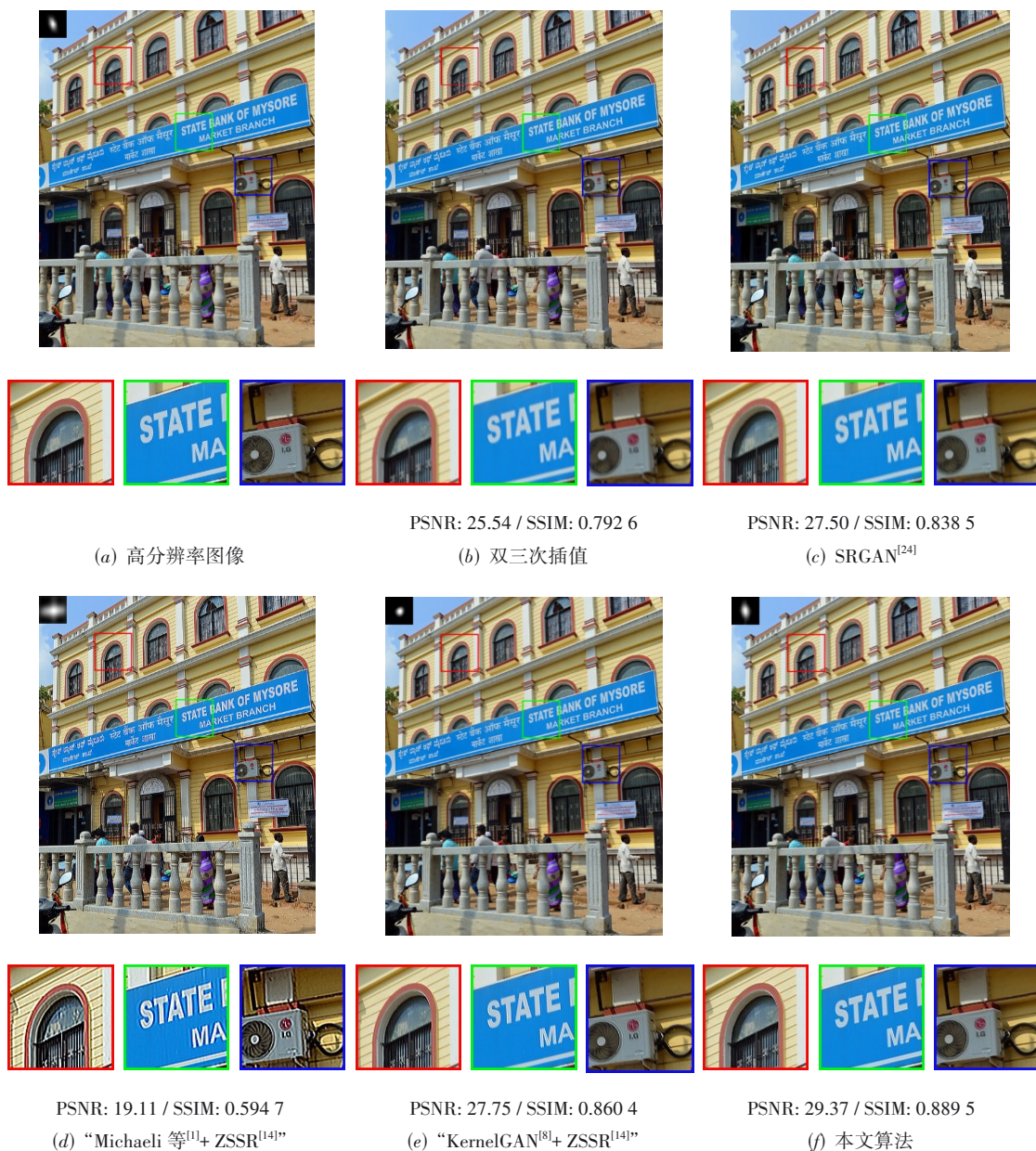


图5 各个算法在DIV2K数据集另一幅模拟图像上2倍超分辨率重建结果的比较

## 5.2 真实图像实验

由于真实低分辨率图像没有真值图像作为参考,因此仅能从视觉上对各个算法的超分辨率重建结果进行评价.将本文的算法与双三次插值、Pan等<sup>[11]</sup>、“Michaeli等<sup>[11]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”算法的2倍和4倍超分辨率重建结果进行比较.图8、图9和图10比较了各个算法在真实低分辨率图像上2倍和4倍超分辨率的重建结果.图8、图9和图10中,子图(a)为真实低分辨率图像,子图(b)为双三次插值的结果,子

