

基于空间分布和时间序列分析的 粒子滤波算法

杨伟明^{1,2}, 赵美蓉¹, 黄银国¹, 李瀚辰¹

(1. 天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072; 2. 天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222)

摘 要: 针对粒子滤波存在的粒子贫化问题, 提出了一种改进的重采样粒子滤波算法. 在重采样步骤中基于采样粒子集的空间分布引入时间序列分析, 选取相关度最高的粒子进行传递, 避免了只关注采样粒子权值的传统重采样算法中仅复制大权值粒子而任意丢弃小权值粒子的缺陷, 因此能够削弱粒子贫化现象, 提高算法的估计精度. 在理论上利用两样本 Kolmogorov-Smirnov 检验原理证明了改进算法重采样后的粒子集和采样前的粒子集来自同一总体. 仿真结果表明, 尤其是在初始采样粒子数目较小时, 该算法在非线形系统状态估计中的精度优于传统的粒子滤波算法.

关键词: 非线性估计; 残差重采样; 时间序列分析; 柯尔莫哥洛夫-斯米尔诺夫检验

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)02-0300-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.02.006

An Improved Particle Filter Based on Space Distribution and Time Series Analysis

YANG Wei-ming^{1,2}, ZHAO Mei-rong¹, HUANG Yin-guo¹, LI Han-chen¹

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China)

Abstract: In order to solve the problem of sample particles impoverishment, an improved resampling particle filter is presented. It is based on the space distribution and time series analysis. The most important particle that has higher temporal correlation between the particle's path and observation path in particle propagating is chosen. It can avoid the problem in the traditional resampling algorithm that only the particle's weights are considered, and the low weighed particles have the risk to be thrown away. Thus the problem of particles impoverishment is weakened and the estimate accuracy is improved. By the two-sample Kolmogorov-Smirnov Test, a proof is given that the particles that are resampled by the improved algorithm and the original particles belong to the same distribution. The proposed approach, verified by simulations, indicates that its accuracy is better than traditional methods for the nonlinear system state estimation, especially when the number of initial sampling particles is small.

Key words: nonlinear estimation; residual resampling; time series analysis; Kolmogorov-Smirnov test

1 引言

粒子滤波 (Particle Filter, PF) 是采用一簇加权的支持样本 (或粒子集) 描述非线性系统状态的概率分布, 通过粒子集迭代更新实现递归贝叶斯估计, 也称为序贯重要性采样^[1-4] (Sequential Importance Sampling, SIS). 由于 SIS 的固有特性, 存在粒子退化问题: 即少数粒子拥有较大的权重, 而大多数粒子的权重几乎忽略不计. 文献[5]

提出序贯重要性重采样 (Sequential Importance Resampling, SIR), 在 SIS 中引入重采样步骤, 通过重新设置采样粒子集削弱 SIS 中粒子退化问题, 广泛地应用到宽带信号波达方向估计^[6]、非线性系统故障诊断^[7]、目标跟踪^[8]等领域. 然而, SIR 在抑制 SIS 方差急剧增长的同时带来了另外一个难以解决的问题: 粒子贫化^[9], 即少数较大权值的粒子在重采样步骤中被复制多次, 大多数粒子由于较小的权值在重采样过程中被丢弃. 特别是当系统

观测噪声方差较小时,重采样后的粒子集集中在一个较小的区域,从而导致较大的估计误差.

为了削弱重采样过程导致的粒子贫化现象,提高粒子滤波的估计精度.文献[4,5]提出了增大系统噪声或在采样粒子集上附加高斯白噪声的抖动和粗大算法;文献[10,11]提出混合粒子滤波方法,即在 SIR 中集成遗传算法或蚁群算法来提高采样粒子的多样性;文献[12,13]通过构建 MCMC 步骤与正交核,在每次重采样前使每个粒子与核进行卷积,从而降低少数较大权值粒子的复制次数.以上所有改进的算法均是采用最优化方法在所谓的重要区域中进行粒子重采样,但针对如何确定重要采样区域却没有给出一个统一的准则.迄今为止,SIR 及改进的算法^[14-16]关注了采样粒子集的空间属性,特别是当初初始采样粒子数目较少时,只关注采样粒子集的空间属性将导致较大的系统估计误差,在应用中仍存在一定的局限性.

本文提出一种基于空间分布和时间序列分析的重采样粒子滤波算法(Space Distribution and Time series analysis Based Resampling PF,STR PF),在采样粒子集的空间分布中引入时间序列分析,计算粒子观测路径与系统观测路径的相关性,选择相关程度最高的粒子作为重要采样粒子进行传递,在不增加初始采样粒子数量的前提下,能够丰富采样粒子的多样性,提高算法的估计精度.通过仿真实验证明了新算法的有效性.

