

面向流式通信的耦合 LDPC 码研究综述

王千帆^{1,2}, 杨佳仪^{1,2}, 王寅楚^{1,2}, 蔡穗华^{1,2}, 马 啸^{1,2*}

(1. 中山大学计算机学院, 广东广州 510006; 2. 广东省信息安全技术重点实验室, 广东广州 510006)

摘 要: 流式通信是光纤通信网络和移动通信网络中重要的通信场景, 区别于传统的间歇式或分块通信场景, 流式通信中传输的数据具有典型的连续流式特性. 面向流式通信场景, 耦合码因其相对于传统分组码具有显著的性能提升, 加之其天然的低编译码时延结构, 成为流式通信场景中重要的信道编码候选技术. 本文先回顾现有的耦合低密度校验 (Low-Density Parity-Check, LDPC) 码技术, 包括: 乘积类耦合 LDPC 码、部分重编码类耦合 LDPC 码、空间耦合 LDPC 码和全局耦合 LDPC 码. 在此基础上, 本文进一步介绍了基于便车码技术的耦合 LDPC 码改进提升设计, 并介绍了基于分组马尔可夫叠加传输技术的一类新型耦合 LDPC 码. 最后, 本文对耦合 LDPC 码的发展前景和研究方向进行展望.

关键词: 信道编码; 流式通信; 光纤通信网络; 移动通信网络; 耦合编码; 低密度校验码; 便车码; 分组马尔可夫叠加传输

基金项目: 国家重点研发计划 (No.2021YFA1000500); 国家自然科学基金 (No.62301617); 广东省自然科学基金 (No.2023A1515011056)

中图分类号: TN911.22; TN919.3

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2024)08-2913-20

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20240167

A Review of Coupled LDPC Codes for Streaming Communications

WANG Qian-fan^{1,2}, YANG Jia-yi^{1,2}, WANG Yin-chu^{1,2}, CAI Sui-hua^{1,2}, MA Xiao^{1,2*}

(1. School of Computer Science and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou, Guangdong 510006, China;

2. Guangdong Key Laboratory of Information Security Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou, Guangdong 510006, China)

Abstract: Streaming communication is an essential communication scenario in optical fiber communication networks and mobile communication networks. Unlike traditional intermittent or block-oriented communication, the data transmission in streaming communication exhibits typical continuous streaming characteristics. Coupled codes, compared to traditional block codes, have shown significant performance improvement in streaming communication scenarios. Additionally, they inherit low encoding and decoding latency. These advantages make coupled codes an important candidate for channel coding in streaming communication scenarios. This paper first reviews existing coupled LDPC (Low-Density Parity-Check) codes, including product-like coupled LDPC codes, partially reencoded coupled LDPC codes, spatially coupled LDPC (SC-LDPC) codes, and globally coupled LDPC (GC-LDPC) codes. Following that, this paper introduces a series of improved designs for coupled LDPC codes based on free-ride codes, and introduces a new class of coupled LDPC codes based on block Markov superposition transmission (BMST) techniques. Finally, this paper concludes with a discussion on future prospects and research directions of the coupled LDPC codes.

Key words: channel coding; streaming communications; optical fiber communication networks; mobile communication networks; coupled codes; low-density parity-check codes; free-ride codes; block Markov superposition transmission

Foundation Item(s): National Key Research and Development Program of China (No.2021YFA1000500); National Natural Science Foundation of China (No.62301617); Natural Science Foundation of Guangdong Province (No.2023A1515011056)

1 引言

随着第五代移动通信系统(Fifth Generation, 5G)的正式商用与“互联网+”战略的不断推进^[1],全球数据传输总量正在飞速增长,而网络流量中的最大消耗来自于流式应用^[2,3].典型的流式应用或流媒体应用包括在线视频、影音直播和文件缓存下载等.流式应用的三大主要需求分别为可靠性、传输速率和时延,其直接影响用户体验^[4-7].

对于骨干网,目前数据传输主要采用光纤通信技术.随着传输速率要求的不断提升,光纤通信网络中使用的调制阶数和信道复用密度不断增大,加之光纤通信中固有的色散效应和非线性效应,这导致解调错误率愈加恶化,可靠性难以保障^[8-10].对于接入网,目前数据传输主要采用移动通信技术(如5G),其天然面临着复杂的信道环境和不可避免的信道噪声干扰,这些会严重影响系统可靠性能^[11-14].

信道编码技术是保证可靠传输的核心技术之一.目前针对现有光纤通信网络和移动通信网络需求的非流式(即传统分组编码形式)信道编码技术研究已较为成熟,其中典型方案为分组低密度校验(Low-Density Parity-Check, LDPC)码.早在上世纪六十年代初期, Gallager 教授就提出了 LDPC 码^[15],但受限于当时的计算能力,LDPC 码在提出后的三十多年中几乎一直被人们所忽略.直到上世纪九十年代,研究者们重新发现了 LDPC 码^[16],并引起了学界和工业界广泛的研究兴趣.此后近三十年,研究者们针对 LDPC 码的编码实现^[17-19]、译码设计^[20-25]、矩阵构造^[26-29]、性能分析^[30-32]和编码调制联合设计^[33,34]等进行了深入研究探索.LDPC 码也因其高吞吐和高可靠的译码特性,成为光纤通信网络第三代信道编码技术之一,并最终入选 5G 标准,成为数据信道的编码方案^[35].

面向未来更为严苛的流式传输需求和用户体验需求,需要新型信道编码方案,从而支撑不断提升的传输速率、可靠性和时延等要求.针对流式通信的流式编码方案成为重要的潜在候选技术.流式编码是一种顺序编码,编码器按序接收信源数据包,并实时输出编码数据包.因此,可以将流式编码视为将卷积码的基本编码单元从“比特”推广到“数据包”,并将编码器中的移位寄存器操作与数据包的实际到达、编码和发送进行同步^[36].然而相对于传统分包式分组编码,在流式通信场景下采用流式编码将面临巨大的挑战,主要体现在存储(编码需引入包级别寄存器,译码架构同样需要引入存储单元)、处理的不可间断性(流式编码方案需要连续数据流)和时延(编码和译码时延)等方面.上述挑战在无线动态环境和算力受限的情况下将更为棘手,会出现以下问题:

(1) 存储阻塞^[37,38]:在流式通信系统中,由于数据

流的连续输入,当系统的存储资源(如缓存或缓冲区)达到饱和状态时,新的数据无法被及时存储或处理,从而导致数据丢失或系统性能下降的现象.针对存储阻塞问题更多是从传输层等上层进行调度,典型的方案是基于重传策略的接收端缓冲区阻塞缓解技术,其基本思想是利用固有的度量(如拥塞窗口大小、估计的路径丢失和往返时间)或混合策略的组合,尽快向接收端提供有序的包^[39,40].

(2) 译码中断^[41]:在译码过程中,由于各种原因(如达到最大传输次数仍未成功译码、数据丢失和错误传播等),译码过程被迫暂停或终止,导致译码结果不完整或无法产生.针对译码中断概率的优化策略可以从编码、重传和能量分配等方面进行优化^[42,43].

(3) 译码延迟^[44]:从接收到编码数据开始,到得到译码结果之间所经历的时间.针对译码延迟,可以采用滑窗译码机制,此时译码时延取决于窗口大小.具体来说,若采用全窗口译码,接收端需要收到所有码字比特对应的信道接收后才能开始译码;而若采用滑窗译码,接收端只需收集窗口对应比特的信道接收即可开始译码并输出结果,从而实现边收边译^[45].

考虑到上述问题,例如译码中断或译码时延等均为流式编码的迫切问题,为此,本文将深入探索一类典型的流式编码——耦合 LDPC 码,包含经典耦合 LDPC 码和新型高性能耦合 LDPC 码,并对相应问题进行一定讨论.耦合 LDPC 码通过在多个独立的分组 LDPC 码字间引入耦合约束构造而来^[46],其相对于分组 LDPC 码可以获得显著的性能提升.按构造方式,耦合 LDPC 码的构造方式可以分为如下 4 种:

(1) 基于乘积结构的构造方式.基本思想为采用乘积码的行列编码思想,通过额外的列编码从而在多个独立的分组 LDPC 码间引入耦合约束关系.典型的构造包括乘积 LDPC 码^[47]、阶梯 LDPC 码^[48]、基于编织结构的 LDPC 卷积码^[49]和潜在的拉链 LDPC 码^[50]构造等;

(2) 基于部分信息重编码类构造方式.基本思想为共享相邻子码块的部分信息比特或部分校验比特,并将共享的信息同时作为相邻编码器的输入进行重编码,从而在独立码块间引入耦合关系.典型的构造包括部分信息位耦合(Partially Information Coupled, PIC) LDPC 码^[51],基于部分叠加(Partially Superposition, PS)和 PIC 技术的 PIC-PS-LDPC 码^[52]和潜在的部分校验位耦合(Partially Parity Coupled, PPC) LDPC 码^[53]构造.

(3) 基于空间耦合(Spatially Coupled, SC)技术的构造方式.基本思想是通过边扩展等技术将多组独立的分组 LDPC 码耦合成一条链得到的.典型的 SC-LDPC 码构造可以采用基于矩阵展开的构造方式^[54]或基于原

模图的构造方式^[55,56].

(4) 基于增量全局校验的全局耦合 (Globally Coupled, GC) 构造方式. 基本思想是添加额外的全局校验部分, 通过全局校验将独立的分组 LDPC 码字间引入约束关系. 典型的构造包扩基于里德-所罗门 (Reed-Solomon, RS) 码的 GC-LDPC 码^[57]、基于阵列扩散的 GC-LDPC 码^[58]、基于循环结构的 GC-LDPC 码^[59]和基于套娃结构的 GC-LDPC 码^[60].

特殊耦合构造模式使得耦合 LDPC 码具有传统分组 LDPC 码的高并行译码处理特性, 并且通过额外的耦合约束可获得显著的性能提升^[61]. 特别地, 耦合 LDPC 码往往可以采用低时延的递归编码设计和低时延低复杂的滑窗译码设计^[62,63]. 综上所述, 耦合 LDPC 码因其良好的各项特性, 加之天然的流式特性, 其尤其适合广泛存在的流式通信场景^[64-67].

目前高性能流式通信驱动下的相关耦合 LDPC 码技术已取得一定的初步进展. 文献[46, 68~70]等对乘积类耦合码、部分信息重编码类耦合码、空间耦合码和全局校验耦合码等耦合码的研究进展进行了综述. 然而, 面向未来新需求, 现有的编译码算法设计仍有较大的改进空间. 因此, 为了及时跟进最新的研究进展, 理清研究思路和发展脉络, 引导未来研究方向, 本文从分组 LDPC 码出发, 首先综述现有经典耦合 LDPC 码, 之后进一步介绍耦合 LDPC 码新型改进方案, 最后对耦合 LDPC 码进行总结讨论, 并对未来耦合 LDPC 码的研究方向进行展望.

本文常用的符号及其含义如表 1 所示.

表 1 本文常用符号及其含义

符号	含义
$\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$	二进制域
$\mathcal{C}[n, k]$	码长为 n , 维度为 k 的分组 LDPC 码
$\mathcal{C}_l[n, l]$	码长为 n , 维度为 l 的分组 LDPC 码
$\mathbf{f} \in \mathbb{F}_2^l$	便车码中的额外比特
$\mathbf{g} \in \mathbb{F}_2^n$	便车码中的额外比特对应的便车码字
$\mathbf{u}^{(t)} \in \mathbb{F}_2^k$	t 时刻待编码的子消息序列
$\mathbf{v}^{(t)} \in \mathbb{F}_2^n$	t 时刻经由分组 LDPC 码编码的子码字序列
$\mathbf{c}^{(t)} \in \mathbb{F}_2^n$	t 时刻经由耦合 LDPC 码编码的实际发送子码字序列
$\mathbf{y}^{(t)} \in \mathbb{R}^n$	$\mathbf{c}^{(t)}$ 对应的接收序列
$\mathbf{A}^{(t)} \in \mathbb{R}^n$	根据 $\mathbf{y}^{(t)}$ 计算得到对数似然比 (Log Likelihood Ratio, LLR) 序列
d	译码窗口大小
I_{\max}	BMST-LDPC 码中成分 LDPC 码的最大迭代次数
J_{\max}	BMST-LDPC 码中外部最大迭代次数或隐式部分乘积 LDPC 码的最大迭代次数

2 经典耦合 LDPC 码方案

按构造方式, 现有耦合 LDPC 码的构造主要可以分

为基于乘积类方式的构造、基于部分信息重编码类构造、基于空间耦合类构造和基于全局耦合类构造. 本章将依次简介上述方案, 并针对其不足指出潜在的研究方向.

2.1 乘积类耦合 LDPC 码设计

Elias 在 1954 年第一次提出了乘积码^[71]的概念, 其将阵列排布的信息首先进行行编码, 之后对所有行码字按列进行列编码, 依次得到行校验、列校验和校验的校验. 阵列信息与校验部分构成了乘积码的码字阵列, 如图 1 所示, 其中阵列的每一行都是行成分码的码字, 每一列都是列成分码的码字. 受 Turbo 码迭代译码的启发, 研究者们基于迭代译码思想提出了针对乘积码的译码设计. 因此, 乘积码又称分组 Turbo 码^[72]或 Turbo 乘积码^[73].

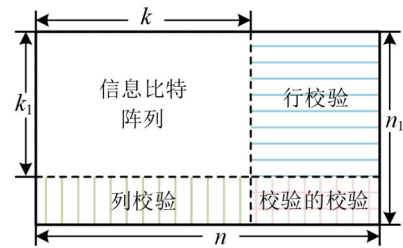


图 1 乘积码的码字阵列示意图

相对于成分码而言, 乘积码的码长、码率和最小距离分别是两个成分码码长、码率和最小距离的乘积. 基于上述特性, 乘积码具有显著的纠错性能提升. 此外, 乘积码还具有其他众多优点, 例如高编码增益特性和基于成分码编译码器的高并行编译码实现等, 这使得其非常适合高吞吐场景. 文献[74, 75]中指出乘积码可应用于高速光通信场景, 而文献[76, 77]中也指出乘积码适合磁存储场景. 因其众多优点, 乘积码也入选了多项通信标准, 包括 IEEE 802.16^[78]、IEEE 802.20^[79]和 IEEE-1901^[80]等. 然而, 由于引入了额外的校验信息, 乘积码的码率会大幅降低, 因此可以针对性地研究设计既能获得乘积增益, 码率损失又可以避免或减少的方案. 此外, 目前关于乘积码的构造研究主要采用代数码等作为成分码^[81, 82], 可以进一步考虑采用高性能的 LDPC 码作为成分码构造乘积 LDPC 码.

