

# 扩展目标多特征估计自适应渐进滤波器

王旭昕<sup>1</sup>, 陈 辉<sup>1\*</sup>, 连 峰<sup>2</sup>, 张光华<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃兰州 730050; 2. 西安交通大学自动化科学与工程学院, 陕西西安 710049)

**摘要:** 针对具有不规则形状的扩展目标跟踪(Extended Target Tracking, ETT)问题, 本文提出了一种基于随机超曲面模型的自适应渐进贝叶斯滤波器(Random Hypersurface Model-Adaptive Progressive Bayesian Filter, RHM-APBF)。首先, 对扩展目标连续状态先验概率密度的局部累积分布进行随机采样, 再最小化连续概率密度和狄拉克混合概率密度的局部累积分布之间的修正克莱默-冯米塞斯距离得到粒子的最优位置, 以自适应地变步长进而渐进更新将粒子迁移到扩展目标后验的密集区域求得更加准确的后验概率密度近似; 其次, 利用随机超曲面描述任意星凸形扩展目标的量测源分布, 提出了星凸形不规则形状扩展目标跟踪自适应渐进滤波器, 有效实现了不规则形状扩展目标多特征概率密度信息的递归。最后通过不同噪声水平以及复杂随机环境的扩展目标(Extended Target, ET)和群目标(Group Target, GT)的跟踪仿真实验验证本文方法的有效性。

**关键词:** 扩展目标跟踪; 局部累积分布; 渐进更新; 随机超曲面模型; 不规则形状

**基金项目:** 国家自然科学基金(No.62163023, No.62173266, No.62103318, No.61873116); 甘肃省教育厅产业支撑计划(No.2021CYZC-02); 2023年甘肃省军民融合发展专项资金项目

**中图分类号:** TP274

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2024)09-3135-13

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20230873

## Extended Target Multi-Feature Estimation Adaptive Progressive Filter

WANG Xu-xin<sup>1</sup>, CHEN Hui<sup>1\*</sup>, LIAN Feng<sup>2</sup>, ZHANG Guang-hua<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China;

2. School of Automation Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

**Abstract:** To address the problem of extended target tracking (ETT) with irregular shape, this paper proposes a random hypersurface model-adaptive progressive bayesian filter (RHM-APBF). First, the local cumulative distribution of the continuous state prior probability density of extended target is randomly sampled, and the optimal position of the sampling point is obtained by minimizing the modified Cramer-Von Mises distance between the local cumulative distribution of the continuous probability density and the Dirac mixture probability density. Then, the sampled particles are migrated to the posterior dense area to obtain a more accurate posterior probability density approximation by progressive update with adaptive variable step size. Furthermore, the random hypersurface model is used to represent the measurement source distribution of arbitrary star-convex extended targets, and an adaptive progressive filter for tracking star-convex irregular shape extended target is proposed, which effectively recurses the multi-feature probability density of irregular shape extended targets. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by the tracking simulation experiments of the extended target (ET) and group target (GT) at different noise level and complex random environment.

**Key words:** extended target tracking; local cumulative distribution; progressive update; random hypersurface model; irregular shape

**Foundation Item(s):** National Natural Science Foundation of China (No.62163023, No.62173266, No.62103318, No.61873116); Industrial Support Project of Education Department of Gansu Province (No.2021CYZC-02); Special Funds Project for Civil-Military Integration Development in Gansu Province in 2023

## 1 引言

统计信号处理中的一项重要任务是目标跟踪,通过利用噪声量测跟踪目标的状态或特征信息. 比如自动驾驶<sup>[1]</sup>车辆等具有环境感知的设备是通过鲁棒自适应的目标跟踪算法对监控区域内的移动目标进行检测和跟踪. 为此,一些基于扫描的传感器,如无线电探测<sup>[2]</sup>和测距<sup>[3]</sup>(雷达)、激光探测<sup>[4]</sup>(雷达)的使用也日趋广泛且探测性能越来越突出. 由于早期传感器的分辨率低,往往将目标假设成无空间范围的点,即在监视区域内,目标在每一个采样周期最多产生一个量测值,这就是经典的“点目标”假设. 现代传感器分辨率的显著提升打破了建立在“点目标”基础上的传统雷达目标跟踪方法应用的条件假设,而当传感器的分辨率足够高时,一个目标可占据其多个分辨率单元故而对目标多源量测信息的产生. 这些量测点由目标的形状、目标表面的散射特性等等决定,这种目标称之为扩展目标(Extended Target, ET)<sup>[5-7]</sup>. 扩展目标跟踪(ET tracking, ETT)可借助多源量测信息获取目标形状等更多特征成为现代目标跟踪任务的核心焦点. 此外,多目标的群智协同和多智能体密集联动使得群目标跟踪(GT tracking, GTT)问题备受瞩目. 群目标由可分辨或部分可分辨的多个子目标所构成,由于这些子目标大多时候呈现出相似的运动特性,所以群目标作为一个整体的运动和外形演变便成为跟踪任务的关键. 如果把群目标作为一个整体去进行跟踪,而不苛求对各子目标进行单独跟踪,那么 GTT 和 ETT 的跟踪方法就十分类似. 一般来讲,ET 的形状通常是未知的,甚至是随着时间而产生变化,而 ETT 的主要目的就是递归地确定目标的形状以及运动学参数,但是仅通过一个采样周期的量测过程提取精确形状几无可能. 故如何基于扩展目标历史累积的量测解决广泛存在的高度非线性条件下的扩展目标联合多特征滤波成为当务之急.

根据目前对 ETT 的研究成果,可以将形状建模方法分为以下四类:随机矩阵<sup>[8-10]</sup>、高斯过程回归<sup>[11-14]</sup>、B 样条<sup>[15-18]</sup>以及随机超曲面(Random Hypersurface Model, RHM)<sup>[19-23]</sup>. 为了达到特定的辨识目的,需要在量测源建模过程中对 ET 形状做不同的先验假设:比如在高量测噪声的情况下,利用随机矩阵(Random Matrix Model, RMM)将 ET 的扩展状态建模为具有大小和方向的椭圆形状;因为传感器的精度和分辨率也一直在与时俱进,所以如何通过更准确的量测信息跟踪未知和复杂形状的 ET 的轮廓细节也随之成为更重要的研究问题. 高斯过程回归使用高斯过程建模未知物体的边界,并通过在线学习的方法对扩展目标形状进行跟踪,但其建模效果严重依赖于核函数和超参数的选择,确定二者的最优组合是一个难点所在,且在处理高维数

据时会增加计算和存储的开销;B 样条算法引入多帧统计技术,通过构造伪量测集选择控制点形成 B 样条曲线,然后在贝叶斯框架下提取扩展目标的形状,但由于使用刚性网格结构使其不适用于复杂形状,且 B 样条对数据中的噪声敏感,特别在控制点附近会出现过拟合或不稳定的情况;利用 RHM 对扩展目标量测源进行建模时不需要对数据进行过多的预处理,受到维数灾难的影响较小,且由于引入了一定程度的随机性,降低了过拟合的风险,故本文选择随机超曲面对扩展目标形状进行建模. 当量测在目标的边界上时可以建立量测方程描述目标的轮廓信息,考虑到更一般的量测分布情况,可通过随机尺度因子,将边界的量测方程缩放覆盖至整个目标表面. 因不规则形状建模将面对更加复杂的非线性观测模型,因此,如何通过非线性最优滤波技术提高 ETT 的运动状态以及形状信息的估计精度成为难点. 非线性最优滤波是通过处理量测噪声以获得随机非线性系统隐藏状态的重要手段. 它合并了非线性非高斯最优估计的实质困难问题,涉及复杂积分运算导致后验概率密度函数难以求取最优解,也不适于在线性高斯的简单粗略假设下获取最优估计<sup>[24,25]</sup>,因此次优估计<sup>[26,27]</sup>的方法研究一直是焦点. 基于统计线性化的无迹卡尔曼滤波器(Unscented Kalman Filter, UKF)<sup>[28]</sup>、容积卡尔曼滤波器(Cubature Kalman Filter, CKF)<sup>[29]</sup>依旧是最具代表性的非线性滤波器,它们通过确定性采样有效克服了显式线性化的扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)<sup>[30]</sup>方法在直接线性化处理所造成的严重的信息缺失和估计性能下降的缺陷,但会存在出现粒子负权重导致算法的不稳定. 迭代后验线性化滤波器(Iterated Posterior Linearization Filter, IPLF)<sup>[31-35]</sup>是非线性卡尔曼滤波器的进一步优化,通过最小化后验 Kullback-Leibler 散度得到后验的最佳近似并在近几年得到迅速发展. 粒子滤波器(Particle Filter, PF)<sup>[36,37]</sup>则通过顺序重要性采样法(sequential importance sampling)寻找一组在状态空间传播的随机样本对概率密度函数进行直接近似. 但是到目前为止,在利用以上经典非线性滤波器解决具有高维非线性特征的星凸形 ETT 的问题上,还存在以下缺点:(1)非线性卡尔曼类滤波处理在 ETT 问题时,虽然不需要对给定的量测模型进行特殊处理,但滤波器的显式或统计线性化处理 ETT 所面对的高维非线性问题时会不可避免地导致估计质量降低,且非线性卡尔曼滤波器仍遵循最小均方误差准则,故需要另外状态和量测的联合分布服从高斯分布;(2)PF 在处理星凸形 ETT 时,虽然估计效果精度优于卡尔曼类滤波方法,但需要随机采样非常庞大的粒子群捕捉高维状态的分布特征;另一方面,PF 本身存在的在线重采样方式极大增加了计算