2 序贯重要性重采样粒子滤波算法

针对混合信号分离估计、目标跟踪等非线性问题,通常使用状态空间模型(State Space Models,SSM)^[17]进行建模,将 SSM 定义为两个随机过程 $\{X_t | t \geq 0\}$ 、 $\{Y_t | t > 0\}$.通过序列观测 y_1, \dots, y_t 来递归估计状态 x_1, \dots, x_t ,其中观测 y_t 是状态 x_t 的函数,状态 x_t 一般描述为随时间衍变的离散或者连续马尔科夫过程:

$$x_k = f_k(x_{k-1}, w_k) \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt}x_t = f_t(x_t, w_t) \quad (1b)$$

式中: k, t 分别表示离散、连续时间, $x_k/x_t \in R^d$ 、 $w_k/w_t \in R^d$ 分别表示 t 时刻的状态和过程噪声, $f_k(\cdot)/f_t(\cdot)$ 为离散/连续状态转移方程.传感器一般都是基于离散时间的扫描工作方式,所以系统观测方程通常用离散方程描述为:

$$y_k = g_k(x_k, v_k) \quad (2)$$

式中: $y_k \in R^d$ 、 $v_k \in R^d$ 分别为时刻 k 的观测和噪声, $g_k: R^d \times R^d \rightarrow R^d$ 为系统观测方程.

在贝叶斯估计中,采用一组从建议分布中采样的带有权值的样本(或称粒子) $\{x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(N_t)}\}$ 、权值

$\{w_t^{(i)}, i = 1, \dots, N_t | w_t^{(i)} \geq 0\}$,且满足 $\sum_{i=1}^{N_t} w_t^{(i)} = 1$ 的集合, N_t 为采样粒子数,根据这一支持样本(粒子)集,将 t 时刻系统状态的后验概率密度^[18,19]近似表示为:

$$f(x_t | y_{1:t}) = \sum_{i=1}^{N_t} w_t^{(i)} x_t^{(i)} \quad (3)$$

运用递推公式(4)传递粒子的权值 $w_{t+1}^{(i)}, i = 1, \dots, N_{t+1}$:

$$w_{t+1}^{(i)} \propto w_t^{(i)} \frac{p(y_{t+1} | x_{t+1}^{(i)})f(x_{t+1}^{(i)} | x_t^{(i)})}{q(x_{t+1}^{(i)} | x_{1:t+1}^{(i)}, y_{t+1})} \quad (4)$$

则 $t+1$ 时刻系统状态的近似后验概率密度为:

$$f(x_{t+1} | y_{1:t+1}) = \sum_{i=1}^{N_{t+1}} w_{t+1}^{(i)} x_{t+1}^{(i)} \quad (5)$$

在粒子传递过程中,经过少数的迭代步骤,将会产生粒子权值退化现象.为了缓解粒子退化问题,在 SIS 中引入重采样步骤.重采样过程中大权值粒子被复制的期望 $E(N_{t+1}^{(i)} | w_{t+1}^{(i)}) = N_{t+1} w_{t+1}^{(i)}$,且复制后的粒子具有相同的权值 $1/n$, n 为采样后的粒子数.经过重采样后 $t+1$ 时刻系统的后验概率密度为:

$$f(x_{t+1} | y_{1:t+1}) = \sum_{i=1}^{N_{t+1}} (N_{t+1}^{(i)}/n) \delta_{x_{t+1}^{(i)}}(x_{t+1}) \quad (6)$$

重采样步骤是在粒子传递中重新设置采样粒子集,能够减小在 SIS 中状态估计中急剧增加的方差,提高粒子滤波的精度.算法 1 给出求解 $p(x_k | y_{1:k})$ 的序贯重要性重采样(SIR)框架.

算法 1 序贯重要性重采样算法

1. 初始化:从建议分布 $q_0(x_0)$ 中采样:

$$X_0^i \sim q_0(x_0 | y_0), i = 1, \dots, N;$$

$$\text{赋予权值: } w_0^{(i)} = \frac{g(y_0 | \tilde{x}_0^{(i)}) \pi_0(\tilde{x}_0^{(i)})}{q_0(\tilde{x}_0^{(i)} | y_0)};$$

2. $t \geq 1$

$$\text{粒子传递: } \tilde{x}_t^{(i)} \sim q_t(\tilde{x}_t^{(i)} | \tilde{x}_{t-1}^{(i)}, y_t);$$

$$\text{计算权值: } \tilde{w}_t^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} \frac{g(y_t | \tilde{x}_t^{(i)}) f(\tilde{x}_t^{(i)} | \tilde{x}_{t-1}^{(i)})}{q_t(\tilde{x}_t^{(i)} | \tilde{x}_{t-1}^{(i)}, y_t)};$$

$$\text{归一化: } w_t^{(i)} = \tilde{w}_t^{(i)} / \sum_{j=1}^{N_t} \tilde{w}_t^{(j)};$$

$$\text{状态估计: } p(x_t | y_{1:t}) \approx \sum_{i=1}^{N_t} w_t^{(i)} \delta(x_t - x_t^{(i)});$$

重采样:重采样 $\{w_t^{(i)}, x_t^{(i)}\}$ 得到 N_t 个等权值的粒子集 $\{1/N_t, \bar{x}_t^{(i)}\}$,令 $\tilde{x}_t^{(i)} = \bar{x}_t^{(i)}, w_t^{(i)} = 1/N_t$.