基于乘积码类似的思想, Smith 等学者针对光传输网提出了可满足高传输速率需求的阶梯码^[83]. 阶梯码, 顾名思义, 其码字具有典型的阶梯形式, 如图 2 所示, 图中每一行代表一个行码字, 每一列代表一个列码字. 阶梯码的构造借鉴了乘积码的思想, 可以被认为是一种具有广义耦合结构的乘积码. 阶梯码与传统乘积码不同的是其在相邻码块间引入了额外的编码约束. 基于特殊的耦合结构, 阶梯码可以获得极低的错误平层和具有竞争力的编码增益. 学者们采用 LDPC 码作为

成分码,构造了一系列阶梯 LDPC 码^[48,84].

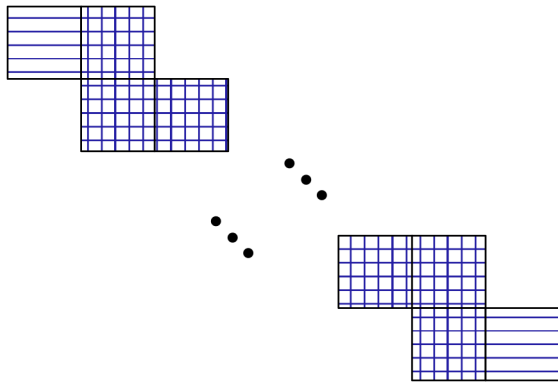


图2 阶梯码的码字阵列示意图

此外,学者们利用类似乘积码的思想提出了编织码^[85,86]的概念,其可以看作对角形式的乘积码. 编织码码字阵列排布形如针线编织,且具有典型的对角形式. 编织码的编码过程利用两个分量编码器对信息符号进行校验,并将横向(纵向)分量编码器的校验信息作为纵向(横向)分量编码器的输入,完成编织编码^[87,88]. 进一步地, Kschischang 等学者提出了更加广义的 Zipper 码的概念,其引入了虚拟和真实比特的概念,其中虚拟比特是其他码字的真实比特的复制版本,而仅真实比特和校验信息会进行发送^[89,90]. 阶梯码和编织码等多种乘积类耦合码都可以作为 Zipper 码的特例,利用 Zipper 码的框架予以解释. 目前关于乘积类耦合码的研究主要聚焦于编码构造^[91-93]、译码设计^[94-98]和性能分析^[99-101]等,其中的构造设计主要利用经典代数码和卷积码等. 考虑到分组 LDPC 码优异的性能表现,进一步考虑利用 LDPC 码作为成分码构造更加丰富的乘积类耦合 LDPC 码具有重要的研究价值和潜在的应用前景.

2.2 部分信息重编码耦合设计

部分信息重编码耦合的基本思想是共享相邻子码块的部分信息比特或部分校验比特,并将共享的信息同时作为相邻多个码块编码器的输入进行重编码,从而在独立码块间引入耦合关系. Yang 等学者^[102]提出了部分信息位耦合(Partially Information Coupled, PIC)技术,并基于此技术构造了一系列 PIC 码,包括 PIC-Turbo 码^[102]、PIC-LDPC 码^[51]和 PIC-Polar 码^[103]等. 进一步地, Qiu 等学者^[53]推广了 PIC 技术,提出了部分校验位耦合(Partially Parity Coupled, PPC)技术. PIC 或 PPC 类耦合码具有构造普适、码率灵活、编码实现简单和可采用低时延滑窗译码机制等优点.

部分信息重编码的一系列论文中给出了各种 PIC 类码的编码器描述. 通过正规图重新描述 PIC 码的编译码过程. 以关心的 PIC-LDPC 为例,其正规图参见图 3,其中, $u^{(t)}$ 代表 t 时刻非共享子消息序列, $u_c^{(t)}$ 代表 t 时刻

共享子消息序列, $c^{(t)}$ 代表 t 时刻发送子码字序列. 图 3 中节点 \square 代表重复码约束,即所有连边取值相等,其所连接的信息部分即为共享信息,译码过程中节点 \square 的实现与 LDPC 码变量节点的实现基本相同;节点 \square 代表并串转换约束,简单的对信息进行并串转换(从左到右)和串并转换(从右到左);节点 \square 代表 LDPC 码字约束,即连边满足 LDPC 码编码约束,译码过程中可通过一个软入软出译码器实现节点 LDPC 的功能.

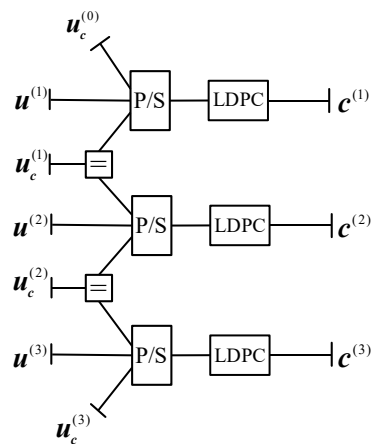


图3 PIC-LDPC 码的正规图描述示意图

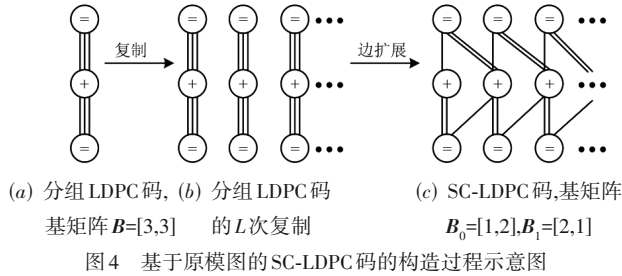
本质上,部分信息重编码耦合设计与乘积码有许多共通之处,都是通过重编码方式从而引入约束. 目前关于 PIC 的研究,尤其是以 LDPC 码作为成分码的 PIC-LDPC 构造主要聚焦于早期标准中的 LDPC 码,缺乏基于最新的 LDPC 码,如 5G LDPC 码的 PIC-LDPC 构造设计. 此外,关于 PIC-LDPC 码的分析研究也较为缺乏,需要研究者们进一步探索研究.

2.3 空间耦合设计

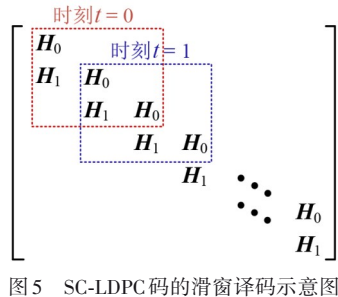
空间耦合 LDPC (Spatially-Coupled LDPC, SC-LDPC) 码^[62], 又称 LDPC 卷积码 (LDPC Convolutional Code, LDPC-CC)^[54], 其可通过将多组独立的分组 LDPC 码耦合成一条链得到. 二进制无记忆对称 (Binary Memoryless Symmetric, BMS) 信道下, SC-LDPC 码采用 BP 译码下具有渐近容量可达性能^[104], 这是由于 SC-LDPC 码存在著名的阈值饱和特性, 即 SC-LDPC 码采用 BP 译码下的阈值可以接近其对应的分组 LDPC 码采用最大后验 (Maximum A Posteriori, MAP) 译码下的阈值^[62,105].

SC-LDPC 码的构造可以采用基于矩阵展开的构造方式^[54]或基于原模图的构造方式^[55,56]. 考虑 (3, 6) 规则度分布, 以基于原模图的边扩展构造为例, 通过对分组 LDPC 码的原模图进行复制和边扩展操作, 可以得到链式 (3, 6)-SC-LDPC 码的原模图描述, 具体过程参见图 4, 其中 $\mathbf{B}=[3, 3]$ 代表 (3, 6) 分组 LDPC 码的基矩阵, $\mathbf{B}_0=[1, 2]$

和 $B_1=[2, 1]$ 代表 SC-LDPC 码的基矩阵. 基于空间耦合 LDPC 码的原模图描述, 可以利用外信息转移 (Extrinsic Information Transfer, EXIT) 图等方法分析得到 SC-LDPC 码在瀑布区的译码阈值.



除了置信度传播 (Belief Propagation, BP) 译码外, SC-LDPC 码还可以采用低时延的滑窗 (Sliding-Window, SW)-BP 译码机制, 当译码窗口大小大于设计的最小窗口大小时, 窗口 BP 译码的阈值可以接近 BP 译码的阈值^[105, 106]. 以编码记忆 $m=1$, 译码窗口 $d=3$ 的滑窗译码为例, 其不同时刻译码所采用的校验矩阵描述参见图 5, 其中的子矩阵 H_0 和 H_1 可由基矩阵 B_0 和 B_1 通过提升 (lifting) 技术得到. 采用滑窗 BP 译码机制, 在收满窗口内所需接收序列后就可以在子矩阵对应的译码图上执行置信传播译码. 在译码出目标时刻对应的信源序列后滑动窗口位置, 译码下一时刻对应的信源序列.



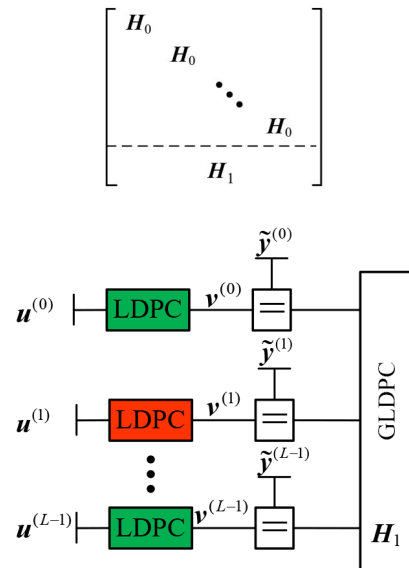
SC-LDPC 码不仅具有分组 LDPC 码高并行的译码特性, 更重要的是, SC-LDPC 码在原本独立的分组 LDPC 间引入了额外的耦合结构, 这使得其相对于分组 LDPC 码可获得进一步的性能提升. 对比分组 LDPC 码, SC-LDPC 码的优势包括纠错性能提升、距离特性改进和具有规则非规则融合的优异特性, 即兼具更好的瀑布区和平层区性能. SC-LDPC 码因其众多优势, 受到了学界的广泛关注与研究. 但与一般卷积码类似, SC-LDPC 码也需要结尾操作, 即在数据流尾端做特殊编码处理, 使得编码器状态归 0. 结尾操作会带来一定的码率损失, 降低传输效率^[105, 107]. 此外, 传统 SC-LDPC 码的性能与其对应的分组 LDPC 码联系紧密, 但 SC-LDPC 码的编译码器实现却与分组 LDPC 码相去甚远, 这意味着

设计中不能直接利用分组 LDPC 码的编译码器设计实现 SC-LDPC 码的编译码器. 受限于此一缺陷, SC-LDPC 码不能基于现有分组 LDPC 进行低成本演进提升, 限制了 SC-LDPC 码的应用推广. 为此, 设计编译码器与分组 LDPC 码硬件友好的 SC-LDPC 码具有重要的研究价值和潜在的应用前景.

2.4 全局校验耦合设计

林舒等学者在 2016 年左右提出了全局耦合 LDPC (Globally-Coupled LDPC, GC-LDPC) 码的概念, 其通过引入额外的全局校验节点, 从而在原本独立的分组 LDPC 码间建立耦合约束, 进而提升性能^[108]. GC-LDPC 码的校验矩阵描述如下所示, 其中 H_0 代表分组 LDPC 码的校验矩阵, 而额外引入的 H_1 则代表全局校验部分. GC-LDPC 码的编码除了要满足局部的分组 LDPC 码约束外, 同样需要满足额外引入的全局校验约束. 在译码过程中, 可以利用分组 LDPC 码的校验约束和额外的全局校验约束进行联合迭代译码, 其译码正规图描述如图 6 所示, 其中节点 \square LDPC 代表由 H_0 所定义的分组 LDPC 码节点, 其连边需满足 LDPC 编码约束, 节点 \square 代表重复码约束, 即所有连边取值相等, 而节点 \square GLDPC 则代表由 H_1 所定义的全局校验节点, 其连边需满足全局校验部分的编码约束. 在具体译码过程中, 节点 \square LDPC 和节点 \square GLDPC 的功能均可由其对应的软入软出译码器实现. 特别地, 图中红色部分代表译码失败 (未通过校验) 的分组 LDPC 码节点, 绿色部分代表译码成功 (通过校验) 的分组 LDPC 码节点.

在 GC-LDPC 码提出后, 学者们针对 GC-LDPC 码提出了一系列构造, 包括基于 RS 码的构造设计^[57]、基于阵列的构造设计^[58]、基于循环结构的构造设计^[59]和基



于套娃结构的构造设计^[60]. GC-LDPC 相对于分组 LDPC 码可以获得显著的性能提升,且 GC-LDPC 码的译码可以有效复用分组 LDPC 码的译码器,有利于 GC-LDPC 码在基于现有 LDPC 码基础上的部署应用. 然而,从 GC-LDPC 码的校验矩阵描述可以看出,GC-LDPC 码的码字除了要满足分组 LDPC 码约束外,同样需要满足额外全局校验约束. 因此,GC-LDPC 码不能直接利用原有分组 LDPC 码的编码器实现编码过程,这为 GC-LDPC 码的推广应用带来了不便. 此外,为获得性能增益,额外引入的全局校验部分也降低了传输速率,尤其是对于有限长的耦合链长 L 下. 为此,设计能复用分组 LDPC 码编码器的 GC-LDPC 码,并尽量避免或减少码率损失具有重要的研究价值和工程意义.