图(c)~(f)分别为Pan等<sup>[11]</sup>、“Michaeli等<sup>[11]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”、“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”和本文算法的重建结果,子图(d)~(f)左上角为对应算法估计的模糊核,图像下方为图像中局部区域的细节图.从图中可以看出,Pan等<sup>[11]</sup>的2倍超分辨率重建结果存在振铃效应以及噪声放大的现象,4倍超分辨率重建结果较为模糊;“Michaeli等<sup>[11]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”的2倍超分辨率重建结果较为模糊,4倍超分辨率重建结果存在严重的失真现象;“KernelGAN<sup>[8]</sup>+ZSSR<sup>[14]</sup>”的2倍和4倍超分辨率重建结果中均存在噪

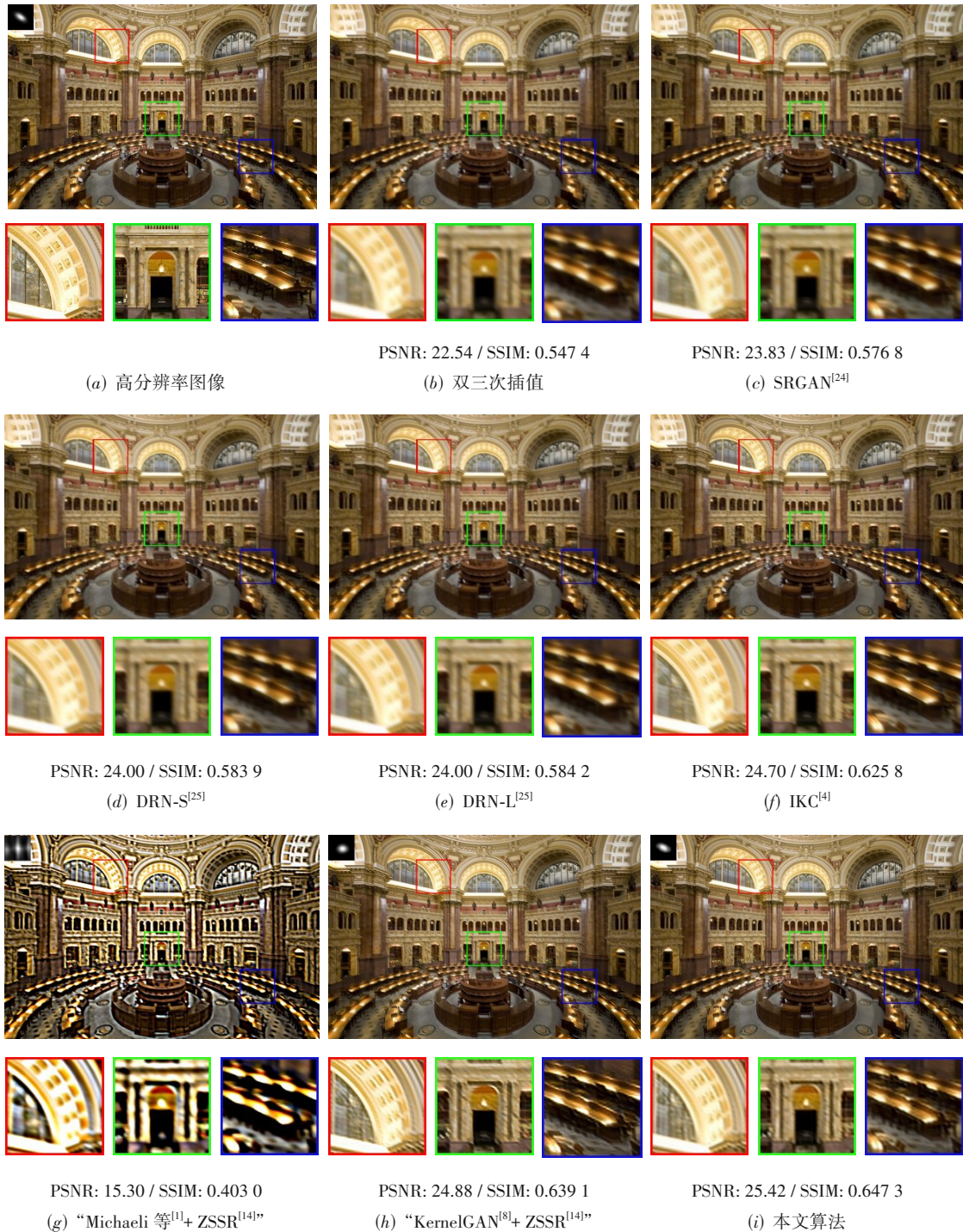


图6 各个算法在DIV2K数据集一幅模拟图像上4倍超分辨率重建结果的比较

声放大的现象. 低秩约束固有的对噪声鲁棒性,使本文的算法能够避免重建过程中受噪声的干扰,估计出更准确的模糊核,重建更清晰的边缘和细节,抑制重建图像中的噪声,达到更好的视觉效果.

### 5.3 图像跨尺度自相似性与超分辨率重建效果之间的关系分析

本文提出的跨尺度低秩先验模型能够为重建高分辨率图像提供附加信息. 为了定量分析图像跨尺度自相



图7 各个算法在DIV2K数据集另一幅模拟图像上4倍超分辨率重建结果的比较

似性与超分辨率重建效果之间的关系,本文引入图像跨尺度自相似性(Cross-Scale Self-Similarity, CSIM)度量一幅图像在不同尺度上的结构自相似性程度,定义为

$$\text{CSIM} = -\log \frac{1}{mN_l} \sum_{j=1}^{N_l} \sum_{i=1}^m \left\| \mathbf{Q}_j \mathbf{x} - \mathbf{R}_j \mathbf{y} \right\|_2 \quad (19)$$