3 改进的重采样粒子滤波算法

采样粒子集服从系统转移函数任意的分布在状态空间中,因此粒子的空间分布与重采样表示了采样粒子的多样性与系统状态估计的不确定性.依据粒子的状态,将状态空间分割为数量可变的、可数的单元(网格),所以网格数量表征采样粒子的多样性.为了描述

方便,定义: $S_t \triangleq \bigcup g_p | p \in N$, $g_p \triangleq \{(x_p^{(k)}, w_p^{(k)}) | k = 1, 2, \dots, d_p\}$. 式中: S_t 代表 t 时刻粒子的空间分布, g_p 表示网格 p 中的粒子分布, d_p 表示第 p 个网格中粒子数, 下标 p 指示第 p 个网格.

3.1 采样粒子集的空间分割

基于采样粒子状态,使用算法 2 将粒子状态空间分割成数量可变、可数的网格. 分割算法首先计算采样粒子集每一维上的最大值、最小值,然后将每一维上最大值、最小值区间按照预先设定的长度 L 进行分割. 每个粒子只能落在一个网格内,所以每个网格都是独立的. 从独立的网格中选取一些粒子观测路径和系统观测路径相关性最高的粒子作为重要粒子进行传递,并将该网格内所有粒子的残余权值相加赋值于该重要粒子,从而提高粒子的多样性,降低粒子退化现象,且该算法简单易行.

算法 2 采样粒子集的空间分割算法

```

输入:  $S_t = \{(x_t^{(i)}, w_t^{(i)})\}_{i=1}^{N_t}, L$ 
输出:  $[G_{t,p}, d_{t,p}] = \{g_p | p \in N\}$ 
过程:  $p \in \{1, \dots, (\max(x_t^{(i)}) - \min(x_t^{(i)})) / L\}$ ,  $G_{t,p} = \phi$ 
   $\forall p$ : Set  $g_p = \phi, d_p = 0$ 
   $\forall (x_t^{(i)}, w_t^{(i)})$ :
    For  $i = 1 : N_t$  do
      If  $\min(x_t^{(i)}) + L * (p - 1) \leq x_t^{(i)}$  and
         $x_t^{(i)} < \min(x_t^{(i)}) + L * p$  do
         $d_{t,p} = d_{t,p} + 1$ 
         $G_{t,p} = g_p \cup (x_t^{(i)}, w_t^{(i)}) : (x_t^{(i)}, w_t^{(i)}) \rightarrow (x_{t,p}^{(d_p)}, w_{t,p}^{(d_p)})$ 
      End if
    End for
  End for

```

算法 2 受系统状态空间的维数限制,随着系统状态空间维数的增加^[20],网格数量呈指数增加,为了克服在多维空间上的计算瓶颈,应选择具有重要作用的维空间进行分割. 初始长度参数 L 和采样粒子集的分散程度决定了网格分割的数量,采样粒子集越分散, L 越小,网格数量越多,重采样后粒子集的多样性程度越高. 一般来说, L 的选择不仅要依赖于期望的采样粒子数,而且应考虑根据具体应用中算法计算复杂度和估计精度进行调整. 图 1 显示了一个二维非线性系统采样粒子集状态空间分割的实例. 采样粒子集随机的分布在二维状态空间中,图中的网格是针对采样粒子集的一个分割.

3.2 基于时间序列相关系数选择重要粒子

在粒子滤波中,当观测噪声方差较小时,采样粒子按照系统转移函数向前传播,如果它的观测路径和系统的观测路径接近,则粒子的传播路径接近系统状态的前进路径. 时间序列相关系数用于度量两个时间序列在变化趋势上的相关性^[21],一个粒子的观测路径与系统观测路径越接近,相关度越高,反之较低,所以用时

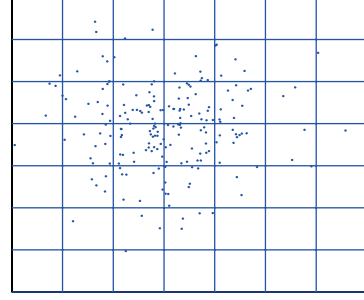


图1 二维状态空间中粒子集分割

间序列相关度量粒子接近系统的程度是可行的. 显而易见,在基于空间分布重采样步骤中选择时间序列相关度较高的粒子作为重要粒子,在系统状态估计中将起到重要的作用.

在时刻 t , 令 $y_t(j) = y_{j=t-2}^t$ 表示从 $t-2$ 到 t 实际观测到的系统路径, $X_t^{*p}(i) = \{x_j^*(i)\}_{j=t-2}^t\}_{i=1}^{d_p}$ 代表 t 时刻粒子空间经过算法 2 分割的第 p 网格中从 $t-2$ 到 t 时刻 d_p 个粒子的路径, $Y_t^{*p}(i) = \{y_j^*(i)\}_{j=t-2}^t\}_{i=1}^{d_p}$ 是该网格中 d_p 个粒子的观测路径,其中 $y_j^*(i) = g_j(x_j^*(i), v_j)$; $j = t-2:t, i = 1:d_p$. 用 $r_t^p(i)$ 表示 t 时刻第 p 网格中的粒子观测路径与系统观测路径的相似性,计算如下:

$$r_t^p(i) = r(Y_t^{*p}(i), y_t), i = 1, 2, \dots, d_p \quad (7)$$

$r_t^p(i)$ 选用皮尔逊相关系数^[22]度量粒子观测路径与系统观测路径在变化趋势上的相关程度. 则 t 时刻第 p 网格中第 i 粒子的皮尔逊相关系数为:

$$r_t^p(i) = \frac{\sum_{i=t-2}^t (Y_t^{*p}(i) - Y_t^{p*})(y_t - y^*)}{\sqrt{\sum_{i=t-2}^t (Y_t^{*p}(i) - Y_t^{p*})^2 (y_t - y^*)^2}} \quad (8)$$