3 新型高性能耦合 LDPC 码

本章针对上述耦合 LDPC 码存在的不足,进一步介绍了四类新型耦合 LDPC 码,为耦合 LDPC 码的进一步应用拓展提供重要的研究基础和数据支撑. 其中,隐式部分乘积 LDPC 码、码率无损 SC-LDPC 码和隐式 GC-LDPC 码的构造需要利用一种基于负载链路传输额外比特的新型编码方案,即便车码方案^[109,110]. 便车码可以在完全不消耗额外传输资源条件下,基于原有链路高可靠传输额外比特. 这节的开始部分,首先简介便车码编译码方案及其性能分析,并给出其数值结果展示.

便车码的传输模型如图 7 所示,其中, $C_p[n, k]$ 代表原始负载链路 LDPC 码,而 $C_f[n, k_f]$ 则代表新增的便车码. 便车传输编码过程:原始负载数据 $u \in \mathbb{F}_2^k$ 经过 LDPC 码编码为 LDPC 码字 $v \in \mathbb{F}_2^n$,而额外数据 $f \in \mathbb{F}_2^{k_f}$ 经过便车码编码为 $g \in \mathbb{F}_2^{n_f}$, v 和 g 按位异或得到发送码字 $c \in \mathbb{F}_2^n$;译码过程:收到码字 c 对应的噪声序列 y 后,接收端首先执行便车码译码,得到关于额外比特的估计信息 \hat{f} ,之后消去 \hat{f} 对应的 \hat{g} 对于接收序列的影响,得到 \hat{y} ,其中 $\hat{y}_i = (-1)^{\hat{f}_i} y_i$,并将 \hat{y} 作为 LDPC 码的译码器输入,从而恢复得到 \hat{u} . 关于便车码的译码,一种简单易懂的实现方式是遍历所有额外比特的可能性,根据度量从中选择最可能的 \hat{f} 作为译码输出. 特别地,叠加型便车码构造主要可以分为两类,一类是基于随机码的构造(需要遍历译码);另一类是基于结构化码的构造(例如 RM 码,可以规避掉复杂的遍历译码). 如无特殊说明,本文采用的均为基于 RM 码的便车码构造. 关于基于 RM 码的便车码编译码具体过程可以参照文献^[109].

由上述编译码过程可以看到,由于叠加在二进制域进行,即异或操作,因此便车码并不需要消耗任何额外的传输资源. 此外,便车码的另一个重要优点是,若首先译码的额外比特具有超高可靠性能(相比于负载

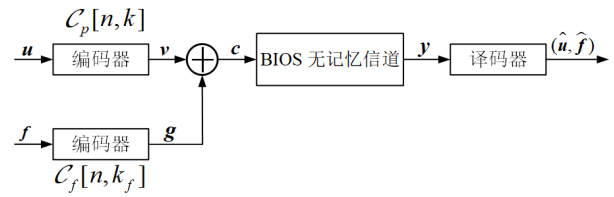


图7 基于便车码的传输额外比特的系统图

链路),传输额外比特对负载链路的影响可以忽略不计. 令 WER_p 和 WER_{pf} 分别代表负载链路无额外比特和有额外比特传输时的误码字率, WER_f 代表额外比特的误码字率,可以得到 WER_{pf} 的上下界为

$$WER_p \leq WER_{pf} \leq WER_p + WER_f \quad (1)$$

下界是直观的,关于上界,令事件 $\hat{U} \neq U$ 代表有额外比特传输下负载数据译码结果不正确事件,则 $WER_{pf} = \Pr\{\hat{U} \neq U\}$,进一步得到

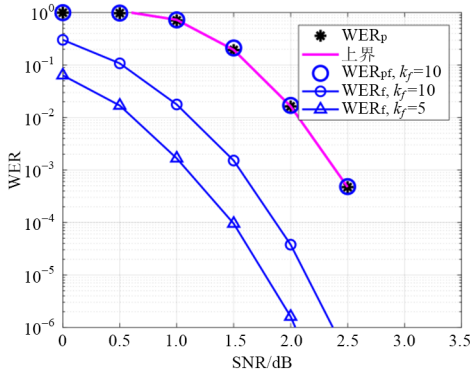
$$\begin{aligned} \Pr\{\hat{U} \neq U\} &= \Pr\{\hat{U} \neq U, \hat{F} = F\} + \Pr\{\hat{U} \neq U, \hat{F} \neq F\} \\ &\leq WER_p + WER_f. \end{aligned} \quad (2)$$

从 WER_{pf} 的上下界可以看出,当 $WER_f \ll WER_p$ 时,传输额外比特对负载链路 WER 的影响可以忽略不计. 对于 BER 有类似的上下界分析,同样,当 WER_f 相对于负载链路足够低时,传输额外比特对负载链路 BER 性能的影响可以忽略不计,完整分析与更多结果可以参见文献^[111].

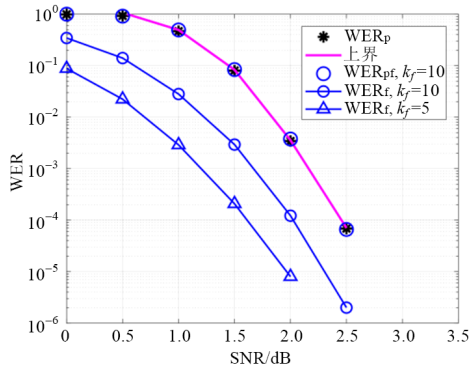
例 1: 考虑采用 $[n, k] = [1024, 512]$ 的规则和非规则 LDPC 码作为负载码,其中规则码为 (3, 6)-规则度分布,非规则码变量节点度分布(边角度定义)为 $\lambda(x) = 0.32660x + 0.11960x^2 + 0.18393x^3 + 0.36988x^4$ ^[112]. 图 8(a) 和 (b) 分别展示了两种负载码下的 WER 仿真结果对比,从图中可以观察到,无论是规则还是非规则负载码:额外比特越少,其额外比特性能 WER_f 越好;相比于原始负载码性能,利用便车码传输的一定量额外比特具有超高可靠性能; WER_{pf} 上界、 WER_{pf} 仿真性能和原始负载码性能 WER_p 三条曲线贴合在一起,其可以说明传输一定量的额外比特对负载码 WER_p 性能的影响可以忽略不计.

3.1 隐式部分乘积 LDPC 码

乘积码是一种经典的构造长码方案,其通过在独立的码字间引入额外的编码耦合约束构造而来. 乘积码具有众多优点,例如相对于成分码显著的性能增益和基于成分码编译码器的高并行编译码实现等. 然而,额外引入的编码约束会大幅降低整体码率,不利于乘积码在高速率场景的推广应用. 为此,利用便车码构造了隐式部分乘积 LDPC 码^[111,113-115],其基本思想:将信源阵列的所有行采用 LDPC 码编码,但仅将部分列进行列编码,并将列校验信息作为额外比特,利用便车码方式



(a) 以 (3,6)-规则 LDPC 码作为负载码



(b) 以非规则 LDPC 码作为负载码

图 8 不同额外比特数目下便车码及负载链路 WER 性能对比

嵌入 LDPC 码字传输. 借助于便车码的特性, 所构造的部分乘积 LDPC 码码率与行 LDPC 码完全一致, 无任何码率损失, 同时, 在恢复列校验信息后, 利用额外的列校验信息可以获得与传统乘积码类似的译码性能提升.

3.1.1 隐式部分乘积 LDPC 码的编译码算法

部分乘积 LDPC 码的行编码采用分组 LDPC 码 $C[n, k]$, 列编码则采用高码率的代数码 $C_1[n_1, k_1]$, 本文考虑采用 Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) 码. 图 9 为部分乘积 LDPC 码的码字阵列示意图. 令 $C_f[nn_1, k_f n_1]$ 表示码长为 nn_1 , 信息维度为 $k_f n_1$ 的便车码, 其生成矩阵用 G_f 表示. 令 \mathbf{u} 是大小为 $n_1 k$ 的待传输信源阵列, 其每一行用 $\mathbf{u}^{(i)} (0 \leq i \leq n_1 - 1)$ 来表示, 每一列用 $\mathbf{u}_j (0 \leq j \leq k - 1)$ 来表示. 编码过程为, 首先对于信源阵列的每一行均采用 LDPC 码 $C[n, k]$ 的编码算法, 得到 n_1 个 LDPC 码码字 $\mathbf{v} = (\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(n_1-1)})$. 区别于传统的乘积码构造, 隐式部分乘积 LDPC 码的列编码仅针对 $k_s < n_1$ 列列信息, 由于便车码传输能力限制, 这里 k_s 需满足 $k_s(n_1 - k_1) \leq k_f n_1$. 基于 BCH 码编码算法得到列信息的伴随式或校验信息, 记为 $\mathbf{s} = (\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{k_s-1})$. 为了记号方便, 将列伴随式或校验信息 $\{\mathbf{s}_j, 0 \leq j \leq k_s - 1\}$ 记为

$\mathbf{f} \in \mathbb{F}_2^{k_f n_1}$, 这里可能会补充 $k_f n_1 - k_s(n_1 - k_1)$ 个零 (考虑列编码为伴随式形式). 特别地, \mathbf{f} 作为额外比特, 采用便车码方式嵌入行 LDPC 码码字进行传输. 部分乘积 LDPC 码的编码算法如算法 1 所述.

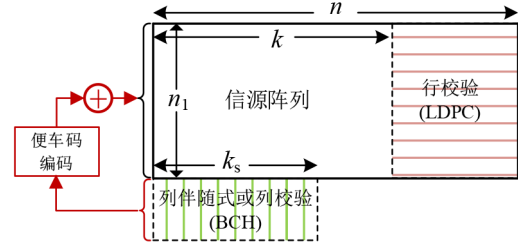


图 9 隐式部分乘积 LDPC 码的码字阵列示意图

算法 1 部分乘积 LDPC 码的编码算法

输入: 大小为 $n_1 k$ 的信息阵列 \mathbf{u} , 按行描述为 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \dots, \mathbf{u}^{(n_1-1)})$, 按列描述为 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{k-1})$
 输出: 长度为 nn_1 的发送码字序列 \mathbf{c}
 行编码: 对信源阵列 \mathbf{u} 的每一行分别执行分组 LDPC 码编码, 从而得到 n_1 组 LDPC 码码字, 记为 $\mathbf{v} = (\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(n_1-1)})$, 其中 $\mathbf{v}^{(i)} \in \mathbb{F}_2^n$
 列编码: 对信源阵列 \mathbf{u} 的前 k_s 列分别进行列编码, 从而得到列伴随式或校验信息, 记为 $\mathbf{f} \in \mathbb{F}_2^{k_f n_1}$
 便车编码: 将 \mathbf{f} 作为额外比特, 采用便车码 $C_f[nn_1, k_f n_1]$ 编码得到便车码码字 $\mathbf{g} \in \mathbb{F}_2^m$, 并将 \mathbf{g} 与 n_1 组 LDPC 码码字 \mathbf{v} 进行二进制域上的对位异或, 即 $\mathbf{c} = \mathbf{v} + \mathbf{g}$, 从而得到发送码字 \mathbf{c}

部分乘积 LDPC 码的译码可以采用类似于乘积码的迭代译码机制, 每一次迭代译码的执行顺序为便车码译码、行译码和列译码. 接收端收到发送码字 \mathbf{c} 的噪声版本 $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^{(0)}, \mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(n_1-1)})$ 后, 首先计算其对应的 LLR, 记为 $\mathbf{A} = (\mathbf{A}^{(0)}, \mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(n_1-1)})$. 之后执行部分乘积 LDPC 码的迭代译码算法 (如算法 2 所述) 从而得到信源阵列的估计 $\hat{\mathbf{u}}$. 在迭代译码中的列译码阶段, 将那些通过列译码的列消息对应的 LLR 硬化 (置为最大或最小值), 并利用此更新的 LLR 信息来提升便车码和行成分的译码性能.

3.1.2 隐式部分乘积 LDPC 码的性能分析

显然, 对于部分乘积 LDPC 码而言, 行成分的译码性能不会好于便车码和列成分码都成功译码的情况, 这启发了部分乘积 LDPC 码的精灵辅助 (Genie Aided, GA) 下界. 即利用精灵辅助假设便车码和代数码都成功执行, 从而得到所设计码的 GA 下界. 更简单直观的是, 可以针对分组 LDPC 码并假设译码器已知一部分比特 (已知比特的数量为双重保护部分的列数) 来进行快速仿真, 从而得到部分乘积 LDPC 码的 GA 下界. 不失一般性, 假设译码器已知前 k_s 个编码比特, 记为 \mathbf{v}_L , 而剩下的 $n - k_s$ 个编码比特是需要译码恢复的, 记为

算法 2 部分乘积 LDPC 码的译码算法

输入: 接受序列 \mathbf{y} 对应的 LLR 序列 \mathbf{A}

输出: 译码估计信息 $\hat{\mathbf{u}}$

循环: 对于 $l=0, 1, \dots, J_{\max}-1$

便车码译码: 将 $\mathbf{A}=(\mathbf{A}^{(0)}, \mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(n_1-1)})$ 输入便车码 $C_f[nm_1, k, m_1]$ 的译码器, 通过译码得到列伴随式(或校验)信息 $\hat{\mathbf{f}}$, 并消去 $\hat{\mathbf{g}}=\hat{\mathbf{f}}\mathbf{G}_f$ 在 \mathbf{A} 上的影响从而得到关于 LDPC 码字 \mathbf{v} 的对数似然比 $\tilde{\mathbf{A}}$, 其中 $\tilde{A}_i=(-1)^{\hat{g}_i} A_i (0 \leq i \leq nm_1-1)$

行译码: 对于未通过校验的行码字, 将 $\tilde{\mathbf{A}}^{(0)}$ 输入 LDPC 译码器并译码得到码字估计 $\hat{\mathbf{v}}^{(0)}$, 如果所有的 $\hat{\mathbf{v}}^{(0)}$ 均满足 LDPC 码的校验, 则中断循环, 输出译码结果

列译码: 基于 $\hat{\mathbf{f}}$ 对双重保护列 $\mathbf{u}_j (0 \leq j \leq k_s-1)$ 执行代数码的硬判决译码(Hard Decision Decoding, HDD)算法, 将 HDD 译码通过的列信息对应的 LLR 信息硬化, 即置为最大或最小值, 得到更新的 LLR 序列并存入 \mathbf{A}

\mathbf{v}_R . 相应地, LDPC 码的校验矩阵 \mathbf{H} 也被分为两部分, 记为 $\mathbf{H}=[\mathbf{H}_L, \mathbf{H}_R]$. 可以通过在约束为 $\mathbf{v}_R \mathbf{H}_R^T = \mathbf{v}_L \mathbf{H}_L^T$ 的坦纳(Tanner)图上执行 BP 译码算法从而恢复 \mathbf{v}_R , 进而得到方案的整体下界. 特别地, (Binary-Input Output-Symmetric, BIOS)信道下, 满足上述约束的译码性与满足 $\mathbf{v}_R \mathbf{H}_R^T = 0$ 约束的译码性能是等价的.