其中,  $N_l$  为参与低秩重建的图像块个数,  $m$  为构成低秩矩阵的图像块个数, 满足  $5 \leq m \leq 25$ . 对于高分辨率图像  $\mathbf{x}$  中的每一个图像块  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$ , 根据其在低分辨率图像  $\mathbf{y}$  中对应的子块, 利用式(5)在降采样图像中自适应地搜索该子块的  $m$  个相似图像块, 计算图像块  $\mathbf{Q}_j \mathbf{x}$  与这  $m$  个相似块在



图8 各个算法在一幅真实低分辨率图像上2倍超分辨率重建结果的比较

低分辨率图像中对应父块  $R_j$  之间的平均欧氏距离, 然后, 统计一幅图像中全部图像块平均欧氏距离的平均值. 取负对数的作用使 CSIM 是关于图像跨尺度自相似性的递增函数. 也就是说, 跨尺度自相似性越强, CSIM 的数值越大; 反之, 跨尺度自相似性越弱, CSIM 则越小.

图 11(a) 和 (b) 分别显示了 DIV2K 数据集中 100 幅图像上本文算法的 2 倍和 4 倍超分辨率重建效果与跨尺度自相似性之间的关系, 图中的横坐标为图像的跨尺度自相似性 CSIM, 图中的纵坐标分别为超分辨率重建图像的 PSNR 和 SSIM, 直线表示对数据点进行最小二乘拟合的直线. 由图中可见, PSNR 和 SSIM 关于 CSIM 大致上呈线性递增关系. 这表明图像的跨尺度自相似

性越强, 本文算法在 PSNR 和 SSIM 下重建的高分辨率图像质量越高. 图 12 和图 13 比较了双三次插值、IKC<sup>[4]</sup> 和本文算法对图 11 中标记的 im18 和 im77 两幅图像的 4 倍超分辨率重建结果. 图 12 和图 13 中, 子图 (a) 为高分辨率图像, 子图 (b)~(d) 为双三次插值、IKC<sup>[4]</sup> 和本文算法的重建结果, 图像下方为图像中局部区域的细节图. IKC<sup>[4]</sup> 算法将模糊核与低分辨率图像一起输入图像重建网络, 端到端地重建高分辨率图像, 而本文算法的跨尺度低秩先验依据图像的跨尺度自相似性重建高分辨率图像, 因此对于跨尺度自相似性较强的图像, 本文算法能够利用较多的跨尺度自相似结构提供的附加信息, 为重建图像恢复更清晰的边缘