上式中 Y_t^{p*} 、 y^* 分别是时间序列 Y_t^{*p} 、 y_t 的均值. 计算每一对 $(Y_t^{*p}(i), y_t)$ 的 $r_t^p(i)$ 值,若为正表示相对于各自的均值变化趋势相同,若为负则变化趋势相反. 样本中所有的序列和反映了这两个时间序列样本总体变化趋势的相关程度, r 越大则相关度越高,选择 r 值最高的粒子作为重要粒子. 图 2 显示在一维正态分布中使用基于粒子权重重采样与 STR 重采样后概率分布函数的分布比较.

图 2 中 (a) 与 (e)、(b) 与 (c) 相同,分别表示一维正态分布仿真与随机采样粒子集,图中的圆形表示粒子的权重,圆越大表示该粒子的权重越大;(c) 与 (g) 分别显示了基于粒子权重重采样与 STR 重采样后的粒子集分布,从图 2 (g) 中可以观察到基于 STR 重采样得到的粒子集不仅包含了大权重粒子而且还保留了小权重的粒子;(d) 与 (h) 分别显示了采样粒子集 (c) 与 (g) 的近似后验概率分布,与重采样前后验概率分布 (a)、(e) 比较可以看出,经过 STR PF 计算得到的近似概率分布比基于粒子权重重采样 PF 计算得到的近似概率分布更接近真实状

况,表明了 STR PF 提高了采样粒子集的多样性.

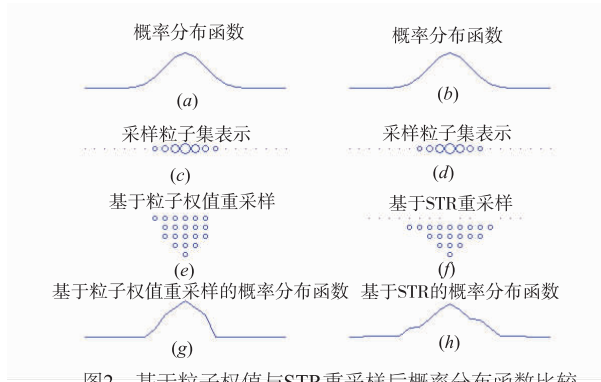


图2 基于粒子权值与STR重采样后概率分布函数比较

3.3 基于空间分布和时间序列分析的粒子滤波算法 (STR PF)

如前所述,在算法 1 中引入重要粒子选择步骤,在重采样粒子系统中保留重要粒子,能够有效缓解采样粒子集贫化现象,提高 PF 的估计精度. 算法 3 描述了 STR PF.

算法 3 改进的重采样粒子滤波算法

步骤 1:复制粒子:

1.1 将所有采样粒子的权值乘以采样数 N_t ;

1.2 将每个粒子 $(x_t^{(i)}, w_t^{(i)})$ 复制 $n_t^{(i)}$ 次,并赋以相同的权值(权值的大小在步骤 4 中定义),其中 $n_t^{(i)} = \lfloor N_t w_t^{(i)} \rfloor$, $\lfloor N_t w_t^{(i)} \rfloor$ 为小于 $N_t w_t^{(i)}$ 的最大整数;

1.3 将 $N_t w_t^{(i)}$ 减去 $\lfloor N_t w_t^{(i)} \rfloor$ 得到其它所有粒子残余权值 $w_t^{(i)} = (N_t w_t^{(i)} - \lfloor N_t w_t^{(i)} \rfloor) / N_t$;

步骤 2:应用算法 2 将采样粒子集进行分割;

步骤 3:在每个网格中使用时间序列相关性度量选择重要粒子进行传递,过程如下:

$$g_p \Rightarrow (x_{t,p}, \hat{w}_{t,p}) : \begin{cases} x_{t,p} = x_{t,i}, & i \in d_p, \forall j \in d_p, S(i) > S(j) \\ \hat{w}_{t,p} = \sum_{k=1}^{d_p} w_{t,k} \end{cases}$$

步骤 4:将步骤 1 中复制的粒子赋值为相同的权值 $w_t =$

$$(1 - \sum_{i=1}^p \hat{w}_{t,i}) / \sum_{j=1}^{N_t} n_j.$$

STR PF 与传统重采样算法的显著不同之处在于步骤 3,STR PF 不仅关注了采样粒子集的权值和粒子集的空间分布,而且引入粒子传播路径和系统观测路径的时间序列相关性分析. 在算法 2 划分的每个网格中计算粒子传播路径和系统观测路径相关度,选择相关度最高的粒子作为该网格的重要粒子,最大程度地保留了在后续系统状态估计中能够起到重要作用的小权值粒子.