考虑有限域 $\mathbb{F}(2^m)$ 上的本原 BCH 码, 记为 $C_1[n_1, k_1]$, 其纠错能力为 t , 码长 $n_1 = 2^m - 1$, 信息维度为 $k_1 = n_1 - mt$. 特别地, 当伴随式完美已知时, 本章所采用的编码伴随式的编码与原始的编码校验位的编码纠错性能完全一样. 对于既参与了行编码, 又参与了列编码的双重保护部分, 可以计算相应的近似界. 假设输入 BCH 译码器的信息是经过一个翻转概率为 BER_{pf} 的 BSC 信道得到的, 其中 BER_{pf} 为传输额外比特情况下的负载数据的误比特率. 由仿真和分析可知, 当仅传输一定量额外比特时, $\text{WER}_f \ll \text{BER}_p$, 考虑到类似于便车码上下界的性能分析, 因此可以假设 $\text{BER}_{\text{pf}} \geq \text{BER}_p$. 基于此假设, 双重保护部分的 WER 性能的估计为

$$\text{WER} \cong \sum_{i=t+1}^{n_1} \binom{n_1}{i} \text{BER}_p^i (1 - \text{BER}_p)^{n_1-i} \quad (3)$$

其中, 求和变量 i 代表一列中的错误比特数目. 基于文献[92], 可以给出双重保护部分的 BER 性能估计. 列译码发生错误的事件可以分为两类, 一类是误纠, 即译码器输出了错误码字; 一类是译码失败, 即译码器没有纠错, 直接输出了输入译码器的系统位部分. 在两类错误事件下, 均可以得到误比特率的上界为 $\text{BER} \leq \min((i+t)/k_1, 1)$, 这里的求和变量 i 同样代表一列中的错误比特数目. 同样利用 $\text{BER}_{\text{pf}} \geq \text{BER}_p$ 这个假设, 则双重保护部分的 BER 性能的估计为

$$\text{BER} \cong \sum_{i=t+1}^{n_1} \binom{n_1}{i} \text{BER}_p^i (1 - \text{BER}_p)^{n_1-i} \min\left(\frac{i+t}{k_1}, 1\right) \quad (4)$$

3.1.3 隐式部分乘积 LDPC 码的数值结果

例 2: 通过本例来说明行列成分码对性能的影响及双重保护部分的仿真与性能界对比. 首先固定行成分码为例 1 中的非规则 LDPC 码 [1 024, 512], 分别采用参数为 [255, 239]、[1 023, 983] 或 [1 023, 963] 的 BCH 码作为列成分码. 由于不同的 BCH 码对应的列伴随式总长和负载码字个数不同, 其对应的双重保护列数分别为 $k_s = 159, 255$ 或 170. 图 10 展示了不同 BCH 码选择下部分乘积 LDPC 码的 WER 性能, 从图中可以观察到: (1) 所提隐式部分乘积 LDPC 码相对于行 LDPC 码可以获得显著的性能提升, 在 2 dB 处将原始 LDPC 码的码字错误率 (Word Error Rate, WER) 从 10^{-3} 降低至 10^{-6} ; (2) 当采用纠错能力强的 BCH 码作为列成分码时, 所构造的部分乘积 LDPC 码具有较好的瀑布区性能但稍差的平层区性能, 这是因为 BCH 纠错能力强, 意味着每一列对应的伴随式长度更长, 能保护的列数 k_s 就变少, 下界性能就变差, 通过改变 BCH 码的选择可以实现瀑布区和平层区性能的良好折中; (3) 由仿真性能与下界的对比可以看出, 选取不同 BCH 码的部分乘积 LDPC 码的仿真性能在中高信噪比区域均可以贴近所提下界. 图 11(a) 展示了双重保护信息的 WER 仿真性能与估计界对比, 从图中可以看到, 仿真性能贴近所提估计界, 说明了所提估计界的有效性. 此外, 基于估计界, 可以推断出当 SNR 为 2.5 dB 左右时, 双重保护信息的 WER 可以低至 10^{-15} . 图 11(b) 展示了双重保护信息的比特错误率 (Bit Error Rate, BER) 仿真性能与估计界对比, 有类似 WER 的观察.

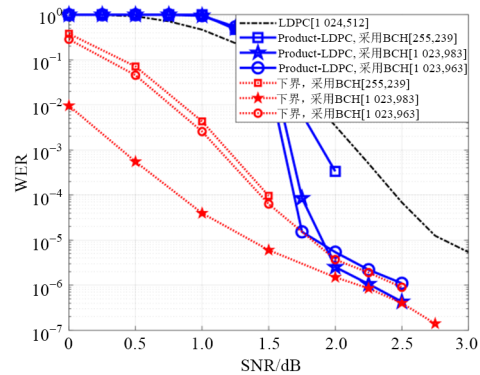
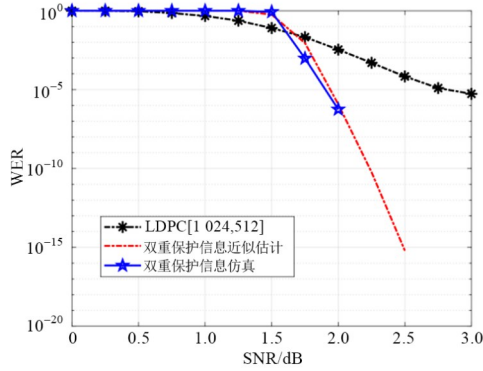


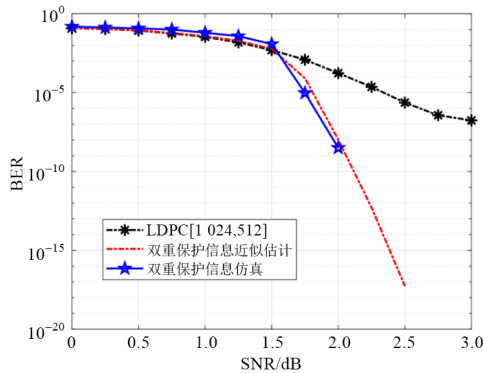
图 10 不同列成分码下隐式部分乘积 LDPC 码性能对比

3.2 隐式 GC-LDPC 码

GC-LDPC 码作为近年提出的一种新型耦合 LDPC 码, 因其优异的性能和译码器可复用的特性, 逐渐吸引了学界的关注与研究. 为描述方便, 这里再次给出 GC-LDPC 码的矩阵描述, 表示为



(a) WER 性能展示



(b) BER 性能展示

图 11 双重保护信息的 WER 和 BER 性能及其近似估计界

$$\begin{bmatrix} H_0 & & & & \\ & H_0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_0 & \\ \hline & & & & H_1 \end{bmatrix}$$

其中, H_0 代表大小为 $(n-k) \times n$ 的局部校验矩阵, 而 H_1 则代表大小为 $(k_f L) \times nL$ 的全局校验矩阵. 传统 GC-LDPC 码的码字 $\mathbf{v} = (\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(L-1)}) \in \mathbb{F}_2^{nL}$ 既要满足局部校验约束, 又要满足全局校验约束, 即对于 $i = 0, 1, \dots, L-1$, $\mathbf{v}^{(i)}$ 需满足 $\mathbf{v}^{(i)} \mathbf{H}_0^T = 0$ 且码字全体需满足 $\mathbf{v} \mathbf{H}_1^T = 0$. 传统的 GC-LDPC 码可以采用两阶段译码来恢复发送消息, 具体为首先采用局部译码, 若局部校验或全局校验未通过, 则启动全局译码. 引入的额外全局约束可以提升译码性能, 但使得码率从 k/n 降低为 $(k-k_f)/n$. 此外, 由于码字需要额外满足全局校验, 因此 GC-LDPC 码的编码无法直接利用局部 LDPC 码的编码器来完成, 为编码过程的具体实现带来的不便.

3.2.1 隐式 GC-LDPC 码的编译码算法

显然, 局部 LDPC 码的码字序列 $\mathbf{v} = (\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(L-1)})$

满足 $\mathbf{v}^{(i)} \mathbf{H}_0^T = 0$, 但通常不满足 $\mathbf{v} \mathbf{H}_1^T = 0$. 但对于 BIOS 信道, 如果接收端已知全局伴随式信息 $\mathbf{f} = \mathbf{v} \mathbf{H}_1^T$, 此时译码结果与传统 GC-LDPC 码是相同的. 基于此事实, 利用便车码可构造隐式 GC-LDPC 码, 其中重要的全局伴随式 \mathbf{f} 作为额外比特, 利用便车码方式嵌入局部 LDPC 码码字进行传输. 假定耦合链长度为 L 且每个局部 LDPC 码的码字 $\mathbf{v}^{(i)}$ 可以传输 k_f 个额外比特, 则全局校验矩阵 \mathbf{H}_1 的总行数可设定为 $k_f L$. 给定待发送信源 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \dots, \mathbf{u}^{(L-1)})$, 所提隐式 GC-LDPC 码的编码算法如图 12 所示, 具体描述参见算法 3.

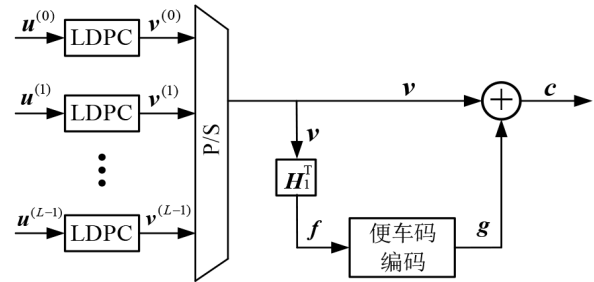


图 12 隐式 GC-LDPC 码的编码示意图

算法 3 隐式 GC-LDPC 码的编码算法

输入: 信息序列 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \dots, \mathbf{u}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{u}^{(i)} \in \mathbb{F}_2^k$

输出: 码字序列 $\mathbf{c} = (\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)}, \dots, \mathbf{c}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{c}^{(i)} \in \mathbb{F}_2^n$

LDPC 编码: 利用分组 LDPC 码编码器根据 $\mathbf{u}^{(i)} (0 \leq i \leq L-1)$ 编码得到 $\mathbf{v}^{(i)} (0 \leq i \leq L-1)$, 其中 $\mathbf{v}^{(i)}$ 满足 $\mathbf{v}^{(i)} \mathbf{H}_0^T = 0$

便车码编码: 计算全局校验信息 $\mathbf{f} = (\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(L-1)}) \mathbf{H}_1^T$ 并将 \mathbf{f} 作为额外比特, 利用便车码 $C_f[nL, k_f L]$ 编码得到便车码码字 $\mathbf{g} \in \mathbb{F}_2^{nL}$

计算发送码字: 将 \mathbf{g} 与 \mathbf{v} 进行二进制域上的对位异或从而得到发送码字 \mathbf{c} , 即 $\mathbf{c} = \mathbf{v} + \mathbf{g}$

所提隐式 GC-LDPC 码的译码可以基于传统 GC-LDPC 码的两阶段译码来设计, 具体的译码算法描述参见算法 4.