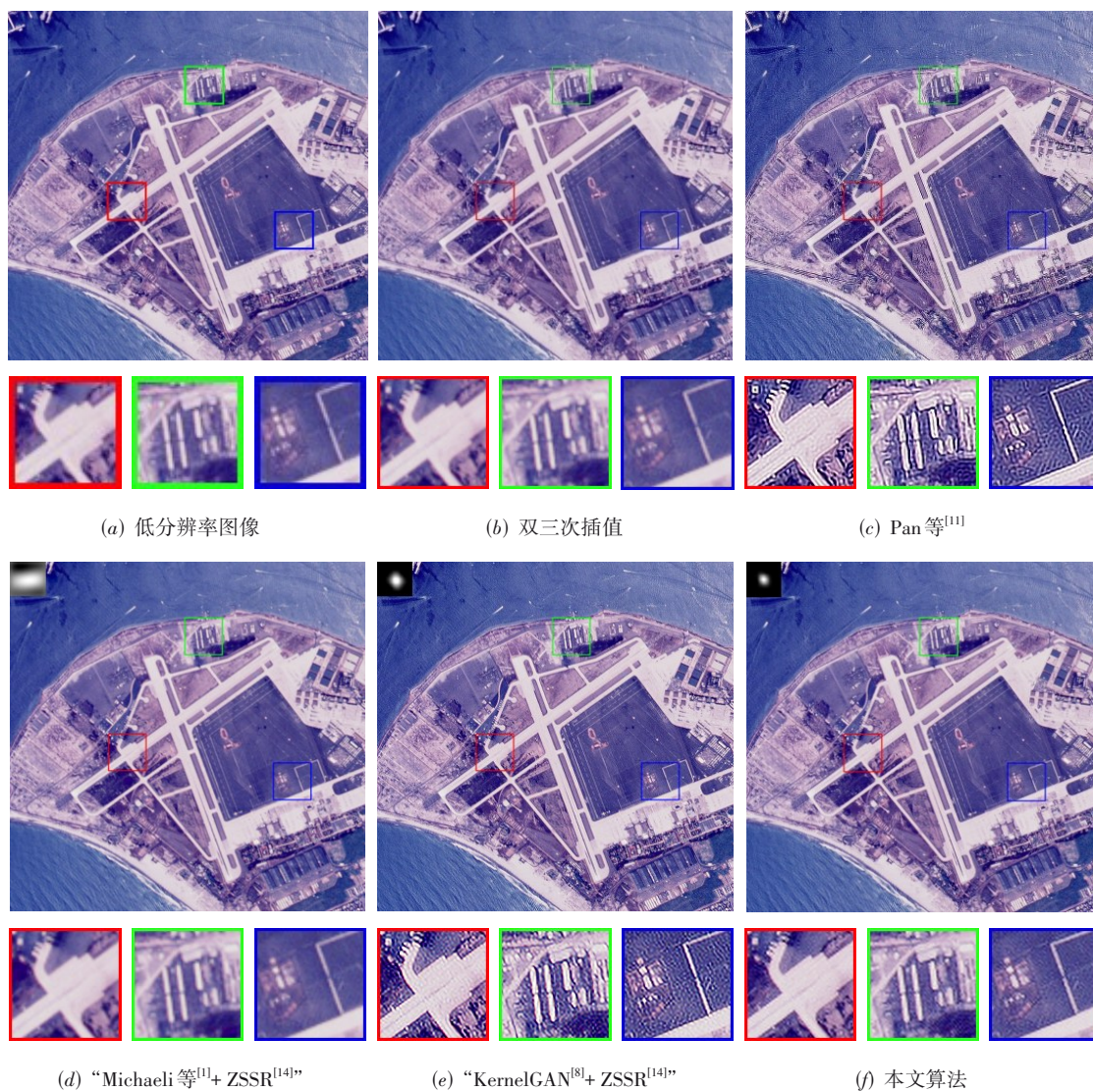
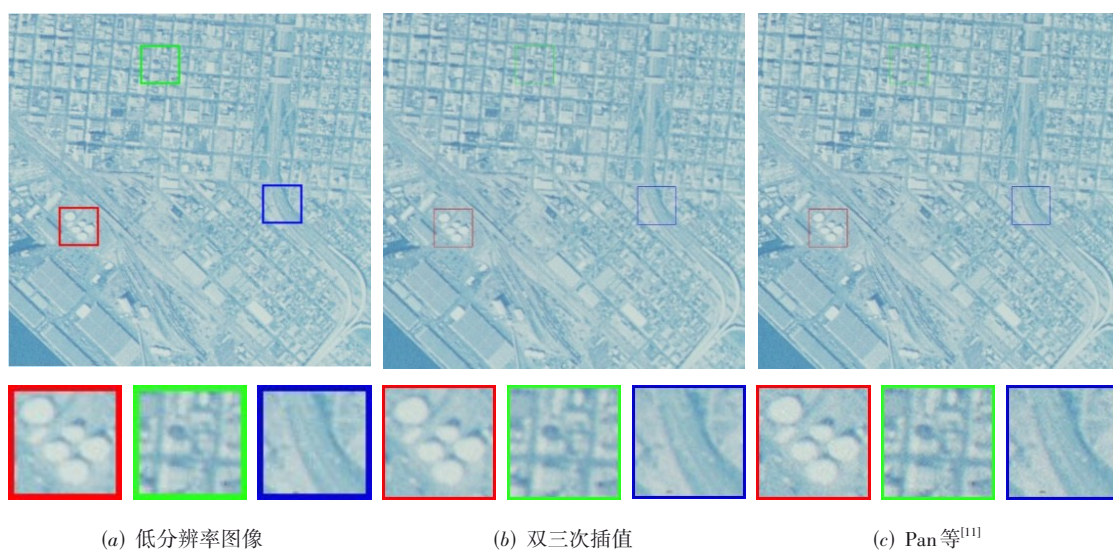