STR PF 的时间复杂度为 $O(N_t)$,其中 N_t 为采样粒子数. 从算法 3 的计算过程可以看到,步骤 1、2、4 中复制粒子、粒子状态空间分割的时间复杂度为 $O(N_t)$,步

骤 3 中重要粒子选择时间复杂度为 $O(M)$,只在步骤 3 中增加时间序列相关性计算, M 为重要粒子数且满足 $M < N_t$,所以 STR PF 的时间复杂度为 $O(N_t)$.

3.4 非参数检验

非参数检验用于检验两随机样本是否来自同一分布,而不是检验随机样本属于某个特定的分布族. 可以证明:经过 STR 重采样算法后的采样粒子分布和采样前的粒子分布属于同一分布.

统计学中,两样本 Kolmogorov-Smirnov 统计检验^[23]定义了估计两样本任意分布函数的最大距离公式: $D_{m,n} = \max_{-\infty \leq x \leq \infty} |S_m(x) - S_n(x)|$,其中, $S_m(x)$ 、 $S_n(x)$ 分别为两样本采样数 m 、 n 的任意分布函数. k 个采样粒子的任意分布函数 $S_k(x)$ 为:

$$S_k(x) = \begin{cases} 0, & x < X_{(1)} \\ n/k, & X_{(n)} \leq x < X_{(k+1)}; n = 1, \dots, k-1 \\ 1, & x \geq X_{(k)} \end{cases} \quad (9)$$

将两个采样样本来自同一分布定义为零假设,根据两样本 Kolmogorov-Smirnov 统计检验定义,如果显著性水平 $\leq \alpha$,不能够拒绝零假设,即:

$$\lim P(\sqrt{\frac{mn}{m+n}} D_{m,n} \leq d_\alpha) = L(d_\alpha) \quad (10)$$

式中 $L(d_\alpha) = 1 - 2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} e^{-2i^2 d_\alpha^2}$,在实际应用中,对于典型的 α 值的 d_α 可以从统计分布表中查到,例如当 $\alpha = 0.05$, $d_\alpha = 1.36$; $\alpha = 0.01$, $d_\alpha = 1.63$.

在改进的重采样算法中,将采样粒子集空间分布分割为数量可变、可数的网格,在每个网格中选择一个重要粒子,将该网格中所有粒子的残差权值和赋予该重要粒子. 与采样前的粒子分布相比较,粒子的位置没有改变,唯一改变的是重要粒子的权值. 所以 $D_{m,n}$ 最大的距离是拥有最大权值 \hat{w}_{\max} 的重要粒子,因此如果满足以下限制就接受零假设: $\hat{w}_{\max} < d_\alpha / \sqrt{mn/m+n}$. 对检验显著性水平 $\alpha = 0.01$, $d_\alpha = 1.63$, $m = n = 100$, $\hat{w}_{\max} = 0.231$. 这清楚表明改进后的残差重采样算法满足两样本 Kolmogorov-Smirnov 统计检验,也就是说在一定的置信区间内,经过 STR 算法的重采样粒子集与采样前的粒子集属于同一分布.

4 算法性能仿真

为了评估本文所提算法的有效性,在 Matlab 仿真环境中进行了非线性经济增长模型与纯角度目标跟踪模型仿真实验. 本文提出的算法为 STR PF,为表明算法的改进效果,同时对 Auxiliary PF^[24]、Bootstrap PF^[5]、SIR PF^[16]、DIR PF^[15] 四种算法进行了仿真,其中,SIR PF 算法重采样步骤选择残差重采样,DIR PF 中设置参数 $Lstart = 1$, $Lmin = 0.1$, $a = 8$,Bootstrap PF 在残差重采样前将每个粒子附加一个零均值、方差为 $cov(t)$ 的高斯噪声:

$$\text{cov}(t) = 0.2 \times \frac{\max(x_t^i) - \min(x_t^i)}{N_t}$$

4.1 仿真模型 1: 非线性经济增长模型

方程(11)描述了非线性经济增长数学模型,该仿真模型在许多文献中被多次使用,具有高度的非线性,且其似然函数(观测方程 12)具有双峰特性,该特性使得待解决的非线性状态估计问题变得更加复杂,同时为仿真实验提供了多样性。

$$x_t = \frac{x_{t-1}}{2} + \frac{25x_{t-1}}{1+x_{t-1}} + 8\cos(1.2t) + u_{t-1} \quad (11)$$

$$y_t = \frac{x_t^2}{20} + v_t \quad (12)$$

式中, x_t 为系统在 t 时刻的状态, y_t 为 x_t 的观测值, u_{t-1} 与 v_t 分别为概率密度已知的系统噪声和观测噪声且分别与 x_t 、 y_t 独立. 采用如下均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE)反映非线性系统的估计精度:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{x}_t)^2} \quad (13)$$

同文献[5]相同,采用初始粒子数 $N = 100$, 仿真步长 $T = 100$, 图 3 显示了 5 种算法在上述设置中随机进行 50 次仿真运行的 RMSE, 表 1 给出了该仿真中的 RMSE 的最大值、最小值、均值、RMSE 方差与运行时间, 表中所有的数据值越小, 表明算法越优越. 然后保持仿真步长不变, 设置不同的初始粒子数进行仿真, 图 4 显示了 5 种算法在不同的初始采样粒子数(10 到 100, 每次增加 10)仿真的 RMSE.