的复杂度,降低跟踪的实时性;再者,PF 在处理 ETT 时所使用的似然函数并不是封闭的<sup>[38]</sup>,一定程度上也降低了算法的准确性。

针对复杂噪声和不确定性条件下的不规则形状扩展目标跟踪问题,本文提出以下解决方案:利用 RHM 对不规则形状扩展目标的量测源建模,然后,基于 ETT 的状态先验的局部累积分布(Local Cumulative Distribution, LCD)和调整的克莱默冯米塞斯距离(Modified Cramer-von Mises Distance, MCvMD)对状态先验进行采样;接着通过变步长渐进更新逐渐引入 RHM 的封闭似然函数,使状态粒子移动到更为恰当的状态空间区域,以得到更精确的 ETT 后验概率密度近似。此外,本文详细推导了具有不规则形状扩展目标跟踪自适应渐进滤波器的递归过程,并通过设计 ETT 和 GTT 的仿真实验,验证本文方法的有效性。

## 2 系统建模

星凸形可被定义为:用  $S$  表示一个二维形状,若  $S$  中的任意点到原点的线段均完全属于二维形状  $S$  内,那么  $S$  则表示星凸形。

本文是以星凸形扩展目标为研究对象,考虑基于由传感器在目标表面产生的量测点估计二维扩展目标的运动状态和形状参数。本文使用 RHM 对扩展目标形状进行建模,如图 1 所示,目标质心,即量测源的位置表示为:  $\mathbf{m}_k = [m_k^x, m_k^y]^T$ , 目标形状  $S(\mathbf{p}_k^{\text{sc}})$  可用其径向函数  $r(\mathbf{p}_k^{\text{sc}}, \phi_{k,l})$  表示,其中  $\phi_{k,l} = \angle(\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k)$  是由目标质心  $\mathbf{m}_k$  和目标轮廓点  $\mathbf{y}_{k,l}$  构成的向量与  $x$  轴所构成的夹角,  $\mathbf{p}_k^{\text{sc}}$  为参数向量,由  $N_f$  阶傅里叶级数描述。目标形状可由径向函数表示为:

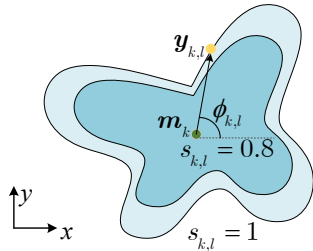


图1 星凸形随机超曲面模型

$$\begin{aligned} S(\mathbf{p}_k^{\text{sc}}) &= r(\mathbf{p}_k^{\text{sc}}, \phi_{k,l}) \\ &= \frac{1}{2} a_k^{(0)} + \sum_{j=1, \dots, N_f} (a_k^{(j)} \cos(j\phi_{k,l}) + b_k^{(j)} \sin(j\phi_{k,l})) \\ &= \mathbf{R}(\phi_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k^{\text{sc}} \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{R}(\phi_{k,l}) = \left[ \frac{1}{2}, \cos \phi_{k,l}, \sin \phi_{k,l}, \dots, \cos(N_f \phi_{k,l}), \sin(N_f \phi_{k,l}) \right]$ ,  $\mathbf{p}_k^{\text{sc}} = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, b_k^{(1)}, \dots, a_k^{(N_f)}, b_k^{(N_f)}]$ . 在  $k$  时刻,被

跟踪的扩展目标的整个状态向量由质心位置  $\mathbf{m}_k$ 、运动参数  $\mathbf{x}_k^*$  和形状参数  $\mathbf{p}_k^{\text{sc}}$  组成, 即,  $\mathbf{x}_k^{\text{sc}} := \left[ (\mathbf{m}_k)^T (\mathbf{x}_k^*)^T (\mathbf{p}_k^{\text{sc}})^T \right]$ . 本文选择的运动参数为目标速度

$$\mathbf{x}_k^{\text{sc}} := \left[ (\mathbf{m}_k)^T (\dot{\mathbf{m}}_k)^T (\mathbf{p}_k^{\text{sc}})^T \right], \text{ 则协方差被定义为: } \mathbf{C}^{\text{sc}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_m & & \\ & \mathbf{C}_{\dot{m}} & \\ & & \mathbf{C}_{\mathbf{p}_k^{\text{sc}}} \end{bmatrix}.$$

### 2.1 动力学模型

动力学模型是目标状态随时间演化的概率模型。与点目标不同的是,扩展目标的状态向量包含了形状参数。在本文中,动力学模型被建模为:

$$\mathbf{x}_k^{\text{sc}} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1}^{\text{sc}} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (2)$$

其中,  $k$  表示时刻,  $\mathbf{x}_k^{\text{sc}} \in \mathbb{R}^n$  表示状态向量,  $\mathbf{F}_{k-1}(\cdot)$  表示过程映射函数,  $\mathbf{w}_{k-1} \in \mathbb{R}^n$  表示过程噪声且  $\mathbf{w}_{k-1} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{k-1})$ ,  $\mathbf{Q}_{k-1}$  为过程噪声的协方差矩阵,  $\mathcal{N}$  表示高斯分布。

### 2.2 量测模型

如前文所述,扩展目标在每个时刻会产生一组含  $n_k$  个二维量测点  $\{\mathbf{y}_{k,l}\}_{l=1}^{n_k}$  的集合,假设这些量测点相互独立且依次处理,故只需对单个量测进行建模即可。扩展目标的量测模型由目标范围模型和传感器模型两部分构成,可由图 2 形象地展示:

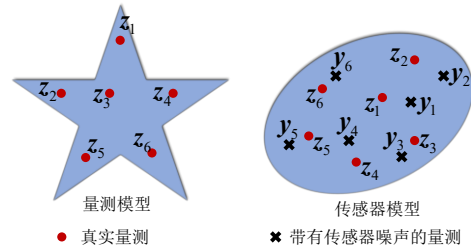


图2 扩展目标量测模型

(1) 目标范围模型指定了量测源  $\mathbf{z}_{k,l}$  的位置。式(3)为通过 RHM 对星凸形形状  $S(\mathbf{p}_k^{\text{sc}})$  建立的目标范围模型:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k,l} &= h(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{k,l}, s_{k,l}) \\ &= \mathbf{m}_k + s_{k,l} \cdot S(\mathbf{p}_k^{\text{sc}}) \cdot \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}) \\ &= \mathbf{m}_k + s_{k,l} \cdot r(\mathbf{p}_k^{\text{sc}}, \phi_{k,l}) \cdot \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}) = [\cos(\phi_{k,l}), \sin(\phi_{k,l})]^T$  表示方向向量,  $s_{k,l}$  为收缩因子,用于缩放边界  $s_{k,l}$  的概率密度函数为:

$$f^s(s_{k,l}) \approx \mathcal{N}(s_{k,l}; \hat{s}, \hat{\sigma}_s^2) \quad (4)$$

一般取  $\hat{s} = \frac{2}{3}$ , 协方差为  $\delta_s^2 = \frac{1}{18}$ .

(2) 传感器模型用于给定量测源  $\mathbf{z}_{k,l}$  的噪声观测, 即量测. 因为  $k$  时刻的量测是独立生成的, 因此  $k$  时刻的任意一个量测表示为:

$$\mathbf{y}_{k,l} = \mathbf{z}_{k,l} + \mathbf{v}_{k,l} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{z}_{k,l}$  表示量测源,  $\mathbf{v}_{k,l}$  为传感器的噪声, 且协方差为  $\mathbf{R}_k^2$ . 因此, 扩展目标的量测模型表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{k,l} &= h(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{k,l}, S_{k,l}) + \mathbf{v}_{k,l} \\ &= \mathbf{m}_k + S_{k,l} \cdot \mathbf{R}(\phi_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k^{\text{sc}} \cdot \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}) + \mathbf{v}_{k,l} \end{aligned} \quad (6)$$

### 3 问题提出

利用非线性卡尔曼类滤波器是经典的解决基于 RHM-ETT 的经典方法, 主要通过伪量测方程结合卡尔曼滤波框架处理 ETT 的量测信息. 本文假设 ETT 的先验概率密度服从高斯分布, 即:  $\mathcal{F}^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^{\text{sc,p}}, \hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,p}}, \mathbf{C}_k^{\text{sc,p}})$ . 非线性卡尔曼滤波器解决 RHM-ETT 的通用框架总结如下所示: 伪量测方程可由式(7)得到:

$$\begin{aligned} h_{k,j}^* (\mathbf{x}_{k,j}^{\text{sc}}, \mathbf{v}_{k,l}, S_{k,l}, \mathbf{y}_{k,l}) &= S_{k,l}^2 \|\mathbf{R}(\phi_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k^{\text{sc}}\|^2 + \|\mathbf{v}_{k,l}\|^2 \\ &\quad + 2S_{k,l} \mathbf{R}(\phi_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k^{\text{sc}} \cdot \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l})^T \\ &\quad \cdot \mathbf{v}_{k,l} - \|\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k\| \end{aligned} \quad (7)$$

$$\hat{h}_k = \sum_{j=1}^M \mathbf{w}_{k,j} \cdot h_{k,j}^* \quad (8)$$

其中,  $h_{k,j}^*$  表示某一采样点处的伪量测值,  $\hat{h}_k$  表示伪量测预测均值,  $\mathbf{w}_{k,j}$  表示粒子权重,  $M$  为粒子数目.