图9 各个算法在另一幅真实低分辨率图像上2倍超分辨率重建结果的比较



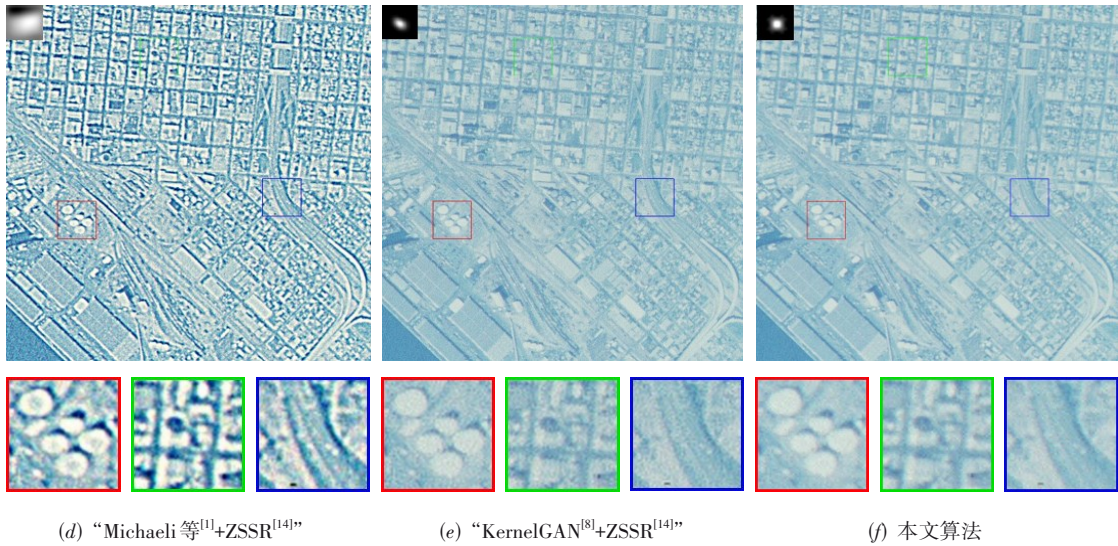
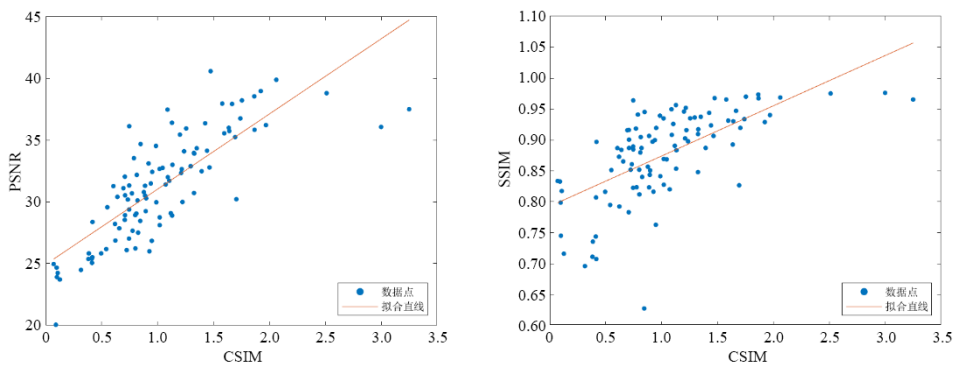
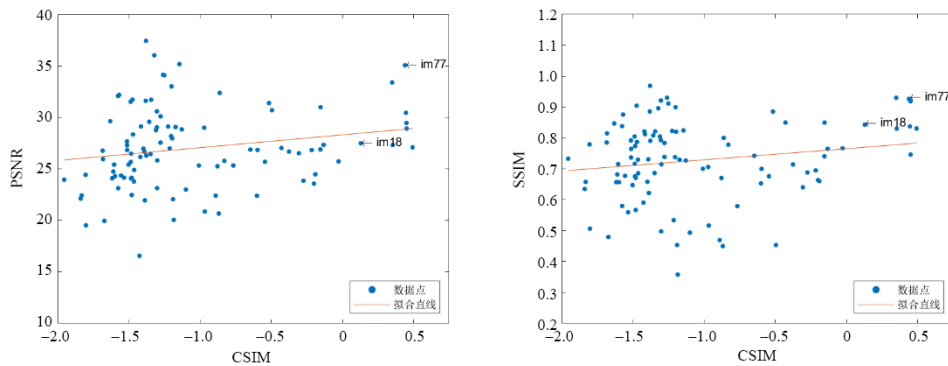