算法 4 隐式 GC-LDPC 码的译码算法

输入: 接受序列 $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^{(0)}, \mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(L-1)})$

输出: 译码估计信息 $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{\mathbf{u}}^{(0)}, \hat{\mathbf{u}}^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{u}}^{(L-1)})$

循环: 对于 $t = 0, 1, \dots, L-1$, 在收到接收序列 $\mathbf{y}^{(t)}$ 后, 执行如下两阶段译码:

便车码译码: 将 $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^{(0)}, \mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(L-1)})$ 输入便车码 $C_f[nL, k_f L]$ 的译码器, 通过译码得到全局伴随式 $\hat{\mathbf{f}}$ 并消去 $\hat{\mathbf{g}} = \hat{\mathbf{f}} \mathbf{G}_f$ 在 \mathbf{y} 上的影响, 从而得到关于 LDPC 码字 \mathbf{v} 的接收序列 $\hat{\mathbf{y}}$, 其中 $\hat{y}_j = (-1)^{\hat{f}_j} y_j (0 \leq j \leq nL-1)$

传统 GC-LDPC 译码: 以 $\hat{\mathbf{y}}$ 为输入信息, 首先执行分组 LDPC 码译码; 若 L 个 LDPC 码字均译码成功, 即所有的局部校验均通过, 停止译码并输出对应的信源消息估计 $\hat{\mathbf{u}}$; 否则, 执行约束为 $\mathbf{v}^{(i)} \mathbf{H}_0^T = 0$ 和 $\mathbf{v} \mathbf{H}_1^T = \hat{\mathbf{f}}$ 的全局译码, 具体译码过程通过基于局部校验约束和全局校验约束的软入软出译码器来完成, 最终得到信源消息的估计 $\hat{\mathbf{u}}$

算法 5 码率无损 SC-LDPC 码的编码算法

输入:信息序列 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \dots, \mathbf{u}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{u}^{(i)} \in \mathbb{F}_2^k$

输出:码字序列 $\mathbf{c} = (\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)}, \dots, \mathbf{c}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{c}^{(i)} \in \mathbb{F}_2^n$

SC-LDPC 编码: 设定 $\mathbf{v}^{(-1)} = \mathbf{0} \in \mathbb{F}_2^n$, 按递归方式计算得到 $(\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{v}^{(i)} = (\mathbf{u}^{(i)}, \mathbf{p}^{(i)})$ 且 $\mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{u}^{(i)} \mathbf{P}^T + \mathbf{v}^{(i-1)} \mathbf{H}_1^T$, 特别地, $(\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(L-1)}) \mathbf{H}^T = (\mathbf{0}, \mathbf{f})$

便车码编码: 将 \mathbf{f} 作为额外比特并采用便车码编码得到 $\mathbf{s} = \mathbf{f} \tilde{\mathbf{G}}_{\text{RM}}$ 且 $\mathbf{s} = (\mathbf{s}^{(0)}, \mathbf{s}^{(1)}, \dots, \mathbf{s}^{(L-1)})$, 其中 $\tilde{\mathbf{G}}_{\text{RM}}$ 代表基于 RM 码构造的便车码生成矩阵且 $\mathbf{s}^{(i)} \in \mathbb{F}_2^{n-k}$; 利用递归方式计算得到便车码码字序列 $\mathbf{g} = (\mathbf{g}^{(0)}, \mathbf{g}^{(1)}, \dots, \mathbf{g}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{g}^{(0)} = (\mathbf{0}, \mathbf{s}^{(0)}) \in \mathbb{F}_2^n$, $\mathbf{g}^{(i)} = (\mathbf{0}, \mathbf{s}^{(i)} + \mathbf{g}^{(i-1)} \mathbf{H}_1^T) \in \mathbb{F}_2^n$ 对于 $1 \leq i \leq L-1$

计算发送码字: 将 $\mathbf{g}^{(i)}$ 与 $\mathbf{v}^{(i)}$ 进行二进制域上的对位异或得到 i 时刻发送码字, 即 $\mathbf{c}^{(i)} = \mathbf{v}^{(i)} + \mathbf{g}^{(i)}$, 从而得到发送码字 $\mathbf{c} = (\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)}, \dots, \mathbf{c}^{(L-1)})$

算法 6 码率无损 SC-LDPC 码的译码算法

输入: 接受序列 $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^{(0)}, \mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(L-1)})$

输出: 译码估计信息 $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{\mathbf{u}}^{(0)}, \hat{\mathbf{u}}^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{u}}^{(L-1)})$

初始译码: 对于 $i = 0, 1, \dots, d-2$, 首先执行便车码译码获得关于额外比特的估计 $\hat{\mathbf{f}}^{(i)}$ 并消除其对应的码字 $\hat{\mathbf{g}}^{(i)}$ 对于接收序列的影响, 得到关于 $\mathbf{v}^{(i)}$ 的噪声序列 $\tilde{\mathbf{y}}^{(i)}$, 其中 $\tilde{y}_j^{(i)} = (-1)^{\hat{f}_j^{(i)}} y_j^{(i)} (0 \leq j \leq n-1)$

循环: 对于 $t = 0, 1, \dots, L-1-d$, 在收到接收序列 $\mathbf{y}^{(t+d)}$ 后, 执行如下两阶段译码:

便车码译码: 执行便车码译码, 获得关于额外比特的估计 $\hat{\mathbf{f}}^{(t+d)}$ 并消除其对应的码字 $\hat{\mathbf{g}}^{(t+d)}$ 对于接收序列的影响, 得得到关于 $\mathbf{v}^{(t+d)}$ 的噪声序列 $\tilde{\mathbf{y}}^{(t+d)}$, 其中 $\tilde{y}_j^{(t+d)} = (-1)^{\hat{f}_j^{(t+d)}} y_j^{(t+d)} (0 \leq j \leq n-1)$

原始 SC-LDPC 窗口译码: 以 $\tilde{\mathbf{y}}^{(t)}, \tilde{\mathbf{y}}^{(t+1)}, \dots, \tilde{\mathbf{y}}^{(t+d)}$ 为输入, 在窗口内执行 BP 译码, 获得关于子信息序列的估计 $\hat{\mathbf{u}}^{(t)}$

3.3.2 码率无损 SC-LDPC 码的数值结果

例 3: 通过本例来对比所提 SC-LDPC 码与传统结尾 SC-LDPC 码的性能. 考虑文献[56]中的 (3,6)-规则 SC-LDPC 码作为负载码构造码率无损 SC-LDPC 码, 此处 SC-LDPC 码的基矩阵 $\mathbf{B}_0 = [2, 1]$, $\mathbf{B}_1 = [1, 2]$, 耦合链长 $L = 128$, 扩展提升因子 $M = 512$, 译码窗口 $d = 6$. 部分伴随式长度 (即额外比特长度) 为 $k_f L = n - k = 512$, 因此每个子码字需要携带 $k_f = 4$ 个额外比特. 所提 SC-LDPC 码的码率 $r = 0.5$, 相比与所对应的成分 LDPC 码无任何码率损失. 作为对比基准, 传统的结尾 SC-LDPC 码需要 $\tau = 2$ 个子编码块用以结尾, 则其码率降低为 $r = 0.4922^{[105]}$. 所提 SC-LDPC 码仿真性能、精灵辅助下界 (接收端完美已知部分伴随式信息) 和传统结尾 SC-LDPC 码的性能对比如图 14 所示, 从图中可以观察到: (1) 采用便车码方式传输的部分伴随式相对于 SC-LDPC 码具有超高可靠性能, 这点保证了所提 SC-LDPC 码的性能可以贴近对应的精灵辅助下界; (2) 在相同的构造参数下, 由于避免了码率损失, 所提 SC-LDPC 码的性能会优于传统

结尾 SC-LDPC 码, 体现了所提构造的优势.

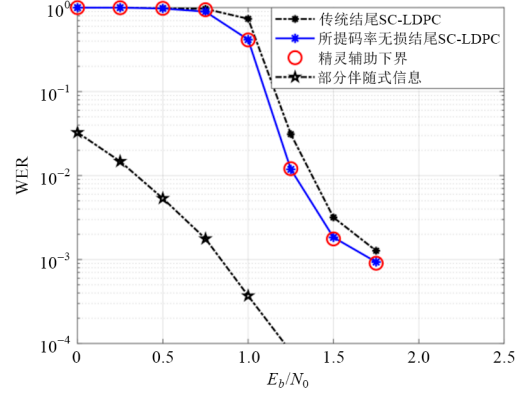


图 14 所提码率无损 SC-LDPC 码与传统结尾 SC-LDPC 码的性能对比

3.4 BMST-LDPC 码

经典 SC-LDPC 码的大多数构造聚焦于如何基于分组 LDPC 码校验矩阵设计卷积形式的校验矩阵从而提升性能, 但 SC-LDPC 码的编译码器实现通常与其对应的分组 LDPC 码关系不大, 即 SC-LDPC 码的设计并不能直接满足低成本的向下兼容向上提升需求. 因此可以考虑另一种耦合类技术—分组马尔科夫叠加传输 (Block Markov Superposition Transmission, BMST) 类耦合. BMST^[122-125] 是近年来提出的一种耦合技术, 其收发端设计: 在发送端将此前时刻的基本码码字交织后叠加到当前时刻的基本码码字上, 得到叠加的发送码字版本; 在接收端同样可以利用滑窗译码机制从而恢复发送数据. BMST 具有灵活普适, 构造简单, 且有准确的性能预测下界的优点. 更为重要的是, BMST 类耦合码的编译码实现与基本码紧密相关, 其可以通过在基本码基础上添加部分模块简单实现, 具有较低的实现复杂度.

传统的 BMST 码所采用的基本码往往是较弱的, 包括基于卷积码 (Convolutional Code, CC) 构造的 BMST-CC 码^[122]、基于重复码 (Repetition Code, RC) 构造的 BMST-RC 码^[123]、基于单校验码 (Single-Parity-Check Codes, SPC) 码和 RC 构造的 BMST-RSPC 码^[124] 等. 当基本码较弱时, BMST 码要取得较好的性能往往需要较大的记忆长度, 这也意味着较大的译码时延. 同时, 较大的记忆长度也意味着更复杂的编译码设计实现. 针对上述不足, 采用 LDPC 码作为基本码可构造 BMST-LDPC 码^[126-128]. 由于 LDPC 码本身就具有较好的译码性能, 可将 BMST-LDPC 码的记忆长度固定为 $m = 1$. BMST-LDPC 码不仅具有传统 BMST 码的优点, 同时, BMST-LDPC 码在记忆长度仅为 $m = 1$ 的情况下仍具有较好的性能, 这意味着潜在的低复杂和低时延特性.

3.4.1 BMST-LDPC 码的编译码算法

考虑基本码为 LDPC 码 B 重卡氏积 $C[Bn, Bk]$. 给定发送信源序列为 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \dots, \mathbf{u}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{u}^{(t)} = (\mathbf{u}_0^{(t)}, \mathbf{u}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{u}_{B-1}^{(t)}) \in \mathbb{F}_2^{Bk}$ 而 $\mathbf{u}_i^{(t)} \in \mathbb{F}_2^k$. 编码记忆为 $m=1$ 的 BMST 码的编码算法如算法 7 所述, 同时参见图 15.

算法 7 BMST-LDPC 码的编码算法

输入: 信息序列 $\mathbf{u} = (\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \dots, \mathbf{u}^{(L-1)})$, 其中 $\mathbf{u}^{(t)} \in \mathbb{F}_2^{Bk}$

输出: 码字序列 $\mathbf{c} = (\mathbf{c}^{(0)}, \mathbf{c}^{(1)}, \dots, \mathbf{c}^{(L)})$, 其中 $\mathbf{c}^{(t)} \in \mathbb{F}_2^{Bn}$

初始化: 设定 $\mathbf{v}^{(-1)} = \mathbf{0}$

循环: 对于 $t=0, 1, \dots, L-1$

采用 LDPC 码 $C[Bn, Bk]$ 的编码器将 $\mathbf{u}^{(t)}$ 编码为 B 个 LDPC 码码字, 其中 $\mathbf{v}^{(t)} \in \mathbb{F}_2^{Bn}$

将寄存器中的前一时刻码字进行交织操作, 得到 $\mathbf{w}^{(t)} = \mathbf{v}^{(t-1)}\Pi$

将 $\mathbf{w}^{(t)}$ 与 $\mathbf{v}^{(t)}$ 进行对位异或或叠加, 得到 t 时刻发送码字 $\mathbf{c}^{(t)}$, 即 $\mathbf{c}^{(t)} = \mathbf{w}^{(t)} + \mathbf{v}^{(t)}$

结尾: 计算 $\mathbf{c}^{(L)} = \mathbf{v}^{(L)}\Pi$ 作为结尾发送码字, 完成结尾操作

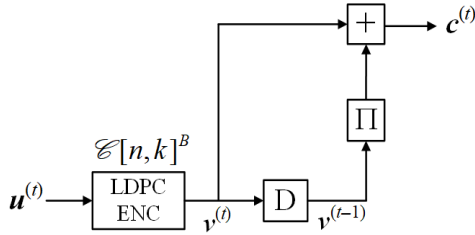


图 15 记为长度 $m=1$ 的 BMST-LDPC 码编码示意图

类似于传统 BMST 码, BMST-LDPC 可以采用低时延低复杂的滑窗译码算法恢复发送数据, 在收到 $(\mathbf{y}^{(t)}, \mathbf{y}^{(t+1)}, \dots, \mathbf{c}^{(t+d-1)})$ 后, 恢复发送数据 $\hat{\mathbf{u}}^{(t)}$. 此时, 译码时延定义为 dnB 比特. BMST 码的译码正规图如图 16 所示, 其中一个译码层包含一个 \oplus 节点、一个 Π 节点、一个 \ominus 节点和一个 \square LDPC 节点. 每类节点的约束及其消息处理规则描述如下:

\oplus 节点: 代表校验约束, 即所有连接的边在 \mathbb{F}_2 上相加和为 0. 节点 \oplus 的消息传递规则与 LDPC 码中的校验节点类似, 唯一的区别是 \oplus 所连半边的信息来自于信道.

Π 节点: 代表交织器 Π , 完成消息的交织或解交织过程.

\ominus 节点: 代表重复码约束, 即所有连接的边都相等. 节点 \ominus 的消息传递规则与 \square LDPC 码中的变量节点相同.

\square LDPC 节点: 代表 LDPC 码编码约束. 节点 LDPC 的消息传递可由 LDPC 码的软入软出 (Soft-Input Soft-Output, SISO) 译码器来实现.

BMST-LDPC 码的译码算法如算法 8 所述, 同时参

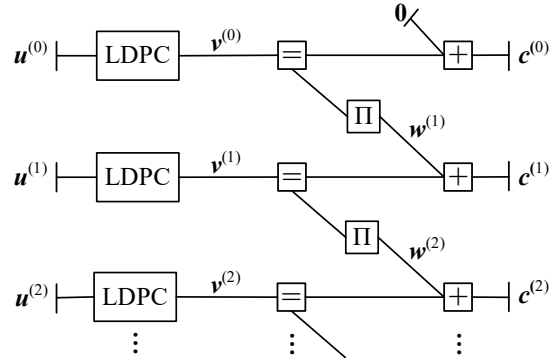


图 16 记为长度 $m=1$ 的 BMST-LDPC 码译码正规图

见图 16.