表 1 RMSE 的最大值、最小值、均值、方差与运行时间

算法	RMSE			RMSE 方差	运行时间
	Max	Mean	Min		
Auxiliary PF	5.9918	4.4386	3.3966	0.4131	11.1685
Bootstrap PF	5.2870	4.2208	3.7339	0.2104	0.5634
SIR PF	5.3824	4.2854	3.8694	0.2264	0.5159
DIRPF	5.2646	4.2922	3.6999	0.2309	5.8567
STR PF	4.4810	3.8873	3.1852	0.2043	7.2109

从图 3、图 4 中可以清楚地观察到 STR PF 优于其它四种算法, 特别当初始粒子数较少 ($N < 50$) 时. 由表 1 中数据可见, STR PF 算法的 RMSE 最大值、最小值、均值与方差均小于 Auxiliary PF、Bootstrap PF、SIR PF、DIR PF 算法; STR PF RMSE 均值较其它四种算法均值下降了 7% ~ 12%, 与文献[25]所提出的 FA-PF 算法进行比较, 在相同的实验仿真环境下, FA-PF 算法仿真结果 RMSE = 4.0929, STR PF 算法的仿真结果 RMSE = 3.8873, 通过比较, STR PF 较 FA-PF 算法 RMSE 下降了 5%, 表明了 STR PF 算法在状态估计精度上有了一定的提高. 这是因为在重采样步骤中将粒子空间分布分割为数量可变、可数的网格时, 通过时间序列分析选择网

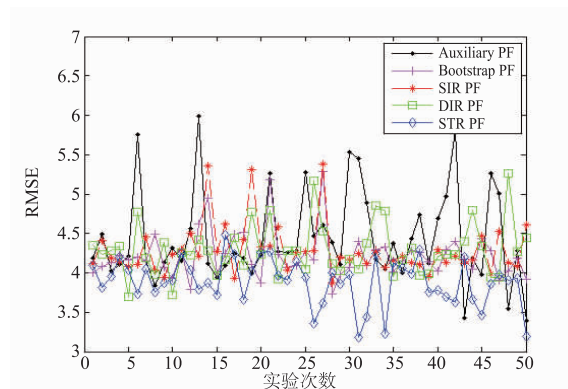


图 3 Auxiliary PF、Bootstrap PF、SIR PF、DIR PF 与 STR PF 算法的 RMSE

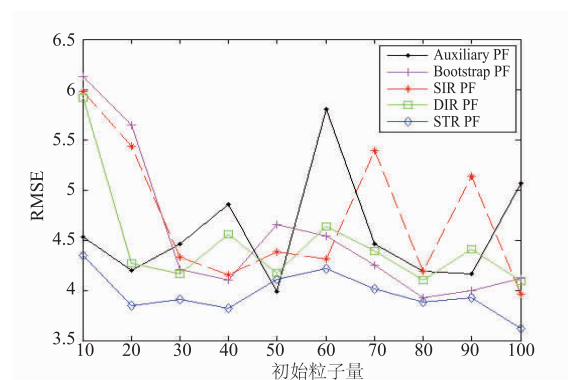


图 4 不同初始粒子数的 RMSE

格中重要粒子进行传递, 能够保持采样粒子的多样性, 提高了算法的估计精度.

4.2 仿真模型 2: 纯角度目标跟踪模型

纯角度目标追踪在现代军事和民用领域中占有非常重要的地位, 通过在固定的间隔时间内利用传感器观测目标的角度(方位)来估计运动目标的状态. 文中为了描述方便将传感器位置设定在二维坐标的原点, 公式(14)、(15)描述一个纯角度目标跟踪的数学模型:

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{F}\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{H}\mathbf{W}_t, \quad \mathbf{W}_t \sim N(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_2) \quad (14)$$

$$\mathbf{Z}_t = \arctan\left(\frac{y_t}{x_t}\right) + \mathbf{V}_t, \quad \mathbf{V}_t \sim N(0, \sigma_v^2) \quad (15)$$

式中, $\mathbf{X}_t = [x_t, v_{xt}, y_t, v_{yt}]^T$ 、 $\mathbf{W}_t = [w_{xt}, w_{yt}]^T$ 、 $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 、 $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 、 x_t 与 y_t 分别表示

运动目标在二维空间中的笛卡尔坐标, v_{xt} 与 v_{yt} 分别表示运动目标在 x_t 与 y_t 方向的速度, \mathbf{W}_t 为系统过程的零均值高斯白噪声, \mathbf{I}_2 为单位矩阵. 用 \mathbf{X}_0 表示运动目标的初始位置和速度, 初始分布服从 $\mathbf{X}_0 \sim N(\boldsymbol{\mu}_0, \mathbf{P}_0)$, $\boldsymbol{\mu}_0$ 、 \mathbf{P}_0 为关于初始状态的所有先验信息, \mathbf{Z}_t 为观测数据, \mathbf{V}_t 为观测过程零均值高斯白噪声. 仿真初始化参数设置与文献[5]相同. 此外, 在仿真过程中, 当观测噪声的方差远

小于系统噪声方差导致所有粒子的观测值全为 0 时,令粒子的权值均为 $1/N_t$.