图 10 各个算法在低分辨率遥感图像上 4 倍超分辨率重建结果的比较



(a) 2 倍超分辨率重建图像 PSNR、SSIM 与 CSIM 指标的关系



(b) 4 倍超分辨率重建图像 PSNR、SSIM 与 CSIM 指标的关系

图 11 超分辨率重建效果与跨尺度自相似性的关系

和细节,重建结果的定量评价指标更高,视觉效果也更好. 因此可得出结论:图像中蕴含的跨尺度相似结构越多,则相互补充的细节信息也越多;对跨尺度相

似图像块组进行低秩约束能够为图像重建提供更多的空间结构细节,进而能够更好地恢复因欠采样损失的高频信息.

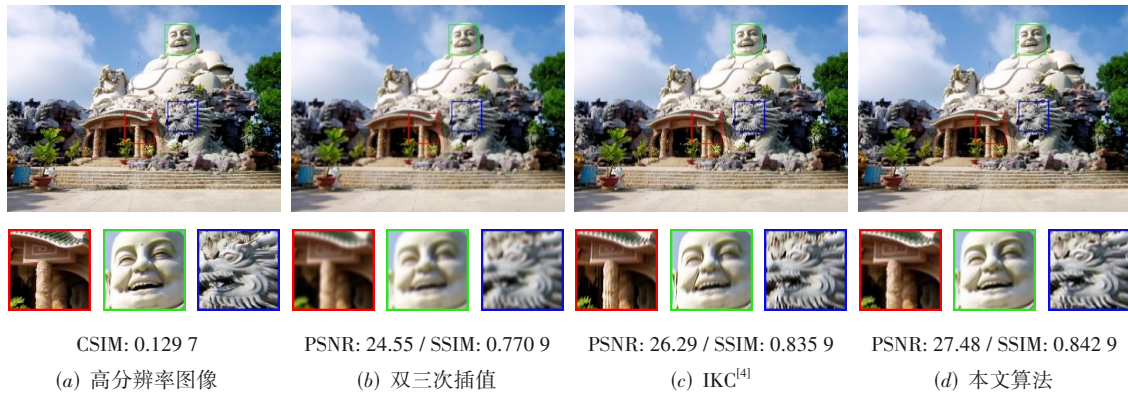


图 12 各个算法在一幅跨尺度相似性较强的图像上 4 倍超分辨率重建结果的比较

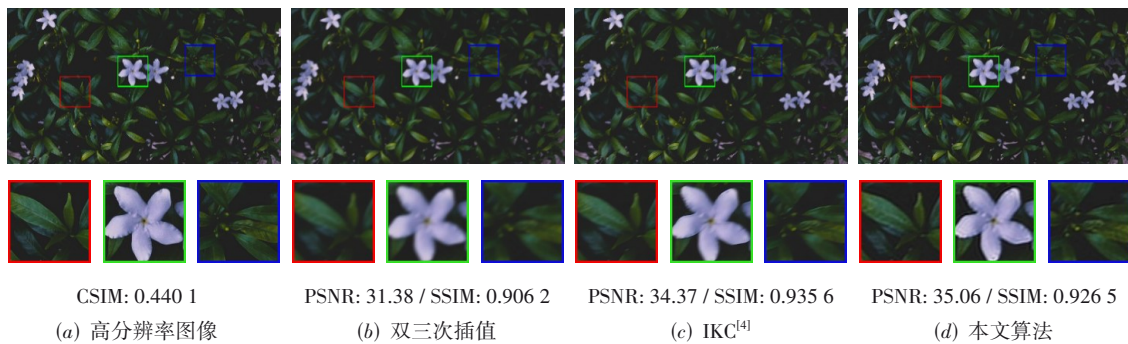


图 13 各个算法在另一幅跨尺度相似性较强的图像上 4 倍超分辨率重建结果的比较

## 6 结论

本文将图像跨尺度自相似性与低秩先验相结合,提出了一种基于跨尺度低秩约束的单幅图像盲超分辨率算法,在低秩框架下利用低分辨率图像自身的跨尺度自相似性为估计模糊核和高分辨率图像提供附加信息.低秩约束可以更好地表示数据的全局结构,提高了对噪声的鲁棒性.在模拟图像和真实图像上的实验表明,与自监督学习的盲超分辨率方法和非盲超分辨率方法相比,本文算法能够更准确地估计模糊核,重建图像达到最高的 PSNR,恢复清晰的边缘和细节,并抑制了重建图像中的噪声,证实了模糊核的估计对超分辨率重建的重要性.与监督学习的超分辨率方法相比,本文算法尽管没达到最优的 PSNR 和 SSIM,然而在重建图像中不会造成更高频细节的损失,视觉表现更真实.

### 参考文献

- [1] MICHAELI T, IRANI M. Nonparametric blind super-resolution[C]//2013 IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE, 2014: 945-952.
- [2] ZHAO X L, WU Y D, TIAN J S, et al. Single image super-resolution via blind blurring estimation and anchored space mapping[J]. Computational Visual Media, 2016, 2(1): 71-85.