算法 8 BMST-LDPC 码的滑窗迭代译码算法

输入: 接受序列 $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^{(0)}, \mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(L)})$

输入: 译码估计信息 $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{\mathbf{u}}^{(0)}, \hat{\mathbf{u}}^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{u}}^{(L-1)})$

全局初始化: 设置全局迭代次数 $J_{\max} > 0$. 对于 $0 \leq t \leq d-2$, 根据接收向量 $\mathbf{y}^{(t)}$ 计算 $\mathbf{c}^{(t)}$ 对应的 LLR 序列并将其初始化到对应的第 t 层+所连半边. 正规图上第 0 层到第 $d-2$ 层的其他边对应的消息均初始化为 LLR=0

滑窗译码: 对于 $t=0, 1, \dots, L-1$

局部初始化: 如果 $t+d-1 \leq L$, 根据接收向量 $\mathbf{y}^{(t+d-1)}$ 计算 $\mathbf{c}^{(t+d-1)}$ 对应的 LLR 序列并将其初始化到对应的第 $t+d-1$ 层+所连半边, 正规图上第 $t+d-1$ 层的其他边对应的消息均初始化为 LLR=0

迭代: 对于 $j=1, 2, \dots, J_{\max}$

前向递归: 对于 $i=0, 1, \dots, \min(d-1, L-t-1)$, 在正规图上第 $t+i$ 层按如下顺序执行消息传递更新

$\oplus \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \Pi$

后向递归: 对于 $i=\min(d-1, L-t-1), \dots, 1, 0$, 在正规图上第 $t+i$ 层按如下顺序执行消息传递更新

$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \Pi$

判决: 对 LDPC 码码字进行判决, 得到 $\hat{\mathbf{v}}^{(t)}$. 如果 $\hat{\mathbf{v}}^{(t)}$ 满足校验, 跳出循环. 此外, 上述循环过程中 LDPC 节点同样使用校验终止

干扰消除: 消除第 t 层消息 $\hat{\mathbf{v}}^{(t)}$ 在正规图上的影响并输出 $\hat{\mathbf{v}}^{(t)}$ 对应的译码结果 $\hat{\mathbf{u}}^{(t)}$

3.4.2 BMST-LDPC 码的性能分析

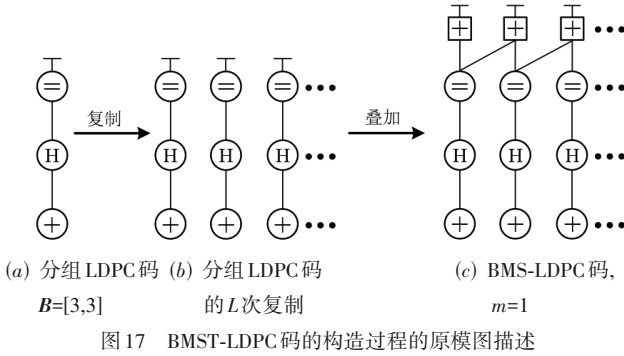
传统 EXIT 图分析主要探究 LDPC 码极限情况下的阈值性能^[129], 此时错误率要求为趋近于 0. 然而, 流式通信网络的现实要求是在实际码参数下达到明确的误码率需求, 因而传统 EXIT 图分析方法不适用于实际通信网络耦合 LDPC 码分析. 为此, 学者们提出了给定错误率要求下的耦合 LDPC 码瀑布区译码阈值分析. 可将互信息与错误率之间建立计算关系, 考虑如下:

$$\text{BER}_{\text{EXIT}} = Q\left(J^{-1}(1 - I_E)\right), \quad (7)$$

其中,

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (8)$$

基于互信息与 BER 之间的计算关系,可设计定制化的原模图 EXIT 图分析算法,获得给定目标 BER 要求下的译码阈值,从而分析 BMST-LDPC 码的瀑布区性能. 在给出 EXIT 图分析算法前,首先给出 BMST-LDPC 码构造过程的原模图描述,如图 17 所示.



BMST-LDPC 码的 EXIT 图分析算法可以基于图 17(c) 进行描述,其中 \oplus 节点的互信息更新准则与文献[125] 相同,而其余节点的互信息更新准则与分组 LDPC 码的更新准则类似,唯一的区别是 \ominus 多了一些额外的连边. BSMT-LDPC 码的滑窗 EXIT 分析算法描述如算法 9 所示,参见图 17(c). 通过二分法查找到最小的可以译码成功的 E_b/N_0 即为瀑布区阈值.

算法 9 BMST-LDPC 码的滑窗 EXIT 图分析算法

输入: E_b 和目标 BER

输出: 所有信息层的译码状态,成功或失败

全局初始化: 设置全局迭代次数 $J_{max} > 0$. 计算 $I_{ch} = J(\sigma_{ch}) =$

$$J\left(\sqrt{8R_{\text{BMST-LDPC}} \frac{E_b}{N_0}}\right) \text{ 并将所有 } \oplus \text{ 所连半边初始化为 } I_{ch}, \text{ 正规图上其他}$$

他边对应的消息均初始化为 0

滑窗译码: 对于每个译码窗口,对于 $j=0,1,\dots,J_{max}$,在包含 d 层的窗内逐层执行消息传递更新,顺序为

$$\oplus \rightarrow \ominus \rightarrow \textcircled{\oplus} \rightarrow \oplus \rightarrow \textcircled{\ominus} \rightarrow \ominus \rightarrow \oplus$$

收敛检测: 在 \ominus 节点执行收敛检测从而确定译码状态. 如果局部译码成功,则滑动窗口位置到下一个窗口. 否则,宣布译码失败并停止窗口译码. 如果所有信息层均译码成功,则宣布译码成功

将目标 BER 设定为可仿真验证的 BER 区域,例如 $\text{BER} = 10^{-4}$,考虑不同的分组 LDPC 码作为成分码,对比仿真和 EXIT 图分析结果. 数值结果如图 18 所示,由图中可以看出:(1)采用 (2,4)-规则 LDPC 码作为成分码时,对应的 BMST-LDPC 码具有更好的瀑布区性能;(2)在给定 BER 要求下,随着基本码码长不断增大,实际仿真获得的译码阈值可以接近 EXIT 图分析方法得到的译码阈值,说明了分析方法的有效性.

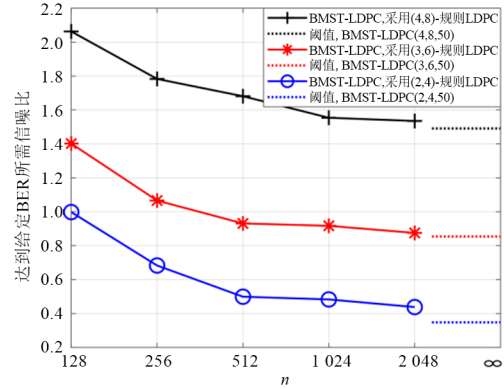


图 18 给定 BER 要求下的仿真阈值和 EXIT 图分析阈值

对于 BMST-LDPC 码译码,可以假定译码器已知除码字 $c^{(t)}$ 外其他时刻的码字,即译码器已知 $(c^{(0)}, \dots, c^{(t-1)}, c^{(t+1)}, \dots)$,此时相当于码字 $c^{(t)}$ 重复传输了 $m+1=2$ 次,在 $L \rightarrow \infty$ 时可以通过简单左移分组 LDPC 码性能曲线 $10 \log_{10} 2 \approx 3$ dB 得到 BMST-LDPC 码的性能下界. 当耦合链长 L 有限时,有

$$f_{\text{BMST-LDPC}}(\gamma_b) = f_{\text{LDPC}}(10 \log_{10}(2) - 10 \log_{10}\left(1 + \frac{1}{L}\right) + \gamma_b) \quad (9)$$

其中, $10 \log_{10}(1 + 1/L)$ 是由于码率损失而引起的. 由上式可以得到,通过左移成分 LDPC 码曲线 $10 \log_{10}(2) - 10 \log_{10}(1 + 1/L)$ dB 从而得到 BMST-LDPC 码的下界.

考虑采用不同码长的 (2,4)-规则 LDPC 码作为成分码,对比原始分组 LDPC 码、所构造的 BMST-LDPC 码和下界,其中 BMST-LDPC 码方案所采用的译码窗口大小为 $d=4$. 数值结果如图 19 所示,从图中可以看出:(1) BMST-LDPC 码相对于分组 LDPC 码可以获得显著的性能提升;(2)增大基本码码长可以提高所对应 BMST-LDPC 码的平层区性能;(3)在中高信噪比区域,方案的仿真性能可以贴近所提出的 GA 下界,说明了 GA 下界的有效性.

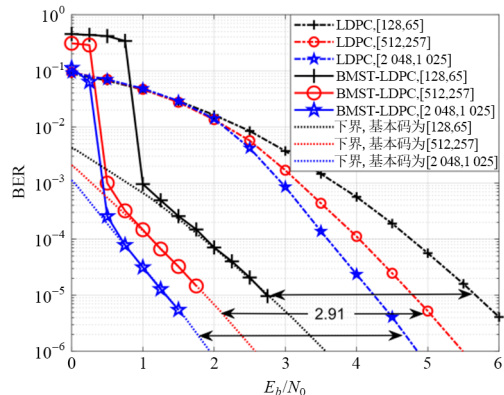


图 19 BMST-LDPC 码的仿真性能和 GA 下界

3.4.3 BMST-LDPC 码的译码复杂度分析

对于 BMST-LDPC 码,考虑其译码窗口大小为 d ,记忆长度为 m . 在本文中,仅考虑 $m=1$ 的配置来尽可能降低译码时延和译码复杂度. 令 $\text{Opt}(\mathcal{A})$ 来表示译码时节点 \mathcal{A} 的操作次数. BMST-LDPC 码的每一层有 nB 个 \square 节点, nB 个 \oplus 节点以及 B 个 LDPC 基本码节点 \square . 每个 \square 节点、 \oplus 节点以及 \square 节点的译码操作次数(计算复杂度)可以分别表示为 $\text{Opt}(\square) = \mathcal{O}(m+2)$, $\text{Opt}(\oplus) = \mathcal{O}(m+1)$ 和 $\text{Opt}(\square)$, 其中 \square 节点和 \oplus 节点的操作次数取决于其所要更新的边数. 每一层一次更新对应的计算操作次数可以表示为

$$nB \cdot \text{Opt}(\square) + nB \cdot \text{Opt}(\oplus) + B \text{Opt}(\square) \quad (10)$$

由于 BMST 系统仅考虑 $m=1$ 的配置,而 $\text{Opt}(\square)$ 内部需进行 I_{\max} 次迭代(不考虑提前终止),且每次迭代所针对的 Tanner 图的度也都是较大的,例如,对于 5G LDPC 码,基于基图 2(Base Graph 2, BG2)构造的 0.5 码率 LDPC 码所对应的典型行重为 4、5、6、8 和 10. 因此,包含 n 个变量节点和 $n-k$ 个校验节点的 LDPC 节点运算数 $\text{Opt}(\square)$ 会远大于 $n \cdot \text{Opt}(\square)$ 和 $n \cdot \text{Opt}(\oplus)$, 则每一层更新的过程中 $\text{Opt}(\square)$ 占操作数的主导部分. 最终,对于 BMST-LDPC 系统可以使用译码 k 个信息比特所需的 LDPC 总迭代次数作为复杂度的衡量,并与标准 5G LDPC 码对比. 不考虑提前终止时,译码 k 个信息比特需要执行的 LDPC 总迭代次数为

$$2dJ_{\max}I_{\max} \quad (11)$$

由于所采用的译码窗口 d 等参数都较小,加之有效的提前终止策略,因此, BMST-LDPC 系统相对于 5G LDPC 码所需的平均迭代次数不会增加太多,尤其是中高信噪比区域. 后续仿真结果显示(图 21),在中高信噪比区域, BMST-LDPC 码与 5G LDPC 码译码 k 个信息比特所需的平均迭代次数基本相当,这可以说明在中高信噪比区域, BMST-LDPC 码与 5G LDPC 码的译码复杂度相当.

3.4.4 BMST-LDPC 码的数值结果

例 4: 通过本例来展示所提 BMST-LDPC 码与传统 LDPC 码的性能对比. 以参数为 $[1\ 024, 513]$ 的 (2,4)-规则 LDPC 码或 5G 标准中的 LDPC 码作为成分码,并设定耦合链长 $L=50$, 译码窗口 $d=2$. 图 20 展示了规则 LDPC 码作为成分码时的数值结果,从图中可以观察到:(1)所提 BMST-LDPC 码相对于分组 LDPC 可以获得显著的性能提升;(2)基于 (2,4)-规则 LDPC 码构造的 BMST-LDPC 码可以贴近 EXIT 图分析得到的阈值,并具有逼近容量限的性能. 图 21 则展示了 5G LDPC 码作为成分码时的数值结果,这里 BMST-LDPC 码的外部迭代次数为 $J_{\max}=5$, 内部迭代次数为 $I_{\max}=50$, 而原始 5G LDPC 码的最大迭代次数则为 50. 从图 21(a)中可以观

察到:(1)所构造的 BMST-LDPC 码相对于其对应的 5G LDPC 码可以获得显著的性能提升;(2)成分码码长越长,所构造的 BMST-LDPC 码性能越好. 从图 21(b)中可以观察到:在低信噪比区域, BMST-LDPC 码的平均迭代次数更多,而在更为关注的高信噪比(对应低误帧率(Frame Error Rate, FER)区域), BMST-LDPC 码的平均迭代次数与对应的分组 LDPC 码相当,这是由于采用了合适的校验终止准则.