$$\mathbf{C}_k^{\text{sc,h}} = \sum_{j=1}^M \mathbf{w}_{k,j} \cdot (h_{k,j}^* - \hat{h}_k)^2 \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_k^{\text{sc,xh}} = \sum_{j=1}^M \mathbf{w}_{k,j} \cdot (\mathbf{x}_{k,j}^{\text{sc}} - \hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,p}}) \cdot (h_{k,j}^* - \hat{h}_k) \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_k := \mathbf{C}_k^{\text{sc,xh}} (\mathbf{C}_k^{\text{sc,h}})^{-1} \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{C}_k^{\text{sc,h}}$  为伪量测协方差矩阵,  $\mathbf{C}_k^{\text{sc,xh}}$  为状态和伪量测的互协方差矩阵,  $\mathbf{K}_k$  为卡尔曼增益. 更新的状态后验也服从高斯分布  $\mathcal{F}^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}}, \mathbf{C}_k^{\text{sc,e}})$ :

$$\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}} = \hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,p}} + \mathbf{K}_k \cdot (\hat{h}_k - 0) \quad (12)$$

$$\mathbf{C}_k^{\text{sc,e}} = \mathbf{C}_k^{\text{sc,p}} - \mathbf{K}_k \cdot (\mathbf{C}_k^{\text{sc,xh}})^T \quad (13)$$

利用该方法处理 ETT 具有运算简单、运行速度快的优点, 然而在处理多特征的非线性问题时还是具有一定的局限; 另一方面, PF 通过大量的粒子处理 RHM-ETT 问题, 但是所需要的庞大的粒子数和在线重采样过程以及不封闭的似然函数, 严重降低了滤波效率. 为了能将 ETT 估计的实时性和估计精度做有效折中, 本文将提出基于随机超曲面的自适应渐进滤波器解决具有

不规则形状的 ETT 问题, 在前文的基础上, 本文研究的主要问题可概括为:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{k,l}) &= \mathcal{F}^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{Q}_{k-1}) \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{R}_k, S_{k,l}, \gamma_1) \cdots \\ &\quad \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{R}_k, S_{k,l}, \gamma_2) \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{R}_k, S_{k,l}, \gamma_n) \\ &\approx \mathcal{F}^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{Q}_{k-1}) \mathcal{F}^L(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{R}_k, S_{k,l}) \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\mathcal{F}^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{k,l})$  表示扩展目标的后验状态分布,  $\mathcal{F}^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{Q}_{k-1})$  表示扩展目标的先验状态分布,  $\tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{R}_k, S_{k,l}, \gamma_{(\cdot)})$  表示子似然函数,  $\mathcal{F}^L(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{R}_k, S_{k,l})$  表示真实的似然函数. 因此, 如何通过自适应渐进更新解决扩展目标跟踪中的非线性问题以得到扩展目标更准确的后验概率密度也成为本文工作的重点.

## 4 随机超曲面自适应渐进贝叶斯滤波器 (RHM-APBF)

### 4.1 渐进贝叶斯过程

为了更清楚的表述渐进过程, 将  $k$  时刻的某一量测的量测方程可简写为:

$$\mathbf{y}_{k,l} = h(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{k,l}, S_{k,l}) + \mathbf{v}_{k,l} \quad (15)$$

假设先验密度和后验密度分别表示为:

$$f^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) = f(\mathbf{x}_k^{\text{sc}} | \mathbf{y}_{0:k,l-1}) \quad (16)$$

$$f^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) = f(\mathbf{x}_k^{\text{sc}} | \mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{y}_{0:k,l-1}) \quad (17)$$

以贝叶斯框架为基础, 利用条件密度函数的定义:

$$\begin{aligned} f^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) &= f(\mathbf{x}_k^{\text{sc}} | \mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{y}_{0:k,l-1}) = \frac{f(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{y}_{0:k,l-1})}{f(\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{y}_{0:k,l-1})} \\ &= \frac{f(\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{0:k,l-1}) f(\mathbf{x}_k^{\text{sc}} | \mathbf{y}_{0:k,l-1})}{f(\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{y}_{0:k,l-1})} \end{aligned} \quad (18)$$

结合量测方程, 当状态给定时, 相应的量测描述为:

$$f(\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \mathbf{y}_{0:k,l-1}) = f(\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{x}_k^{\text{sc}}) = f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) \quad (19)$$

此时量测更新步, 即相应的后验为:

$$f^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) = c_{k,l} \cdot f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) \cdot f^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) \quad (20)$$

其中,  $c_{k,l} = 1/f(\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{y}_{0:k,l-1})$  为归一化系数. 渐进贝叶斯过程将似然函数分解成多段, 以逐步引入量测的方式更精确地得到真实似然函数的近似. 渐进贝叶斯的似然函数定义为:

$$f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \gamma) = [f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}})]^\gamma \quad (21)$$

其中,  $\gamma$  表示步长,  $\gamma \in [0, 1]$ , 且

$$f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \gamma) = \begin{cases} 1 & \text{当 } \gamma = 0 \text{ 时} \\ f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) & \text{当 } \gamma = 1 \text{ 时} \end{cases} \quad (22)$$

渐进贝叶斯的后验密度表示为:

$$\begin{aligned}
 f^c(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \gamma) &= c_{k,l} \cdot [f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}})]^\gamma \cdot f^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) \\
 &= c_{k,l} \cdot f^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \gamma) \cdot f^p(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}) \quad (23)
 \end{aligned}$$

图3可清晰表示该渐进过程.

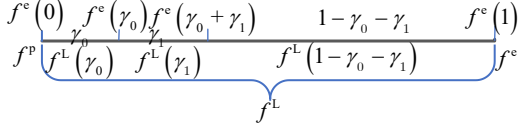


图3 似然函数渐进示意图

### 4.2 连续概率密度离散化

因为本文假设扩展目标的先验概率密度服从高斯分布,为了方便计算,本文引入了基于LCD的确定性高斯采样<sup>[39]</sup>对扩展目标先验概率密度离散化.该采样方式通过最小化给定的高斯密度的LCD与其狄拉克分量混合近似的LCD之间的修正克莱姆-冯米塞斯距离(Modified Cramer-von Mises Distance, MCvMD),将采样粒子放置在能够更好地捕捉整个状态空间的分布特征的最优位置,以保证粒子的混合加权最大限度逼近扩展目标先验的高斯密度特性.该方法因为需要重复计算分布距离的最小值,不适用于在线滤波.为克服这一问题,通过求取标准正态分布的最优粒子近似,再通过马氏变换<sup>[40]</sup>使粒子能最优拟合任意高斯分布,以便应用于在线滤波达到提高运行时间和减少计算量的目的.为对ETT进行状态采样,需先计算出  $N_t+4$  维的标准正态分布  $f(\boldsymbol{\chi}) \approx (\boldsymbol{\chi}; \mathbf{0}_{N_t+4}, \mathbf{I}_{N_t+4})$  的粒子混合的最优近似,  $\mathbf{I}$  表示单位矩阵.假设  $\boldsymbol{\chi}_i^*$  表示某一采样粒子的初始位置,则粒子集表示为  $X^* := \{\boldsymbol{\chi}_1^*, \dots, \boldsymbol{\chi}_M^*\}, 1 \leq i \leq M$ .  $f(\boldsymbol{\chi})$  的局部累积分布表示为:

$$\begin{aligned}
 F_{N_t+4}(\mathbf{c}, b) &= \int f(\boldsymbol{\chi}) \cdot K(\boldsymbol{\chi} - \mathbf{c}, b) d\boldsymbol{\chi} \\
 &= \int_{N_t+4} f(\boldsymbol{\chi}) \cdot \prod_{d=1}^{N_t+4} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\boldsymbol{\chi}^{(d)} - \mathbf{c}^{(d)})^2}{b^2}\right) d\boldsymbol{\chi} \\
 &= \frac{b^{N_t+4}}{(\sqrt{1+b^2})^{N_t+4}} \prod_{d=1}^{N_t+4} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\mathbf{c}^{(d)})^2}{(1+b^2)}\right) \quad (24)
 \end{aligned}$$

其中,  $K$  表示对称可积核,  $\mathbf{c}$  表示核的位置,  $b \in \mathbb{R}_+$  表示核的大小.根据狄拉克函数的性质,标准正态分布粒子混合近似的LCD表示为:

$$F_{\text{DM}}(X^*, \mathbf{c}, b) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \prod_{d=1}^{N_t+4} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\boldsymbol{\chi}_i^{*(d)} - \mathbf{c}^{(d)})^2}{b^2}\right) \quad (25)$$

则  $F_{\text{DM}}(X^*, \mathbf{c}, b)$  和  $F_{N_t+4}(\mathbf{c}, b)$  之间的MCvMD为:

$$D(X^*) = \int w(b) \int_{N_t+4} (F_{\text{DM}}(X^*, \mathbf{c}, b) - F_{N_t+4}(\mathbf{c}, b))^2 d\mathbf{c} db \quad (26)$$

其中,权重函数为:

$$w(b) = \begin{cases} \frac{1}{b^{N_t+3}}, & b \in (0, b_{\max}) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (27)$$

通过梯度下降法,在状态空间中转移采样粒子的初始位置使得标准分布与粒子混合近似的距离度量  $D(X^*)$  最小求得采样粒子的最优放置位置,即:

$$X = \arg \min D(X^*) = \{\boldsymbol{\chi}_1, \dots, \boldsymbol{\chi}_M\}, 1 \leq i \leq M \quad (28)$$

则  $f(\boldsymbol{\chi})$  的最优粒子混合近似表示为:

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \delta(\boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{\chi}_i), 1 \leq i \leq M \quad (29)$$

如在二维情况下,采样25个样本及采样20个样本的效果如图4所示.通过马氏变换,可得到不同时刻高斯密度粒子混合的最优近似,马氏变换定义如下:

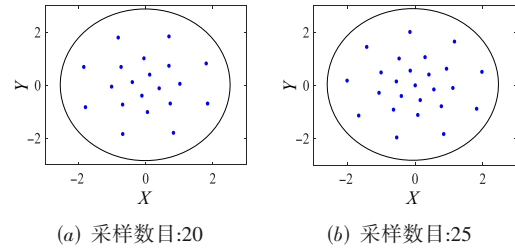


图4 基于LCD的采样

**定义1** 马氏变换(Mahalanobis transform):假设  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  是对称且正定的协方差矩阵,  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^n$  表示均值,且  $\mathbf{Y} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_n)$ ,那么  $\mathbf{C}^{1/2}$  存在且有如下定义:

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}^{1/2} \mathbf{Y} + \boldsymbol{\mu} \quad (30)$$

式中  $\mathbf{X}$  为服从  $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$  的随机向量,  $\mathbf{C}^{1/2}$  可通过Cholesky分解得到.