采用下式均方根误差 (Root Mean Squared Error, RMSE) 评估非线性系统的状态估计精度:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \{(x_t - \hat{x}_t)^2 + (y_t - \hat{y}_t)^2\}} \quad (16)$$

式中 $x_t, y_t, \hat{x}_t, \hat{y}_t$ 分别为系统状态在 t 时刻 x, y 方向的真实值与估计值, T 为仿真时间步数.

与 4.1 仿真模型相同,设置初始粒子数 $N = 100$,仿真步长 $T = 25$,图 5 显示了 5 种算法仿真 10 次的 RMSE,表 2 给出了该仿真中的 RMSE 的最大值、最小值、均值、RMSE 方差与运行时间.然后保持仿真步长不变,设置不同的初始粒子数进行仿真,图 6 显示了 5 种算法在不同的初始采样粒子数(10 到 100,每次增加 10)仿真中的 RMSE.

表 2 RMSE 的最大值、最小值、均值、方差与运行时间

算法	RMSE			RMSE 方差	运行时间
	Max	Mean	Min		
Auxiliary PF	0.6974	0.5972	0.5331	0.0160	0.0253
SIR PF	0.7053	0.4162	0.0701	0.0665	0.0290
Bootstrap PF	1.0810	0.5322	0.0915	0.0913	0.0321
DIRPF	1.0014	0.3323	0.0496	0.0857	0.1714
STR PF	0.3429	0.2107	0.0197	0.0319	0.2242

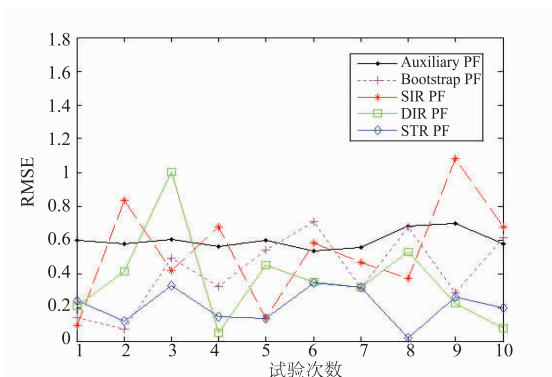


图5 Auxiliary PF、Bootstrap PF、SIR PF、DIR PF与STR PF的RMSE

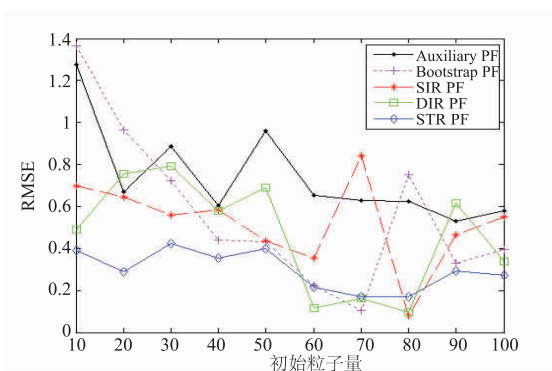


图6 不同初始粒子数的RMSE

图 5~6 表明 STR PF 在二维非线性系统状态估计中是有效的,在初始粒子数较少 ($N < 60$) 时,改进效果尤为

明显.相比于 Auxiliary PF、Bootstrap PF、SIR PF、DIR PF 算法,STR PF 算法的 RMSE 均值的下降幅度可达 36% ~ 64%,表明 STR PF 优于传统重采样粒子滤波算法.

5 总结

本文提出了一种改进重采样的粒子滤波算法,通过将采样粒子集的空间分布属性和粒子集传递信息融合,选择重要粒子进行传递,提高了系统状态的估计精度.并应用非参数检验证明了使用改进重采样算法后的重采样粒子集与原粒子集具有相同的概率分布.仿真分析表明,在非线性系统状态估计中该算法优于传统的粒子滤波算法,尤其针对初始粒子数目较小的情况,改进效果更加明显.

参考文献

- [1] Cappé O, Godsill S J, Moulines E. An overview of existing methods and recent advances in sequential monte carlo[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(5): 899 - 924.
- [2] Djuric P M, Kotecha J H, Zhang J, et al. Particle filtering[J]. Signal Processing Magazine IEEE, 2003, 20(5): 19 - 38.
- [3] 夏楠, 邱天爽, 李景春, 李书芳. 一种卡尔曼滤波与粒子滤波相结合的非线性滤波算法[J]. 电子学报, 2013, 41(1): 148 - 152.
- [4] XIA Nan, QIU Tian-shuang, LI Jing-chun, LI Shu-fang. A nonlinear filtering algorithm combining the kalman filter and the particle filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1): 148 - 152. (in Chinese)
- [5] 张宏欣, 周穗华, 冯士民. 高斯粒子流滤波器[J]. 电子学报, 2016, 44(4): 795 - 803.
- [6] ZHANG Hong-xin, ZHOU Sui-hua, FENG Shi-min. Gaussian particle flow filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(4): 795 - 803. (in Chinese)
- [7] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/nongaussian bayesian state estimation[J]. IEE Proceedings - F, 1993, 140(2): 107 - 113.
- [8] 吴孙勇, 廖桂生, 杨志伟. 基于粒子滤波的宽带信号波达方向估计[J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1353 - 1357.
- [9] WU Sun-yong, LIAO Gui-sheng, ANG Zhi-wei. Direction of arrival estimation of wideband signal based on particle filters[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1353 - 1357. (in Chinese)
- [10] 张玲霞, 刘志仓, 王辉, 齐会云, 胡旦. 非线性系统故障诊断的粒子滤波算法[J]. 电子学报, 2015, 43(3): 615 - 619.
- [11] Zhang Ling-xia, Liu Zhi-cang, Wang Hui, Qi Hui-yun, Hu Dan. Particle filter method for diagnosis in nonlinear system[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(3): 615 - 619. (in Chinese)