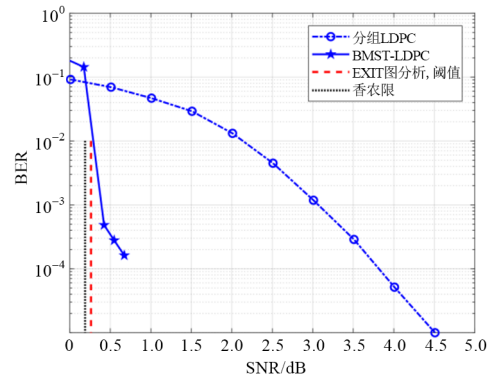
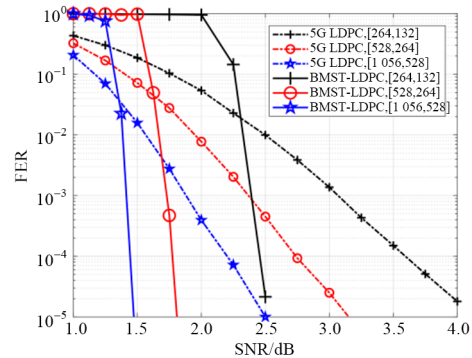
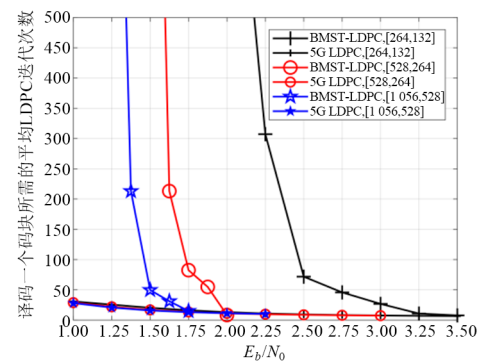


图 20 (2,4)-规则 LDPC 码作为成分码时 BMST-LDPC 码和与其对应的分组 LDPC 码性能对比



(a) 译码性能对比



(b) 平均迭代次数对比

图 21 5G-LDPC 码作为成分码时 BMST-LDPC 码和对应的 5G LDPC 码性能对比

4 总结与展望

本文回顾了分组 LDPC 码的编码、译码和性能分析技术. 之后综述了现有的经典耦合 LDPC 码技术, 包括乘积类耦合、部分信息重编码类耦合、空间耦合和全局校验耦合等, 并进一步介绍了与分组 LDPC 码相比无码率损失的隐式部分乘积 LDPC 码、新型结尾 SC-LDPC 码和隐式 GC-LDPC 码, 并介绍了基于 BMST 技术的可逼近容量限的 BMST-LDPC 码. 未来关于耦合 LDPC 码可能的研究点包括: (1) 编码构造, 包括现有耦合技术提升优化、多种耦合技术联合设计优化和新型耦合技术探索发现等; (2) 译码设计: 包括错误传播抑制消除、现有消息传递译码算法优化设计和列表译码与消息传递算法的联合设计; (3) 性能分析: 实际码参数下的瀑布区性能分析、极低错误率下的平层区性能分析和性能上下界. 耦合 LDPC 因其天然的低时延递归编码和滑窗译码机制, 因此非常适宜广泛存在的流式通信场景, 加之其优异的性能特性, 使得耦合 LDPC 码成为 6G 或下一代光纤通信重要的备选技术. 面向下一代通信网络的设计, 需要新型耦合 LDPC 编码方案, 从而满足不断提升的传输需求和用户体验需求.

参考文献

- [1] 工业和信息化部. “十四五”信息通信行业发展规划[R]. 2021.
- [2] CISCO V N I. Cisco visual networking index: Forecast and methodology, 2016-2021[P]. San Francisco: CISCO White Paper, 2017.
- [3] YOU X H, WANG C X, HUANG J, et al. Towards 6G wireless communication networks: Vision, enabling technologies, and new paradigm shifts[J]. Science China Information Sciences, 2020, 64(1): 110301.
- [4] 3GPP. TS 22.261: Service Requirements for the 5G System (Release 17)[R]. 2022.
- [5] ALIYU A, ABDULLAH A H, KAIWARTYA O, et al. Towards video streaming in IoT environments: Vehicular communication perspective[J]. Computer Communications, 2018, 118: 93-119.
- [6] COHEN A, THIRAN G, BRACHA V B, et al. Adaptive causal network coding with feedback for multipath multi-hop communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(2): 766-785.
- [7] JIANG X T, YU F R, SONG T, et al. A survey on multi-access edge computing applied to video streaming: Some research issues and challenges[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2021, 23(2): 871-903.
- [8] ESSIAMBRE R J, KRAMER G, WINZER P J, et al. Capacity limits of optical fiber networks[J]. Journal of Lightwave Technology, 2010, 28(4): 662-701.
- [9] 崔秀国, 刘翔, 操时宜, 等. 光纤通信系统技术的发展、挑战与机遇[J]. 电信科学, 2016, 32(5): 34-43.
- [10] CUI X G, LIU X, CAO S Y, et al. Development, challenge and opportunity of optical fiber communication system technologies[J]. Telecommunications Science, 2016, 32(5): 34-43. (in Chinese)
- [11] 余少华, 何炜. 光纤通信技术发展综述[J]. 中国科学: 信息科学, 2020, 50(9): 1361-1376.
- [12] YU S H, HE W. Latest survey on optical fiber communication[J]. Scientia Sinica (Informationis), 2020, 50(9): 1361-1376. (in Chinese)
- [13] 5G Technology: 3GPP New Radio[M]. John Wiley & Sons, 2020.
- [14] GHOSH A, MAEDER A, BAKER M, et al. 5G evolution: A view on 5G cellular technology beyond 3GPP release 15[J]. IEEE Access, 2020, 7: 127639-127651.
- [15] 许辰人, 马翔天, 徐昊天, 等. 5G 抗干扰技术综述[J]. 电子学报, 2023, 51(3): 765-778.
- [16] XU C R, MA X T, XU H T, et al. A survey of 5G anti-interference technology[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(3): 765-778. (in Chinese)
- [17] 孙健, 张文胜, 王承祥. 5G 高频段信道测量与建模进展[J]. 电子学报, 2017, 45(5): 1249-1260.
- [18] SUN J, ZHANG W S, WANG C X. Developments on channel measurement and models in 5G high frequency band[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(5): 1249-1260. (in Chinese)
- [19] GALLAGER R. Low-density Parity-check Codes[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1963.
- [20] MACKAY D J C, NEAL R M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes[J]. Electronics Letters, 1996, 32(18): 1645.
- [21] RICHARDSON T, URBANKE R. Efficient encoding of low-density parity-check codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 638-656.
- [22] 王鹏, 王新梅. LDPC 码的快速编码研究[J]. 西安电子科技大学学报, 2004, 31(6): 934-938.
- [23] WANG P, WANG X M. Study of efficient encoding of LDPC codes[J]. Journal of Xidian University, 2004, 31(6): 934-938, 947. (in Chinese)
- [24] 彭立, 朱光喜. 基于 Q-矩阵的 LDPC 码编码器设计[J]. 电子学报, 2005, 33(10): 1734-1740.
- [25] PENG L, ZHU G X. An exploit of designing encoder for LDPC codes based on Q-matrix[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(10): 1734-1740. (in Chinese)
- [26] WILLIAM E R, SHU L. 信道编码: 经典与现代[M]. 白宝明, 马啸, 译. 北京: 电子工业出版社, 2017.

- [21] CHEN J H, FOSSORIER M. Near optimum universal belief propagation based decoding of low-density parity check codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(3): 406-414.
- [22] 王彪, 慕建君, 焦晓鹏, 等. 基于改进罚函数的 LDPC 码分层调度 ADMM 惩罚译码[J]. *电子学报*, 2020, 48(4): 827-832. WANG B, MU J J, JIAO X P, et al. ADMM penalized decoding with layered scheduling for LDPC codes based on improved penalty function[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2020, 48(4): 827-832. (in Chinese)
- [23] 陈海强, 罗灵山, 孙友明, 等. 基于大数逻辑可译 LDPC 码的译码算法研究[J]. *电子学报*, 2015, 43(6): 1169-1173. CHEN H Q, LUO L S, SUN Y M, et al. Decoding algorithms for majority-logic decodable LDPC codes[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(6): 1169-1173. (in Chinese)
- [24] 姜小波, 聂正华. 用于 CMMB 的低运算复杂度 LDPC 解码算法[J]. *电子学报*, 2010, 38(7): 1612-1615. JIANG X B, NIE Z H. Low computational complexity algorithms of LDPC decoder for CMMB[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(7): 1612-1615. (in Chinese)
- [25] 孙韶辉, 孙蓉, 王新梅. 低密度校验码 BP 译码算法中量化问题的研究[J]. *电子学报*, 2003, 31(2): 217-220. SUN S H, SUN R, WANG X M. Some quantization issues for decoding of low-density parity check codes with BP algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(2): 217-220. (in Chinese)
- [26] HU X-Y, ELEFThERIOU E, ARNOLD D. Regular and irregular progressive edge-growth Tanner graphs[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(1): 386-398.
- [27] RICHARDSON T, KUDEKAR S. Design of low-density parity check codes for 5G new radio[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2018, 56(3): 28-34.
- [28] 张轶, 达新宇, 苏一栋. 任意列重大围长 QC-LDPC 码的确定性构造[J]. *电子学报*, 2016, 44(8): 1814-1819. ZHANG Y, DA X Y, SU Y D. Deterministic construction of QC-LDPC codes for any column weight with a large girth[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(8): 1814-1819. (in Chinese)
- [29] 张国华, 王新梅. 围长至少为 8 的 QC-LDPC 码的新构造: 一种显式框架[J]. *电子学报*, 2012, 40(2): 331-337. ZHANG G H, WANG X M. Novel constructions of QC-LDPC codes with girth at least eight: An explicit framework[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(2): 331-337. (in Chinese)
- [30] RICHARDSON T, URBANKE R. The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(2): 599-618.
- [31] ARDAKANI M, KSCHISCHANG F R. A more accurate one-dimensional analysis and design of irregular LDPC codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2004, 52(12): 2106-2114.
- [32] 朱琦, 叶芳, 刘钧雷, 等. LDPC 码在 802.16a OFDM 系统衰落信道中的性能分析[J]. *电子学报*, 2005, 33(4): 624-628. ZHU Q, YE F, LIU J L, et al. Performance analysis of LDPC codes for IEEE 802.16a OFDM system in multipath fading channel[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(4): 624-628. (in Chinese)
- [33] 王秀妮, 马啸, 白宝明. 多层叠加 LDPC 码编码调制技术[J]. *电子学报*, 2009, 37(7): 1536-1541. WANG X N, MA X, BAI B M. Multilevel coded modulation based on superimposed LDPC codes[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(7): 1536-1541. (in Chinese)
- [34] 吴永胜, 杨爱英, 孙雨南. 基于 PPM 调制的低密度矩阵编码与译码[J]. *电子学报*, 2012, 40(10): 1976-1979. WU Y S, YANG A Y, SUN Y N. A low density matrix coding and decoding method based on PPM modulation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(10): 1976-1979. (in Chinese)
- [35] 3GPP. ETSI TS 138 212 V16.2.0: Multiplexing and channel coding (Release 16)[S]. 2020.
- [36] SU P W, HUANG Y C, LIN S C, et al. Random linear streaming codes in the finite memory length and decoding deadline regime—Part I: Exact analysis[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2022, 68(10): 6356-6387.
- [37] IYENGAR J R, AMER P D, STEWART R. Receive buffer blocking in concurrent multipath transfer[C]//*IEEE Global Telecommunications Conference*. Piscataway: IEEE, 2005: 1577365.
- [38] LIU J, ZOU H, DOU J, et al. Reducing receive buffer blocking in concurrent multipath transfer[C]//*IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications*. Piscataway: IEEE, 2008: 367-371.
- [39] LIU J, ZOU H, DOU J, et al. Rethinking retransmission policy in concurrent multipath transfer[C]//*International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing*. Piscataway: IEEE, 2008: 1005-1008.
- [40] SARWAR G, BORELI R, LOCHIN E, et al. Mitigating receiver's buffer blocking by delay aware packet scheduling in multipath data transfer[C]//*International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops*. Piscataway: IEEE, 2013: 1119-1124.
- [41] TSE D, VISWANATH P. Fundamentals of Wireless

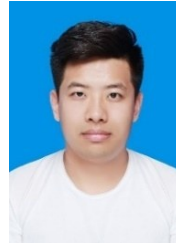
- Communication[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [42] SERROR M, DOMBROWSKI C, WEHRLE K, et al. Channel coding versus cooperative ARQ: Reducing outage probability in ultra-low latency wireless communications[C]//IEEE Globecom Workshops. Piscataway: IEEE, 2015: 1-6.
- [43] ZHOU S, CHEN T, CHEN W, et al. Outage minimization for a fading wireless link with energy harvesting transmitter and receiver[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2015, 33(3): 496-511.
- [44] HASSAN N UL, LENTMAIER M, FETTWEIS G P. Comparison of LDPC block and LDPC convolutional codes based on their decoding latency[C]//IEEE International Symposium on Turbo Codes and Iterative Information Processing. Piscataway: IEEE, 2012: 225-229.
- [45] IYENGAR A R, PAPALEO M, SIEGEL P H, et al. Windowed decoding of protograph-based LDPC convolutional codes over erasure channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(4): 2303-2320.
- [46] COSTELLO D J, DOLECEK L, FUJA T E, et al. Spatially coupled sparse codes on graphs: Theory and practice[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(7): 168-176.
- [47] LIU B, LI Y Q, RONG B, et al. LDPC-RS product codes for digital terrestrial broadcasting transmission system[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2014, 60(1): 38-49.
- [48] BARAKATAIN M, KSCHISCHANG F R. Low-complexity concatenated LDPC-staircase codes[J]. Journal of Lightwave Technology, 2018, 36(12): 2443-2449.
- [49] TAVARES M B S, LENTMAIER M, ZIGANGIROV K S, et al. LDPC convolutional codes based on braided convolutional codes[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2008: 1035-1039.
- [50] BARAKATAIN M, HASHEMI Y, KARIMI B, et al. Low-complexity zipper-LDPC and low-latency zipper-BCH concatenated codes[J]. Journal of Lightwave Technology, 2023, 41(24): 7328-7335.
- [51] YANG L, XIE Y X, YUAN J H, et al. Chained LDPC codes for future communication systems[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(5): 898-901.
- [52] WANG Q F, CHEN L, MA X. Chained LDPC codes via partial information coupling and partial parity superposition [C]//IEEE Globecom Workshops. Piscataway: IEEE, 2021: 1-6.
- [53] QIU M, WU X W, AMAT A G I, et al. Analysis and design of partially information-and partially parity-coupled turbo codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(4): 2107-2122.
- [54] JIMENEZ FELSTROM A, ZIGANGIROV K. Time-varying periodic convolutional codes with low-density parity-check matrix[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(6): 2181-2191.
- [55] PUSANE A E, SMARANDACHE R, VONTOBEL P O, et al. Deriving good LDPC convolutional codes from LDPC block codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(2): 835-857.
- [56] MITCHELL D G M, LENTMAIER M, COSTELLO D J. Spatially coupled LDPC codes constructed from protographs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(9): 4866-4889.
- [57] LI J, LIU K K, LIN S, et al. Reed-Solomon based nonbinary globally coupled LDPC codes: Correction of random errors and bursts of erasures[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2017: 381-385.
- [58] LIAO Y C, CHANG H C, LIN S. Scalable globally-coupled low-density parity check codes[C]//IEEE International Symposium on Turbo Codes & Iterative Information Processing. Piscataway: IEEE, 2018: 1-5.
- [59] ZHANG J, BAI B M, LI S Y, et al. Tail-biting globally-coupled LDPC codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(12): 8206-8219.
- [60] LIU H, YU Q Y. Matryoshka globally-coupled LDPC code[J]. IEEE Transactions on Communications, 2023, 71(6): 3191-3206.
- [61] HUANG K C, MITCHELL D G M, WEI L, et al. Performance comparison of LDPC block and spatially coupled codes over GF(q) [J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(3): 592-604.
- [62] KUDEKAR S, RICHARDSON T J, URBANKE R L. Threshold saturation via spatial coupling: Why convolutional LDPC ensembles perform so well over the BEC[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(2): 803-834.
- [63] KUDEKAR S, RICHARDSON T, URBANKE R L. Spatially coupled ensembles universally achieve capacity under belief propagation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(12): 7761-7813.
- [64] MITCHELL D G M, PUSANE A E, LENTMAIER M, et al. On the block error rate performance of spatially coupled LDPC codes for streaming applications[C]//IEEE Information Theory Workshop. Piscataway: IEEE, 2016: 236-240.
- [65] ZHU M, MITCHELL D G M, LENTMAIER M, et al. A novel design of spatially coupled LDPC codes for sliding window decoding[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2020: 473-478.