通过上述公式以及ETT的先验概率密度的假设可得星凸形扩展目标的先验状态的粒子表示:

$$\mathbf{x}_k^{\text{sc,p}}(i) = \hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,p}} + \text{chol}(\mathbf{C}^{\text{sc,p}}) \cdot \boldsymbol{\chi}_i \quad (31)$$

### 4.3 离散概率密度的传递与更新

与以往滤波器不同,RHM-APBF对形状的估计不再是利用传统RHM的伪量测方程,而是通过RHM的似然函数计算.星凸形扩展目标的似然函数表示为:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_{\text{sc}}^L(\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{x}_k^{\text{sc}}) &= \iint \delta(\mathbf{y}_{k,l} - (\mathbf{m}_k + \mathbf{s}_{k,l} \mathbf{S}(\mathbf{p}_k^{\text{sc}}) \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}))) \\
 &\quad \cdot \mathcal{N}(\mathbf{v}_k; \mathbf{0}, \mathbf{R}_k^2) f^s(s_{k,l}) d\mathbf{v}_{k,l} ds_{k,l} \\
 &= \int \mathcal{N}((\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k) - s_{k,l} \mathbf{r}(\mathbf{p}_k^{\text{sc}}, \phi_{k,l}) \boldsymbol{\eta}(\phi_{k,l}); \mathbf{0}, \mathbf{R}_k^2) \\
 &\quad \cdot \mathcal{N}(s_{k,l}, \hat{s}, \hat{\delta}_s^2) ds_{k,l} \quad (32)
 \end{aligned}$$

由文献[41]知式(32)可化简为:

$$\mathcal{F}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}) = \frac{d_k}{\sqrt{1+p_k\delta_s^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\hat{s}-q_k)^2}{\left(\frac{1}{p_k} + \delta_s^2\right)}\right] \quad (33)$$

$$\text{其中, } d_k = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\mathbf{R}_k|}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(z_k - \frac{\varpi_k^2}{p_k}\right)\right), \quad q_k = \frac{\varpi_k}{p_k}, \quad p_k =$$

$$\mathbf{a}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{a}_k, \quad \varpi_k = \mathbf{b}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{a}_k, \quad z_k = \mathbf{b}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{b}_k, \quad \mathbf{a}_k = \mathbf{r}(\mathbf{p}_k, \phi_{k,l}).$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\phi_{k,l}) \\ \sin(\phi_{k,l}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_k = \mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k.$$

由于在  $k$  时刻扩展目标的  $n_k$  个量测是序贯更新的, 故  $k$  时刻的先验密度是  $k-1$  时刻的最后一个量测对应的后验密度(此时假设先验密度与后验密度均为高斯密度), 即:  $f(\mathbf{x}_k) = f(\mathbf{x}_{k-1, n_{k-1}})$ . 为简单起见, 本节的研究以  $k$  时刻的第  $l$  个量测的渐进更新过程为主. 以下详细介绍 RHM-APBF 的递归: 假设  $k-1$  时刻产生  $l$  个量测构成的量测集表示为  $\mathcal{Y}_{k-1} = \{\mathbf{y}_{k-1}^{(1)}, \mathbf{y}_{k-1}^{(2)}, \dots, \mathbf{y}_{k-1}^{(l)}\}$ ,  $k$  时刻的先验概率密度由一个高斯分布表示:

$$\mathcal{F}^P(\mathbf{x}_k^{sc}) = \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc}|\mathcal{Y}_{k-1}) \approx \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}^{sc,e}; \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{sc,e}, \mathbf{C}_{k-1}^{sc,e}) \quad (34)$$

$k$  时刻的后验概率密度的高斯分布表示为:

$$\mathcal{F}^e(\mathbf{x}_k^{sc}) = \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc}|\mathcal{Y}_k) \approx \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^{sc,e}; \hat{\mathbf{x}}_k^{sc,e}, \mathbf{C}_k^{sc,e}) \quad (35)$$

### (1) 预测步

由式(2)和式(31)可知, 由  $M$  个等权重的采样粒子混合近似的扩展目标状态先验为:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^{sc,p} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{sc,e} \quad (36)$$

$$\mathbf{C}_k^{sc,p} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1}^{sc,e} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (37)$$

$$\mathbf{x}_k^{sc,p}(i) = \hat{\mathbf{x}}_k^{sc,p} + \text{chol}(\mathbf{C}_k^{sc,e}) \cdot \boldsymbol{\chi}_i \quad (38)$$

### (2) 更新步

以  $k$  时刻产生的第  $l$  个量测为研究对象, 根据式(23)得:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,e}, \gamma) &= c(\gamma) \cdot \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \gamma) \cdot \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,p}) \\ &= c(\gamma) \left[ \frac{d_k}{\sqrt{1+p_k\delta_s^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\hat{s}-q_k)^2}{\left(\frac{1}{p_k} + \delta_s^2\right)}\right] \right]^\gamma \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,p}) \end{aligned} \quad (39)$$

此时称  $\mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,e}, \gamma)$  为中间状态后验. 假设下一步递归长度为  $\Delta$ , 则:

$$\begin{aligned} &\mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,e}, \gamma + \Delta) \\ &= c(\Delta) \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \Delta) \cdot c(\gamma) \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{x}_k^{sc}, \gamma) \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,p}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= c(\Delta) \left[ \frac{d_k}{\sqrt{1+p_k\delta_s^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\hat{s}-q_k)^2}{\left(\frac{1}{p_k} + \delta_s^2\right)}\right] \right]^\Delta \\ &\quad \cdot c(\gamma) \left[ \frac{d_k}{\sqrt{1+p_k\delta_s^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\hat{s}-q_k)^2}{\left(\frac{1}{p_k} + \delta_s^2\right)}\right] \right]^\gamma \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,p}) \\ &= c(\gamma + \Delta) \cdot \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \gamma + \Delta) \cdot \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,p}) \end{aligned} \quad (40)$$

根据式(39)和式(40)可知:

$$\frac{\mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,e}, \gamma)}{c(\gamma) \cdot \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \gamma)} = \frac{\mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,e}, \gamma + \Delta)}{c(\gamma + \Delta) \cdot \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \gamma + \Delta)} \quad (41)$$

$$\mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,e}, \gamma + \Delta) = \frac{c(\gamma + \Delta) \cdot \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \gamma + \Delta)}{c(\gamma) \cdot \tilde{\mathcal{F}}_{sc}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \gamma)} \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,e}, \gamma) \quad (42)$$

假设初始步长为  $\Delta_0$ , 则第一个递归步的中间高斯后验的粒子混合近似表示为:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{x}}_k^{sc,e}, \Delta_0) &= \frac{c(\Delta_0) \cdot \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, \Delta_0)}{\tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{y}_{k,l}|\mathbf{x}_k^{sc}, 0)} \cdot \mathcal{F}(\mathbf{x}_k^{sc,p}) \\ &\approx \sum_{i=1}^M c(\Delta_0) \cdot \underbrace{\frac{1}{M} \cdot \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{sc}(i), \Delta_0)}_{\mathbf{w}_i^{\Delta_0(i)}} \cdot \mathbf{x}_k^{sc,p}(i) \\ &= \sum_{i=1}^M \mathbf{w}_i^{\Delta_0(i)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^p(i) \\ \mathbf{m}_k^p(i) \\ \mathbf{p}_k^{sc,p}(i) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

其中,  $\mathbf{w}_i(i)$  表示在第  $l$  个量测下第  $i$  个粒子所对应的权重. 假设第二个递归步的步长为  $\Delta_1$ , 则第二递归步后的中间高斯后验为:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{x}}_k^{sc,e}, \Delta_0 + \Delta_1) &= \frac{c(\Delta_0 + \Delta_1) \cdot \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{sc}, \Delta_0 + \Delta_1)}{c(\Delta_0) \cdot \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{sc}, \Delta_0)} \cdot (\hat{\mathbf{x}}_k^{sc,e}, \Delta_0) \\ &\approx \sum_{i=1}^M c(\Delta_0 + \Delta_1) \cdot \underbrace{\frac{1}{M} \cdot \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{sc}(i), \Delta_1)}_{\mathbf{w}_i^{\Delta_1(i)}} \\ &\quad \cdot (\mathbf{x}_k^{sc,e}(i), \Delta_0) \\ &= \sum_{i=1}^M \mathbf{w}_i^{\Delta_1(i)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^{e, \Delta_0}(i) \\ \mathbf{m}_k^{e, \Delta_0}(i) \\ \mathbf{p}_k^{sc,e, \Delta_0}(i) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