- [3] HE Y, YAP K H, CHEN L, et al. A soft MAP framework for blind super-resolution image reconstruction[J]. Image and Vision Computing, 2009, 27(4): 364-373.
- [4] GU J J, LU H N, ZUO W M, et al. Blind super-resolution with iterative kernel correction[C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE, 2020: 1604-1613.
- [5] LUO Z X, HUANG Y, LI S, et al. Unfolding the alternating optimization for blind super resolution[EB/OL]. (2020-10-06)[2022-02-07]. <https://arxiv.org/abs/2010.02631>.
- [6] WANG W, ZHANG H C, YUAN Z H, et al. Unsupervised real-world super-resolution: A domain adaptation perspective[C]//2021 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV). Piscataway: IEEE, 2022: 4298-4307.
- [7] WEI Y X, GU S H, LI Y W, et al. Unsupervised real-world image super resolution via domain-distance aware training [C]//2021 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE, 2021: 13380-13389.
- [8] BELL-KLIGLER S, SHOCHER A, IRANI M. Blind super-resolution kernel estimation using an internal-GAN [EB/OL]. (2019-09-14)[2022-02-07]. <https://arxiv.org/abs/1909.06581>.
- [9] GLASNER D, BAGON S, IRANI M. Super-resolution from a single image[C]//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE, 2010: 349-356.