- [8] 叶有时,刘淑芬,孙强,刘鸿瑾,刘波,杨桦,吴一帆.改进粒子滤波算法在深空红外小目标跟踪中的应用[J].电子学报,2015,43(8):1506-1512.
Ye You-shi, Liu Shu-fen, Sun Qiang, Liu Hong-jin, Liu Bo, Yang Hua, Wu Yi-fan. Application of improved particle filter algorithm in deep space infrared small target tracking[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(8):1506-1512. (in Chinese)
- [9] Li T C, Sun S D, Sattar T P, Corchado J M. Fight sample degeneracy and impoverishment in particle filters: a review of intelligent approaches[J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41(8):3944-3954.
- [10] Park S, Hwang J P, Kim E, Kang H J. A new evolutionary particle filter for the prevention of sample impoverishment [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(4):801-809.
- [11] Xu B, Zhu J, Xu H. An ant stochastic decision based particle filter and its convergence[J]. Signal Processing, 2010, 90(9):2731-2748.
- [12] Christophe A, Arnaud D, Roman H. Particle Markov chain Monte Carlo methods[J]. Journal of the Royal Statistical Society, 2010, 72(3):269-342.
- [13] Musso C, Oudjane N, Gland F. Improving regularized particle filters[A]. Doucet A, Godsill S, Andrieu C. Sequential Monte Carlo Methods in Practice[M]. New York: Springer-Verlag, 2001. 247-273.
- [14] Li T C, Bolic M, Djuric P M. Resampling methods for Particle Filtering[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2015, 32(3):70-86.
- [15] Li T, Sattar T P, Sun S. Deterministic resampling: unbiased sampling to avoid sample impoverishment in particle filters[J]. Signal Processing, 2012, 92(7):1637-1645.
- [16] Liu J S, Chen R. Sequential monte carlo methods for dynamical systems[J]. Journal of American Statistical Association, 1998, 93(443):1032-1044.
- [17] Doucet A, Johansen A M. A Tutorial on Particle Filtering and Smoothing: Fifteen Years Later [M]. Handbook of Nonlinear Filtering. Oxford: Oxford University Press, 2009. 1-41.
- [18] Bérard J, Moral P D, Doucet A. A lognormal central limit theorem for particle approximations of normalizing constants [J]. Electronic Journal of Probability, 2013, 19:1-28.
- [19] Hu X L, Schon T, Ljung L. A general convergence result for particle filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7):3424-3429.
- [20] Beskos A, Jasra A. On the stability of sequential monte carlo methods in high dimensions[J]. Annals of Applied Probability An Official Journal of the Institute of Mathematical Statistics, 2014, 24(4):1396-1445.
- [21] Durbin J, Koopman S J. Time Series Analysis by State Space Methods [M]. Oxford: Oxford University Press, 2012. 187-188.
- [22] Benesty P J, Chen J, Huang Y, et al. Pearson Correlation Coefficient [M]. Berlin Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009. 1-4.
- [23] Gibbons J D, Chakraborti S. Nonparametric statistical inference [J]. Journal of the Royal Statistical Society, 2011, 149(35):977-979.
- [24] Pitt M K, Shephard N. Filtering via simulation: auxiliary particle filters [J]. Journal of the American Statistical Association, 1999, 94(446):590-599.
- [25] 田梦楚,薄煜明,陈志敏,吴盘龙,赵高鹏.萤火虫算法智能优化粒子滤波[J].自动化学报,2016,42(1):89-97.
TIAN Meng-chu, BO Yu-ming, CHEN Zhi-min, Wu Pan-long, ZHAO Gao-peng. Firefly algorithm intelligence optimized particle filter [J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(1):89-97. (in Chinese)

作者简介



杨伟明 男,1980年生,天津大学精密仪器与光电子工程学院博士研究生,研究方向为粒子滤波、目标跟踪。

E-mail: yangwm@tju.edu.cn



赵美蓉(通信作者) 女,1967年生,教授,博士生导师,天津大学研究生院副院长,研究方向为视觉检测、光电检测技术。

E-mail: meirongzhao@tju.edu.cn



黄银国 男,1978年生,博士,天津大学精密仪器与光电子工程学院副教授,研究方向为光电传感与检测技术。

李瀚辰 男,天津大学精密仪器与光电子工程学院硕士研究生,研究方向为图像处理。