假设有  $n$  个递归步, 当  $\Delta_0 + \Delta_1 + \dots + \Delta_n = 1$  时:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^{sc,e} = \frac{c(\Delta_0 + \dots + \Delta_n) \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{sc}, \Delta_0 + \dots + \Delta_n)}{c(\Delta_0 + \dots + \Delta_{n-1}) \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{sc}, \Delta_0 + \dots + \Delta_{n-1})}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot (\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}}, \Delta_{n-1}) \\
& \approx \sum_{i=1}^M c \cdot \frac{1}{M} \cdot \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}(i), \Delta_n) \cdot (\mathbf{x}_k^{\text{sc,e}}(i), \Delta_{n-1}) \\
& \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{w}_i^{\Delta}(i)} \\
& = \sum_{i=1}^M \mathbf{w}_i^{\Delta}(i) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^{\text{e}, \Delta_{n-1}}(i) \\ \hat{\mathbf{m}}_k^{\text{e}, \Delta_{n-1}}(i) \\ \mathbf{p}_k^{\text{sc,e}, \Delta_{n-1}}(i) \end{bmatrix} \quad (45)
\end{aligned}$$

此时,上式近似于:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}} & \approx \sum_{i=1}^M c \cdot \frac{1}{M} \cdot \mathcal{F}^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}(i)) \cdot \mathbf{x}_k^{\text{sc,p}}(i) \\
& \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{w}_i(i)} \\
& = \sum_{i=1}^M \mathbf{w}_i(i) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^{\text{p}}(i) \\ \hat{\mathbf{m}}_k^{\text{p}}(i) \\ \mathbf{p}_k^{\text{sc,p}}(i) \end{bmatrix} \quad (46)
\end{aligned}$$

如上一逐步进的中间高斯后验概率密度表示为:

$$\mathcal{F}^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \gamma) \approx \mathcal{N}((\mathbf{x}_k^{\text{sc,e}}, \gamma), (\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}}, \gamma), \mathbf{C}_k^{\text{sc,e}}(\gamma)) \quad (47)$$

则下一逐步进  $\Delta$  的中间高斯后验概率密度的粒子混合近似的递推如下:

(1)中间高斯先验状态表示为:

$$\begin{aligned}
(\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,p}}, \gamma + \Delta) & = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\mathbf{x}_k^{\text{sc,e}}(i), \gamma) \\
& = \sum_{i=1}^M \frac{1}{M} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^{\text{e}, \gamma}(i) \\ \hat{\mathbf{m}}_k^{\text{e}, \gamma}(i) \\ \mathbf{p}_k^{\text{sc,e}, \gamma}(i) \end{bmatrix} \quad (48)
\end{aligned}$$

基于 LCD 的采样虽然可以很好地捕捉分布特征,减缓了样本的退化和贫化问题,然而步长也会影响估计的精度. 如果步长太大,中间高斯近似的总数就较少,导致粗糙的中间高斯近似引起较大的误差;当步长太小,也会造成较大的累积误差. 图 5 表示了似然函数和步长之间的关系.

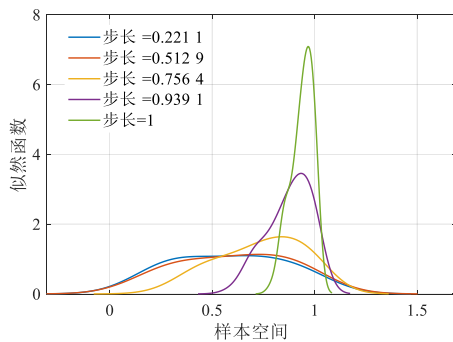


图5 似然函数与步长的关系

(2)由文献[42]可知似然函数比值或者信息熵可以用于量化信息损失,本文使用似然函数比的方式,  $\Delta$  的计算方式如下:

$$\Delta = \ln\left(\frac{1}{M}\right) / \ln\left(\frac{\min(\tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc,p}}(i)))}{\max(\tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc,p}}(i)))}\right) \quad (49)$$

(3)中间高斯后验状态表示为:

$$\begin{aligned}
(\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}}, \gamma + \Delta) & = \sum_{i=1}^M c(\gamma + \Delta) \cdot \frac{1}{M} \cdot \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}(i), \Delta) \cdot (\mathbf{x}_k^{\text{sc,e}}(i), \gamma) \\
& \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{w}_i^{\Delta}(i)} \\
& = \sum_{i=1}^M \mathbf{w}_i^{\Delta}(i) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^{\text{e}, \gamma}(i) \\ \hat{\mathbf{m}}_k^{\text{e}, \gamma}(i) \\ \mathbf{p}_k^{\text{sc,e}, \gamma}(i) \end{bmatrix} \quad (50)
\end{aligned}$$

(4)为了标准化状态,对权重进行归一化处理:

$$\bar{\mathbf{w}}_i^{\Delta}(i) = \frac{\mathbf{w}_i^{\Delta}(i)}{\sum_{i=1}^M \mathbf{w}_i^{\Delta}(i)} \approx \frac{\tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}(i), \Delta)}{\sum_{i=1}^M \tilde{\mathcal{F}}^L(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}(i), \Delta)} \quad (51)$$

可得样本均值为:

$$\begin{aligned}
(\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}}, \gamma + \Delta) & = \sum_{i=1}^M \bar{\mathbf{w}}_i^{\Delta}(i) \cdot (\mathbf{x}_k^{\text{sc,e}}(i), \gamma + \Delta) \\
& = \sum_{i=1}^M \bar{\mathbf{w}}_i^{\Delta}(i) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^{\text{sc,e}, \gamma + \Delta}(i) \\ \hat{\mathbf{m}}_k^{\text{sc,e}, \gamma + \Delta}(i) \\ \mathbf{p}_k^{\text{sc,e}, \gamma + \Delta}(i) \end{bmatrix} \quad (52)
\end{aligned}$$

令状态信息  $\varepsilon_k^{\text{sc}, \gamma + \Delta}(i)$  为:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_k^{\text{sc}, \gamma + \Delta}(i) & = (\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}}, \gamma + \Delta) - (\mathbf{x}_k^{\text{sc,e}}(i), \gamma + \Delta) \\
& = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{m}}_k^{\text{e}, \gamma + \Delta} \\ \hat{\mathbf{m}}_k^{\text{sc,e}, \gamma + \Delta} \\ \hat{\mathbf{p}}_k^{\text{sc,e}, \gamma + \Delta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^{\text{e}, \gamma + \Delta}(i) \\ \mathbf{m}_k^{\text{sc,e}, \gamma + \Delta}(i) \\ \mathbf{p}_k^{\text{sc,e}, \gamma + \Delta}(i) \end{bmatrix} \quad (53)
\end{aligned}$$

协方差为:

$$\mathbf{C}_k^{\text{sc,e}}(\gamma + \Delta) = \sum_{i=1}^M \bar{\mathbf{w}}_i^{\Delta}(i) \cdot \varepsilon_k^{\text{sc}, (\gamma + \Delta)}(i) (\varepsilon_k^{\text{sc}, (\gamma + \Delta)}(i))^T \quad (54)$$

则下一中间后验概率密度的高斯近似为:

$$\mathcal{F}^e(\mathbf{x}_k^{\text{sc}}, \gamma + \Delta) \approx \mathcal{N}((\mathbf{x}_k^{\text{sc,e}}, \gamma + \Delta), (\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{sc,e}}, \gamma + \Delta), \mathbf{C}_k^{\text{sc,e}}(\gamma + \Delta)) \quad (55)$$

以上就是本文提出的 RHM-APBF 算法,与以往滤波器的采样方法不同,该滤波器采用的基于 LCD 的采样方法具有收敛性更好、离线采样的优点,对于提高计算速率以及减弱粒子退化现象有很大的益处;另一方面,该算法在解决 ETT 问题时不再依赖于伪量测方程,而是基于封闭的似然函数,并通过自适应步长进行渐进更新,获得了最佳的估计效果.

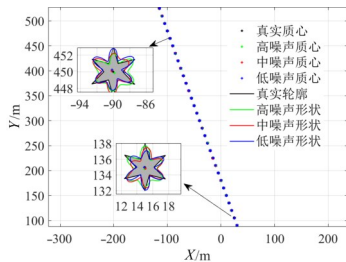
## 5 仿真实验

扩展目标的状态向量由运动参数和形状参数两部分构成,对扩展目标的跟踪效果评价也需要从运动状态估计和形状估计两个方面考虑. 因此,本文使用 RMSE 作为跟踪扩展目标运动状态的评价指标,采用文

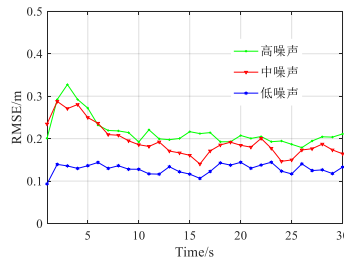
献[22]中使用的拟Jaccard距离作为跟踪扩展目标形状的评价指标.

### 5.1 场景构建

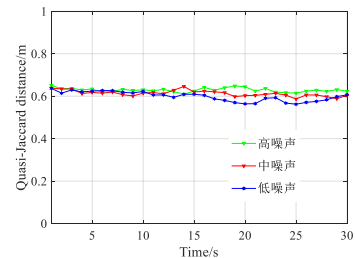
本文构造不同场景下的星凸形扩展目标进行跟踪仿真实验, 仿真实验区域为:  $[0, 1\ 000\ \text{m}] \times [0, 1\ 000\ \text{m}]$ . 采样间隔  $T=1\ \text{s}$ , 采样 30 个时刻, 过程噪声标准差  $\delta_w=0.03$ , 扩展目标在每个采样周期内产生的量测数服从均值  $\lambda=20$  的泊松分布. 扩展目标初始形状设置为半径为 1.5 m 的圆, 初始状态的方差为  $P_{sc,0}=\text{diag}([0.02, \dots, 0.02, 0.3, 0.3, 0.3, 0.3])$ .