- [66] OLMOS P M, MITCHELL D G M, TRUHACHEV D, et al. Continuous transmission of spatially coupled LDPC code chains[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2017, 65(12): 5097-5109.
- [67] BEEMER A, KELLEY C A. Avoiding trapping sets in SC-LDPC codes under windowed decoding[C]//International Symposium on Information Theory and Its Applications. Piscataway: IEEE, 2016: 206-210.
- [68] LI J, LIN S, ABDEL-GHAFFAR K, et al. LDPC Code Designs, Constructions, and Unification[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2016.
- [69] SUKMADJI A Y. Zipper codes: High-rate Spatially-Coupled Codes with Algebraic Component Codes[M]. Toronto: University of Toronto, 2020.
- [70] WU X W. Partially Coupled Codes for TB-based Transmission[D]. Sydney: The University of New South Wales, 2022.
- [71] ELIAS P. Error-free coding[J]. *Transactions of the IRE Professional Group on Information Theory*, 1954, 4(4): 29-37.
- [72] PYNDIAH R. Near-optimum decoding of product codes: Block turbo codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1998, 46(8): 1003-1010.
- [73] MUKHTAR H, AL-DWEIK A, SHAMI A. Turbo product codes: Applications, challenges, and future directions[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2016, 18(4): 3052-3069.
- [74] DJORDJEVIC I B. On advanced FEC and coded modulation for ultra-high-speed optical transmission[J]. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, 2016, 18(3): 1920-1951.
- [75] TZIMPRAGOS G, KACHRIS C, DJORDJEVIC I B, et al. A survey on FEC codes for 100 G and beyond optical networks[J]. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, 2016, 18(1): 209-221.
- [76] CIDECIYAN R D, FURRER S, LANTZ M A. Product codes for data storage on magnetic tape[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2017, 53(2): 3100410.
- [77] OH J, HA J, PARK H, et al. RS-LDPC concatenated coding for the modern tape storage channel[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2016, 64(1): 59-69.
- [78] IEEE. 802.16-2009: IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks. Part 16: Air Interface for Broadband Wireless Access Systems[S]. 2009.
- [79] IEEE. 802.1Q-2022: IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks. Part 20: Air Interface for Mobile Broadband Wireless Access Systems Supporting Vehicular Mobility Physical and Media Access Control Layer Specification[S]. 2008.
- [80] IEEE. 1901-2020: IEEE Standard for Broadband over Power Line Networks: Medium Access Control and Physical Layer Specifications[S]. 2010.
- [81] MIYATA Y, KUBO K, ONOHARA K, et al. UEP-BCH product code based hard-decision FEC for 100 Gb/s optical transport networks[C]//Optical Fiber Communication Conference. Piscataway: IEEE, 2012: J1-3.
- [82] ZHANG X M, WANG Z F. A low-complexity three-error-correcting BCH decoder for optical transport network[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2012, 59(10): 663-667.
- [83] SMITH B P, FARHOOD A, HUNT A, et al. Staircase codes: FEC for 100 Gb/s OTN[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2011, 30(1): 110-117.
- [84] WIJEKOON V B, VITERBO E, HONG Y. LDPC-staircase codes for soft decision decoding[C]//IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway: IEEE, 2020: 1-6.
- [85] LENTMAIER M, TRUHACHEV D, ZIGANGIROV K. Iteratively decodable sliding codes on graphs[C]//Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory. Saint Petersburg: ACCT, 2002.
- [86] TRUHACHEV D, LENTMAIER M, ZIGANGIROV K. On braided block codes[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2003: 32.
- [87] FELTSTROM A J, TRUHACHEV D, LENTMAIER M, et al. Braided block codes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(6): 2640-2658.
- [88] ZHANG W, LENTMAIER M, COSTELLO D J, et al. Braided convolutional codes[C]//International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2005: 592-596.
- [89] SUKMADJI A Y, MARTÍNEZ-PEÑAS U, KSCHISCHANG F R. Zipper codes: Spatially-coupled product-like codes with iterative algebraic decoding[C]//Canadian Workshop on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2019: 1-6.
- [90] SUKMADJI A Y, MARTÍNEZ-PEÑAS U, KSCHISCHANG F R. Zipper codes[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2022, 40(19): 6397-6407.
- [91] ZHAO X W, ZHAO S C, MA X. A class of tiled diagonal zipper codes with multiple chains[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2022, 70(8): 5004-5017.
- [92] WANG Y X, MA X. Rate-configurable SC-LDGM codes concatenated with zipper codes for optical communication[C]//IEEE Annual Computing and Communication

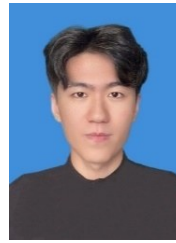
- Workshop and Conference. Piscataway: IEEE, 2022: 983-987.
- [93] LI Y T, TIAN F, DONG Z, et al. Research on the delayed diagonal zipper codes based on periodic truncation[C]//International Conference on Optical Communications and Networks. Piscataway: IEEE, 2023: 1-3.
- [94] JIAN Y Y, Pfister H D, Narayanan K R, et al. Iterative hard-decision decoding of braided BCH codes for high-speed optical communication[C]//IEEE Global Communications Conference. Piscataway: IEEE, 2013: 2376-2381.
- [95] ZHU M, MITCHELL D G M, LENTMAIER M, et al. Braided convolutional codes with sliding window decoding[J]. IEEE Transactions on Communications, 2017, 65(9): 3645-3658.
- [96] ZHU M, MITCHELL D G M, LENTMAIER M, et al. Error propagation mitigation in sliding window decoding of braided convolutional codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(11): 6683-6698.
- [97] ZHAO X W, ZHAO S, HUANG Q, et al. The generalized integrated interleaved zipper codes with anchor decoding[J]. IEEE Transactions on Communications, 2023, 71(7): 3792-3806.
- [98] HUANG K C, XIAO S, CHANG D, et al. Dynamic decoding of zipper codes[C]//Optical Fiber Communication Conference. Piscataway: IEEE, 2021: W6A. 39.
- [99] LENTMAIER M, NÖTHEN B, FETTWEIS G P. Density evolution analysis of protograph-based braided block codes on the erasure channel[C]//International ITG Conference on Source and Channel Coding. Piscataway: IEEE, 2010: 1-6.
- [100] FAROOQ M U, MOLOUDI S, LENTMAIER M. Thresholds of braided convolutional codes on the AWGN channel[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2018: 1375-1379.
- [101] MOLOUDI S, LENTMAIER M. Density evolution analysis of braided convolutional codes on the erasure channel[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2014: 2609-2613.
- [102] YANG L, XIE Y X, WU X W, et al. Partially information-coupled turbo codes for LTE systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(10): 4381-4392.
- [103] WU X W, YANG L, XIE Y X, et al. Partially information coupled polar codes[J]. IEEE Access, 2018, 6: 63689-63702.
- [104] KUDEKAR S, RICHARDSON T, URBANKE R L. Spatially coupled ensembles universally achieve capacity under belief propagation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(12): 7761-7813.
- [105] LENTMAIER M, SRIDHARAN A, COSTELLO D J, et al. Iterative decoding threshold analysis for LDPC convolutional codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(10): 5274-5289.
- [106] IYENGAR A R, SIEGEL P H, URBANKE R L, et al. Windowed decoding of spatially coupled codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(4): 2277-2292.
- [107] PUSANE A E, FELTSTROM A J, SRIDHARAN A, et al. Implementation aspects of LDPC convolutional codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2008, 56(7): 1060-1069.
- [108] LI J, LIN S, ABDEL-GHAFFAR K, et al. Globally coupled LDPC codes[C]//IEEE Information Theory and Applications Workshop. Piscataway: IEEE, 2016: 1-10.
- [109] CAI S H, ZHAO S C, MA X. Free ride on LDPC coded transmission[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2022, 68(1): 80-92.
- [110] CAI S H, ZHAO S C, MA X. Packing additional bits into LDPC coded data[J]. Electronics Letters, 2019, 55(18): 997-998.
- [111] WANG Q F, CAI S H, MA X. Free-ride coding for constructions of coupled LDPC codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2023, 71(3): 1259-1270.
- [112] RICHARDSON T J, SHOKROLLAHI M A, URBANKE R L. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 619-637.
- [113] MA X, WANG Q F, CAI S H, et al. Implicit partial product-LDPC codes using free-ride coding[C]//IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE, 2022: 2471-2476.
- [114] WANG Q F, CAI S H, MENG F H, et al. Partial product-LDPC codes without rate loss[C]//IEEE/CIC International Conference on Communications in China. Piscataway: IEEE, 2022: 208-213.
- [115] WANG Y C, WANG Q F, MA X. Design of implicit partial product-LDPC codes and low complexity decoding algorithm[J]. IEEE Communications Letters, 2023, 27(2): 419-423.
- [116] ZHU K, WU Z J. Comprehensive study on CC-LDPC, BC-LDPC and polar code[C]//IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops. Piscataway: IEEE, 2020: 1-6.
- [117] CAMPOS R, RICARDO M, POUTTU A, et al. Wireless

- technologies towards 6G[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2023, 2023(1): 42.
- [118] AREF V, SCHMALEN L, BRINK S TEN. On the convergence speed of spatially coupled LDPC ensembles[C]// Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton). Piscataway: IEEE, 2013: 342-349.
- [119] TAVARES M B S, ZIGANGIROV K S, FETTWEIS G P. Tail-biting LDPC convolutional codes[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2007: 2341-2345.
- [120] HÄGER C, AMAT A G I, BRÄNNSTRÖM F, et al. Terminated and tailbiting spatially coupled codes with optimized bit mappings for spectrally efficient fiber-optical systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2015, 33(7): 1275-1285.
- [121] CAMMERER S, SCHMALEN L, AREF V, et al. Wave-like decoding of tail-biting spatially coupled LDPC codes through iterative demapping[C]//International Symposium on Turbo Codes and Iterative Information Processing. Piscataway: IEEE, 2016: 121-125.
- [122] MA X, LIANG C L, HUANG K C, et al. Block Markov superposition transmission: Construction of big convolutional codes from short codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(6): 3150-3163.
- [123] LIANG C L, MA X, ZHUANG Q T, et al. Spatial coupling of generator matrices: A general approach to design good codes at a target BER[J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 62: 4211-4219.
- [124] HU J N, MA X, LIANG C L. Block Markov superposition transmission of repetition and single-parity-check codes[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(2): 131-134.
- [125] HUANG K C, MA X. Performance analysis of block Markov superposition transmission of short codes[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016, 34(2): 362-374.
- [126] WANG Q F, CAI S H, LIN W C, et al. Spatially coupled LDPC codes via partial superposition and their application to HARQ[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(4): 3493-3504.
- [127] WANG Q F, CAI S H, LIN W C, et al. Spatially coupled LDPC codes via partial superposition[C]//IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE, 2019: 2614-2618.
- [128] WANG Q F, GUO K J, MA X. Block Markov Superposition Transmission of LDPC Codes[J]. Journal of Information and Intelligence, 2023, 1(2): 115-133.
- [129] BRINK S TEN, KRAMER G, ASHIKHMIN A. Design of low-density parity-check codes for modulation and detection[J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(4): 670-678.

作者简介



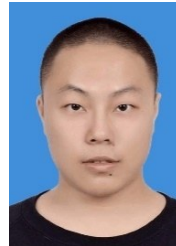
王千帆 男,1992年2月出生.现为中山大学博士后.主要研究方向为信道编码及其在无线通信中的应用.



杨佳仪 男,2000年11月出生.现为中山大学博士研究生.主要研究方向为编码调制技术及其在无线通信中的应用.
E-mail: yangjy256@mail2.sysu.edu.cn



王寅楚 男,1998年7月出生.现为中山大学博士研究生.主要研究方向为信道编码技术.
E-mail: wangych59@mail2.sysu.edu.cn



蔡穗华 男,1988年12月出生.现为中山大学副教授.主要研究方向为信息与编码理论、编码调制技术.
E-mail: caish23@mail.sysu.edu.cn



马 啸 男,1968年10月出生.现为中山大学教授.主要研究方向为信息与编码理论、编码调制技术、无线通信和光通信等.中国电子学会会员编号:E190005835M.
E-mail: maxiao@mail.sysu.edu.cn