- [10] 潘宗序, 禹晶, 胡少兴, 等. 基于多尺度结构自相似性的单幅图像超分辨率算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(4): 594-603. PAN Z X, YU J, HU S X, et al. Single image super resolution based on multi-scale structural self-similarity[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(4): 594-603. (in Chinese)
- [11] 潘宗序, 禹晶, 肖创柏, 等. 基于多尺度非局部约束的单幅图像超分辨率算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(10): 2233-2244. PAN Z X, YU J, XIAO C B, et al. Single-image super-resolution algorithm based on multi-scale nonlocal regularization[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(10): 2233-2244. (in Chinese)
- [12] HUANG J B, SINGH A, AHUJA N. Single image super-resolution from transformed self-exemplars[C]//2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE, 2015: 5197-5206.
- [13] MEI Y Q, FAN Y C, ZHOU Y Q, et al. Image super-resolution with cross-scale non-local attention and exhaustive self-exemplars mining[C]//2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE, 2020: 5689-5698.
- [14] SHOCHER A, COHEN N, IRANI M. Zero-shot super-resolution using deep internal learning[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2018: 3118-3126.
- [15] CHEN X X, QI C. Low-rank neighbor embedding for single image super-resolution[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(1): 79-82.
- [16] SHI J H, QI C. Low-rank sparse representation for single image super-resolution via self-similarity learning[C]//2016 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). Piscataway: IEEE, 2016: 1424-1428.
- [17] WANG S, YUE B, LIANG X F, et al. How does the low-rank matrix decomposition help internal and external learnings for super-resolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2018, 27(3): 1086-1099.
- [18] YOU X G, XUE W Y, LEI J J, et al. Single image super-resolution with non-local balanced low-rank matrix restoration[C]//2016 23rd International Conference on Pattern Recognition (ICPR). Piscataway: IEEE, 2017: 1255-1260.
- [19] ZHAO N N, WEI Q, BASARAB A, et al. Fast single image super-resolution using a new analytical solution for l2-l2 problems[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2016, 25(8): 3683-3697.
- [20] CAI J F, CANDÈS E J, SHEN Z W. A singular value thresholding algorithm for matrix completion[J]. SIAM Journal on Optimization, 2010, 20(4): 1956-1982.
- [21] GU S H, ZHANG L, ZUO W M, et al. Weighted nuclear norm minimization with application to image denoising [C]//2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2014: 2862-2869.
- [22] FRIEDMAN J H, BENTLEY J L, FINKEL R A. An algorithm for finding best matches in logarithmic expected time[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1977, 3(3): 209-226.
- [23] AGUSTSSON E, TIMOFTE R. NTIRE 2017 challenge on single image super-resolution: Dataset and study[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW). Piscataway: IEEE, 2017: 1122-1131.
- [24] LEDIG C, THEIS L, HUSZÁR F, et al. Photo-realistic single image super-resolution using a generative adversarial network[C]//2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE, 2017: 105-114.
- [25] GUO Y, CHEN J, WANG J D, et al. Closed-loop matters: Dual regression networks for single image super-resolution[C]//2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway: IEEE, 2020: 5406-5415.

#### 作者简介



**周晓燕** 女, 1995年8月生, 甘肃兰州人. 西北师范大学计算机技术工学硕士. 主要研究方向为图像超分辨率.

E-mail: 1834958629@qq.com



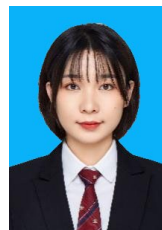
**秦红武** 男, 1978年11月生, 甘肃镇原人. 西北师范大学计算机科学与工程学院教授、硕士生导师. 主要研究方向为大数据、人工智能.

E-mail: qinhongwu@nwnu.edu.cn



**禹晶** 女, 1982年12月生, 陕西延长人. 2011年获清华大学电子工程系博士学位. 北京工业大学信息学部计算机学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为图像处理与模式识别.

E-mail: jing.yu@bjut.edu.cn



**冯文静** 女, 1997年12月生, 安徽亳州人. 北京工业大学计算机技术工学硕士. 主要研究方向为图像超分辨率.

E-mail: fengwj0106@163.com