(a) ETT 轨迹



(b) ETT 质心的 RMSE



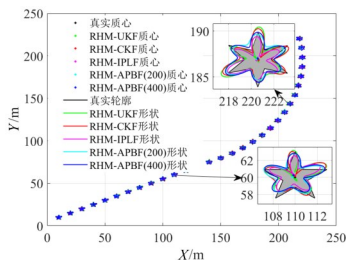
(c) ETT 形状的拟 Jaccard 距离

图6 ETT在不同量测噪声下的估计效果

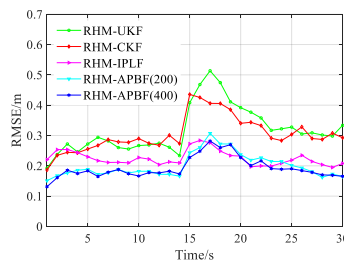
场景 2 设置目标的形状在前 15 s 内为五角星, 后 15 s 内为六角星, 量测噪声  $R_k^2=0.04I_2$ , 目标的初始位置为  $[10\ \text{m}\ 10\ \text{m}]^T$ , 初始速度为  $[10\ \text{m/s}\ 5\ \text{m/s}]^T$ . 由于该实验考虑的扩展目标形状具有更多的形状细节, 故傅里叶级数的阶数取  $N_f=15$ . 假设目标为机动目标, 在前 15 s 内做匀速运动, 后 15 s 内做协同转弯运动, 协同转弯运动的过程映射函数表示为:

$$F_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} & -\frac{(1-\cos(\omega T))}{\omega} \\ 0 & 1 & \frac{(1-\cos(\omega T))}{\omega} & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} \\ 0 & 0 & \cos(\omega T) & -\sin(\omega T) \\ 0 & 0 & \sin(\omega T) & \cos(\omega T) \end{bmatrix}$$

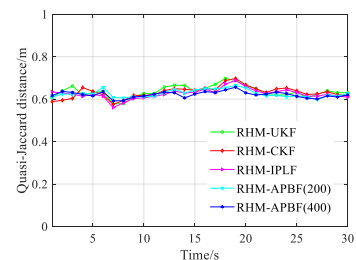
其中  $\omega=(5\pi/180)\ \text{rad/s}$ , 在上述仿真场景下, 利用 RHM-APBF 对扩展目标进行跟踪, 跟踪效果如图 7 所示.



(a) ETT 轨迹



(b) ETT 质心的 RMSE



(c) ETT 形状的拟 Jaccard 距离

图7 ETT在复杂环境下的估计效果( $R_k^2=0.04I_2$ )

由该实验可见, 由于在第 16 时刻目标形状和运动状态均发生突变, 故目标质心的 RMSE 发生明显变化. 但是 RHM-APBF 相较于 RHM-UKF、RHM-CKF、RHM-IPLF 受到的影响更小, 且扩展目标的拟 Jaccard 距离依旧处于一个比较平稳的状态, 可见 RHM-APBF 可以适应更加复杂多变的环境.

场景 1 设置形状为六角星的扩展目标做匀速直线运动, 进行受不同程度量测噪声影响的目标跟踪, 以验证该算法的抗噪性能. 设置该场景下傅里叶级数的阶数取  $N_f=15$ , 初始位置为  $[30\ \text{m}\ 90\ \text{m}]^T$ , 初始速度为  $[-5\ \text{m/s}\ 15\ \text{m/s}]^T$ ; 分别受高、中、低量测, 即,  $R_{k, \text{高}}^2=0.1I_2$ 、 $R_{k, \text{中}}^2=0.05I_2$ 、 $R_{k, \text{低}}^2=0.01I_2$  的影响. 在上述仿真场景下, 利用 RHM-APBF 对扩展目标进行跟踪的仿真效果图如图 6 所示. 由该实验结果可知, RHM-APBF 在受到高噪声的影响下依旧能比较准确地估计扩展目标的质心和形状, 具有很好的抗噪性能.

当有一组目标具有相近的运动特性时, 该组目标被视为群目标, 子目标可被视作量测, 以估计群目标整体的运动特性和形状演变. 图 8 为群目标的示意图, 以下构造群目标实验.

场景 3 设置群目标形状为十字形, 且该群目标包含 20 个子目标, 目标的初始状态如场景 2, 量测噪声为

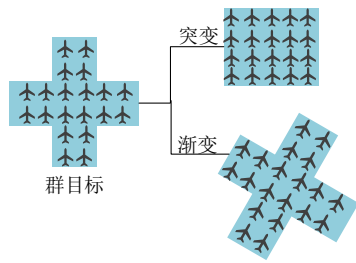


图8 群目标示意图

$R_k^2=0.04I_2$ . 假设目标为机动目标,在前 10 s 内做匀速运动,后 20 s 内做协同转弯运动,协同转弯运动的状态转移矩阵同场景二,且在运动过程中目标的角度逐渐

发生偏移且目标的形状逐渐变大. 考虑到目标形状变大的过程,设置扩展目标初始形状为半径为 4 m 的圆. 在上述仿真场景下,利用 RHM-APBF 对群目标进行跟踪,跟踪效果如图 9 所示.

场景 4 设置群目标形状在前 10 s 内为十字形,后 20 s 内为矩形,且该群目标包含 20 个子目标. 目标的初始状态同场景 3,假设目标为机动目标,在前 10 s 内做匀速运动,后 20 s 内做协同转弯运动,其运动的状态转移矩阵同场景 2,且在第 11 s 时目标运动状态发生变化且发生形状由十字架突变为矩形. 在上述仿真场景下,利用 RHM-APBF 对群目标进行跟踪,跟踪效果如图 10 所示.

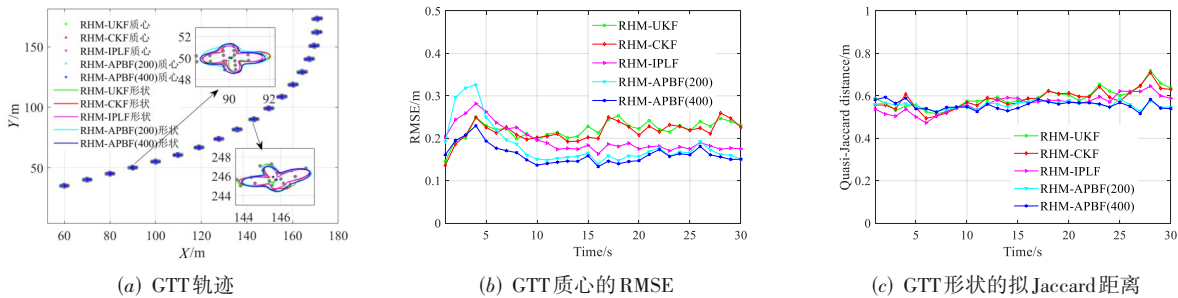


图9 GTT在队列渐变时估计效果( $R_k^2=0.04I_2$ )

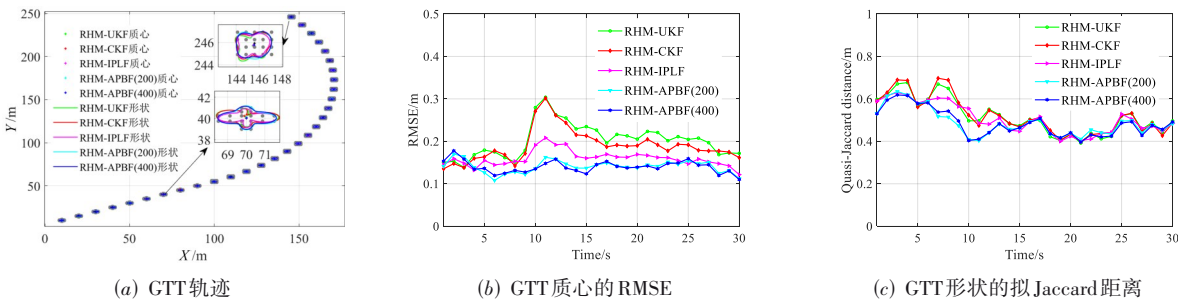


图10 GTT在队列突变时估计效果( $R_k^2=0.04I_2$ )

由场景 3 和场景 4 可见,RHM-APBF 也可以很好地跟踪群目标. 在目标的角度和形状在发生变化时以及群目标形状发生突变的情况下,相较于 RHM-UKF、RHM-CKF,RHM-IPLF 依然具有更好的估计效果. 图 9 (a)、图 10(a)为群目标在不同时刻的局部放大图;图 9 (b)、图 10(b)分别给出了场景 3 和场景 4 下目标质心的 RMSE;图 9(c)、图 10(c)分别给出了场景 3 和场景 4 下目标形状的拟 Jaccard 距离,充分体现出本算法精度高,稳定性好的特点.

场景 5 为了比较本文算法与 RHM-PF 之间的性能比较,故设计实验比较在相同粒子数下以及在 RHM-PF 数目增多时二者性能之间的差异,此处假定扩展目标的形状为五角星,量测噪声为: $R_k^2=0.1I_2$ . 当 RHM-APBF 和 RHM-PF 的粒子数均为 400 以及当 RHM-PF 的

粒子数为 10 000 时,算法性能如图 11 所示;可见当 RHM-PF 和 RHM-APBF 的粒子数目都取 400 时,RHM-PF 相较于 RHM-APBF 质心估计降低 107.6%,拟 Jaccard 距离降低 10.21%;当 RHM-PF 的粒子数为 10 000 时,RHM-PF 相较于 RHM-APBF 质心估计提高 1.52%,拟 Jaccard 距离提高 0.27%,但是运行时间增加了 22.28%. 由该实验可知,RHM-APBF 可以使用少量的粒子达到比较高精度的估计性能,在提高计算精度的同时也提高了运行效率.

### 5.2 算法实时性分析

RHM-APBF 与非线性卡尔曼类算法相比,主要体现在状态渐近更新过程中引入了多步重采样和重近似过程,加大了计算的复杂度,导致算法实时性具有一定的降低. 此处假设状态的维度为  $n_x$ ,粒子的数量为  $M$ ,

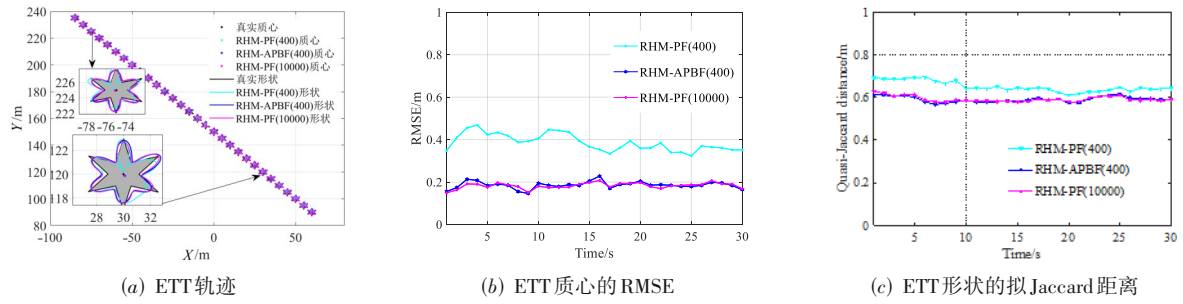


图 11 RHM-APBF 与 RHM-PF 在相同粒子数目下的比较

量测的维度为  $n_y$ , 渐进步数为  $u$ ; 执行某一量测的一次, 其状态更新的复杂度为:  $O_{\text{RHM-APBF}}^{\text{Update}}(u((n_x^2 + n_y + n_x)M + 1))$ , 可知算法的复杂度与粒子的数目息息相关. 为此

设计实验研究不同粒子数对算法性能的影响. 设计形状为六角星的扩展目标跟踪. 量测噪声为:  $R_k^2 = 0.1I_2$ . 研究粒子数在 100、200、400 以及 600 情况下对 RHM-APBF 算法的影响, 实验仿真如图 12~图 15 所示.

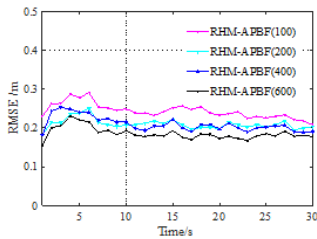


图 12 ETT 质心的 RMSE

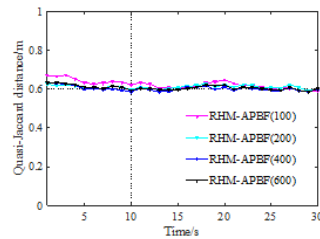


图 13 ETT 形状的拟 Jaccard 距离

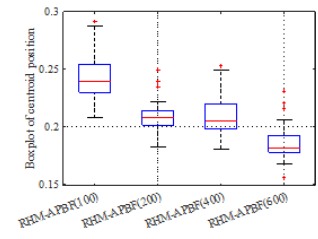
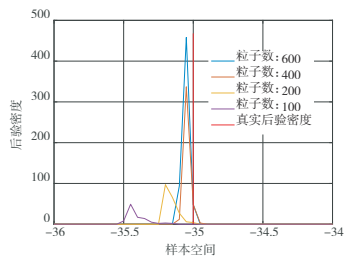


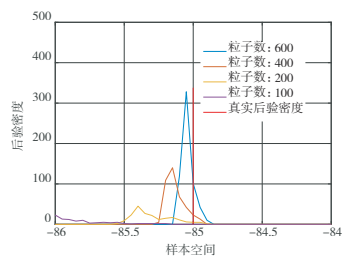
图 14 ETT 质心 RMSE 的箱型图

为了更清楚地表示质心 RMSE 之间的差距, 利用箱型图可以更清楚地量化不同粒子数下的 RHM-APBF 的估计效果. RMSE 的箱型图如图 14 所示; 其中, 红色的线表示 RMSE 的平均水平, 箱体的扁度表示数据的波动程度. 箱体越扁, 说明数据所受的波动越小, 可以看出增加粒子

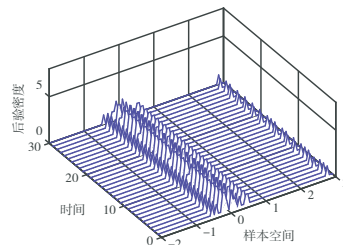
的数目不仅可以提升质心的估计效果, 而且估计具有很好的稳定性. 在某一时刻, 后验粒子在部分样本空间内的分布如图 15 可知, 当粒子数目增加时, 粒子在样本空间内的分布会越来越接近真实的后验分布, 不同粒子数的 RHM-APBF 在形状样本空间内的分布如图 16 所示.



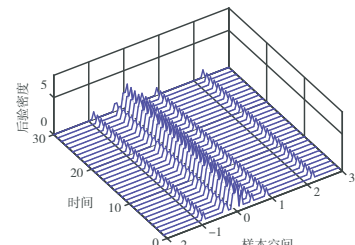
(a)  $k=20$



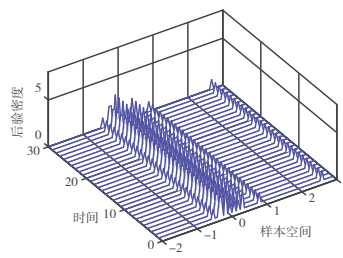
(b)  $k=30$



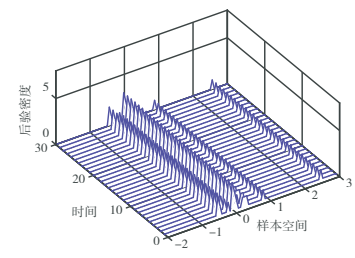
(a) RHM-APBF(100)



(b) RHM-APBF(200)



(c) RHM-APBF(400)



(d) RHM-APBF(600)

图 15 后验粒子在某一运动空间内的分布情况

图 16 不同数量的后验粒子在形状样本空间内的分布情况

算法的运行时间如图 17 所示,当采样粒子数目增加时,算法的估计精度也会提高.当粒子数达到 600 时,粒子数目已经快达到饱和,滤波精度提升的空间已经很小.但即使是少数的粒子,也可以对目标进行更加有效的估计.这充分体现了本文所提方法的有效性.详细实验数据见表 1.

综上所述,RHM-APBF 对受不同程度噪声影响下的扩展目标跟踪以及异常噪声影响下的扩展目标跟踪,甚至是在更加复杂环境下的机动扩展目标以及群目标,不论是对运动状态还是形状估计,都具有比 RHM-UKF,RHM-CKF,RHM-IPLF 更好的滤波效果.为更直观表现出该算法的有效性,以 RHM-UKF 为基准,

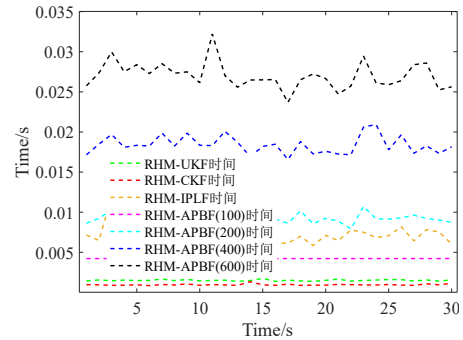


图 17 不同算法的运行时间

计算了其他估计器相对于 RHM-UKF 性能提升的百分比,具体的优化数据如表 1 所示.

表 1 不同场景下滤波器优化性能数据表

单位:m

滤波器种类	评价指标 (AVE)	扩展目标实验			实时性实验
		场景 2	场景 3	场景 4	
RHM-UKF	RMSE	0.317 7	0.220 0	0.201 9	—
	拟 Jaccard 距离	0.635 6	0.590 9	0.521 3	—
RHM-CKF	RMSE	0.304 6(+4.13%)	0.215 7(+1.95%)	0.189 9(+5.94%)	—
	拟 Jaccard 距离	0.632 7(+0.46%)	0.584 9(+1.01%)	0.516 8(+0.88%)	—
RHM-IPLF	RMSE	0.225 0(+29.17%)	0.197 3(+10.31%)	0.159 5(+20.97%)	—
	拟 Jaccard 距离	0.626 1(+1.50%)	0.564 4(+4.48%)	0.506 4(+1.99%)	—
RHM-APBF (100)	RMSE	—	—	—	0.243 5
	拟 Jaccard 距离	—	—	—	0.623 5
RHM-APBF (200)	RMSE	0.199 9(+37.08%)	0.183 9(+16.41%)	0.140 5(+30.41%)	0.209 8(+13.84%)
	拟 Jaccard 距离	0.625 6(+1.58%)	0.557 5(+5.64%)	0.486 5(+5.85%)	0.610 7(+2.05%)
RHM-APBF (400)	RMSE	0.192 9(+39.29%)	0.161 7(+26.50%)	0.139 8(+30.76%)	0.209 5(+13.96%)
	拟 Jaccard 距离	0.621 3(+2.25%)	0.555 6(+5.97%)	0.484 5(+6.25%)	0.606 6(+2.71%)
RHM-APBF (600)	RMSE	—	—	—	0.185 7(+23.74%)
	拟 Jaccard 距离	—	—	—	0.601 6(+6.01%)

## 6 结论

本文的主要工作是提出了不规则形状扩展目标跟踪自适应渐进滤波器.首先通过 RHM 对扩展目标的形状进行描述,然后基于 LCD 和 MCvMD 对扩展目标先验概率密度进行采样,并详细推导了 RHM-APBF 的递归过程,最后通过建立复杂环境进行仿真实验验证本文所提算法.仿真结果表明:相较于 RHM-UKF、RHM-CKF、RHM-IPLF,本算法在处理 ETT 问题时具有更好的精度和稳定性.在今后的研究中,可进一步研究步长选择以及在不限于星凸形扩展目标上的研究.

### 参考文献

[1] WU J D, HUANG Z Y, LV C. Uncertainty-aware model-based reinforcement learning: Methodology and application in autonomous driving[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(1): 194-203.

[2] ENGELS F, HEIDENREICH P, WINTERMANTEL M, et al. Automotive radar signal processing: Research directions and practical challenges[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2021, 15(4): 865-878.

[3] HAKOBYAN G, YANG B. High-performance automotive radar: A review of signal processing algorithms and modulation schemes[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2019, 36(5): 32-44.

[4] LI Y, IBANEZ-GUZMAN J. Lidar for autonomous driving: The principles, challenges, and trends for automotive lidar and perception systems[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2020, 37(4): 50-61.

[5] CAO X M, LAN J, LI X R. Extension-deformation approach to extended object tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(2): 866-881.

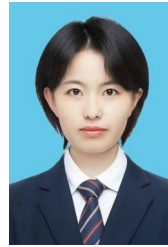
- [6] 胡振涛, 杨诗博, 胡玉梅, 等. 基于变分贝叶斯的分布式融合目标跟踪[J]. 电子学报, 2022, 50(5): 1058-1065.  
HU Z T, YANG S B, HU Y M, et al. Distributed fusion target tracking based on variational Bayes[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(5): 1058-1065. (in Chinese)
- [7] LI Z F, LIANG Y, XU L F, et al. Distributed extended object tracking information filter over sensor networks[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(2): 1122-1149.
- [8] FELDMANN M, FRANKEN D, KOCH W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1409-1420.
- [9] ANGELOVA D, MIHAYLOVA L, PETROV N, et al. A convolution particle filtering approach for tracking elliptical extended objects[C]//Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion. Piscataway: IEEE, 2013: 1542-1549.
- [10] YANG S S, BAUM M. Tracking the orientation and axes lengths of an elliptical extended object[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(18): 4720-4729.
- [11] AFTAB W, DE FREITAS A, ARVANEH M, et al. A Gaussian process approach for extended object tracking with random shapes and for dealing with intractable likelihoods[C]//2017 22nd International Conference on Digital Signal Processing (DSP). Piscataway: IEEE, 2017: 1-5.
- [12] WAHLSTROM N, OZKAN E. Extended target tracking using Gaussian processes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(16): 4165-4178.
- [13] KUMRU M, KOKSAL H, OZKAN E. Variational measurement update for extended object tracking using Gaussian processes[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 538-542.
- [14] KUMRU M, OZKAN E. Three-dimensional extended object tracking and shape learning using Gaussian processes [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(5): 2795-2814.
- [15] YAO G, WANG P, BERNTORP K, et al. Extended object tracking with spatial model adaptation using automotive radar[C]//2021 IEEE 24th International Conference on Information Fusion (FUSION). Piscataway: IEEE, 2021: 1-8.
- [16] DAHLEN K M, LINDBERG C, YONEDA M, et al. An improved b-spline extended object tracking model using the iterative closest point method[C]//2022 25th International Conference on Information Fusion (FUSION). Piscataway: IEEE, 2022: 1-8.
- [17] KAULBERSCH H, HONER J, BAUM M. A Cartesian B-spline vehicle model for extended object tracking[C]//2018 21st International Conference on Information Fusion (FUSION). Piscataway: IEEE, 2018: 1-5.
- [18] NAUJOKS B, BURGER P, WUENSCH H J. Fast 3D extended target tracking using nurbs surfaces[C]//2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). Piscataway: IEEE, 2019: 1104-1109.
- [19] BAUM M, HANEBECK U D. Extended object tracking with random hypersurface models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(1): 149-159.
- [20] ÖZKAN E, WAHLSTROM N, GODSILL S. Rao-Blackwellised particle filter for star-convex extended target tracking models[C]//2016 19th International Conference on Information Fusion. Piscataway: IEEE, 2016: 1193-1199.
- [21] SUN L F, LAN J, LI X. Extended target tracking using star-convex model with nonlinear inequality constraints [C]//Proceedings of the 31st Chinese Control Conference, Piscataway: IEEE, 2012: 3869-3874.
- [22] 陈辉, 杜金瑞, 韩崇昭. 基于星凸形随机超曲面模型多扩展目标多伯努利滤波器[J]. 自动化学报, 2020, 46(5): 909-922.  
CHEN H, DU J R, HAN C Z. A multiple extended target multi-bernoulli filter based on star-convex random hypersurface model[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(5): 909-922. (in Chinese)
- [23] BAUM M, NOACK B, HANEBECK U D. Mixture random hypersurface models for tracking multiple extended objects[C]//IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Piscataway: IEEE, 2011: 3166-3171.
- [24] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [25] DAN S. Optimal State Estimation: Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches[M]. Hoboken: Wiley-Interscience, 2006.
- [26] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 2004.
- [27] 王国庆, 杨春雨, 马磊. 基于多变量Laplace分布的非线性系统分布式鲁棒状态估计[J]. 电子学报, 2022, 50(11): 2610-2618.

- WANG G Q, YANG C Y, MA L. Distributed robust state estimation for nonlinear systems based on multivariate laplace distribution[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(11): 2610-2618. (in Chinese)
- [28] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [29] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [30] REIF K, GUNTHER S, YAZ E, et al. Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(4): 714-728.
- [31] GARCIA-FERNANDEZ A F, RALPH J, HORRIDGE P, et al. A Gaussian filtering method for multitarget tracking with nonlinear/non-gaussian measurements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(5): 3539-3548.
- [32] GARCIA-FERNANDEZ A F, SVENSSON L, SARKKA S. Iterated posterior linearization smoother[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(4): 2056-2063.
- [33] RAITOHARJU M, SVENSSON L, GARCIA-FERNANDEZ A F, et al. Damped posterior linearization filter[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2018, 25(4): 536-540.
- [34] SKOGLUND M A, GUSTAFSSON F, HENDEBY G. On iterative unscented Kalman filter using optimization [C]//2019 22th International Conference on Information Fusion (FUSION). Piscataway: IEEE, 2019: 1-8.
- [35] KULLBERG A, SKOG I, HENDEBY G. Iterated filters for nonlinear transition models[EB/OL]. (2023-02-27) [2023-08-10]. <http://arxiv.org/abs/2302.13871>.
- [36] RISTIC B, ARULAMPALAM S, GORDON N. Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications[M]. London: Artech House, 2004.
- [37] KOTECHA J H, DJURIC P M. Gaussian sum particle filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(10): 2602-2612.
- [38] PETROV N, MIHAYLOVA L, GNING A, et al. A novel sequential Monte Carlo approach for extended object tracking based on border parameterisation[C]//14th International Conference on Information Fusion. Piscataway: IEEE, 2011: 1-8.
- [39] HANEBECK U D, KLUMPP V. Localized Cumulative Distributions and a multivariate generalization of the Cramér-von Mises distance[C]//2008 IEEE International

Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems. Piscataway: IEEE, 2008: 33-39.

- [40] HÄRDLE W K, SIMAR L. Applied Multivariate Statistical Analysis[M]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [41] STEINBRING J, BAUM M, ZEA A, et al. A closed-form likelihood for particle filters to track extended objects with star-convex RHMs[C]//2015 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI). Piscataway: IEEE, 2015: 25-30.
- [42] FRISCH D, HANEBECK U D. Progressive bayesian filtering with coupled gaussian and dirac mixtures[C]//2020 IEEE 23rd International Conference on Information Fusion (FUSION). Piscataway: IEEE, 2020: 1-8.

#### 作者简介



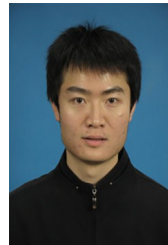
王旭昕 女, 1997年12月出生于甘肃省定西市. 现为兰州理工大学电气工程与信息工程学院博士研究生. 主要研究方向为最优滤波, 目标跟踪等.

E-mail: wxxin@lut.edu.cn



陈辉 男, 1978年11月出生于甘肃省兰州市. 现为兰州理工大学电气工程与信息工程学院教授、博士生导师. 主要研究方向为多目标跟踪, 传感器管理, 最优控制等.

E-mail: huich78@hotmail.com



连峰 男, 1981年9月出生于陕西省宝鸡市. 现为西安交通大学自动化科学与工程学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为目标跟踪, 信息跟踪与传感器管理, 最优控制等.

E-mail: lianfeng1981@mail.xjtu.edu.cn

张光华 男, 1988年10月出生于河北省张家口市. 现为西安交通大学自动化科学与工程学院副教授. 主要研究方向为信息融合与目标跟踪.

E-mail: MichaelZgh@stu.xjtu.edu.cn