

一种嵌套 K-means 聚类的任意形状 波束子阵划分方法

张清河^{1,2}, 李宇航², 沈钊阳^{1,2}, 文方青^{1,2}

(1. 水电工程智能视觉监测湖北省重点实验室(三峡大学), 湖北宜昌 443002; 2. 三峡大学计算机与信息学院, 湖北宜昌 443002)

摘要: 传统相控阵由于其高昂成本的限制, 已经无法满足日益增长的广泛应用需求, 而基于稀疏阵、子阵等技术的非传统相控阵技术则得到了广泛的关注和研究. 如何有效地划分子阵, 以及如何优化子阵的计算过程, 是提高计算效率和性能的关键问题. 本文提出一种融合群智能优化算法及聚类技术的嵌套迭代优化方法来解决任意形状波束子阵划分问题. 该方法包含内、外两个嵌套循环迭代优化过程: (i) 外循环采用群智能优化方法来实现用户定义任意方向图下的参考阵列, 并利用谢昆诺夫多项式和基本代数理论分析得到多组不同的阵列单元复激励(由阵因子多项式分布在非谢昆诺夫单位圆上的根所决定); (ii) 内循环基于激励匹配策略, 专注于通过 K-means 聚类方法实现阵列天线的最优子阵布局及相应的子阵复激励系数, 并最终产生一个逼近参考阵列的波束方向图. 通过与传统 K-means 聚类方法、粒子群优化方法在方向图逼近、激励匹配误差、模式匹配误差、阵列性能参数及计算效率等方面的比较, 验证了所提方法的有效性.

关键词: 任意形状波束阵列; 子阵划分; 嵌套 K-means 聚类; 激励匹配策略; 群智能优化方法

基金项目: 国家自然科学基金(No.62371271)

中图分类号: TN91

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2025)01-0119-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20231119

A K-means-Based Nested Subarray Partition Method for Generating Arbitrary Shaped Beam Patterns

ZHANG Qing-he^{1,2}, LI Yu-hang², SHEN Zhao-yang^{1,2}, WEN Fang-qing^{1,2}

(1. Hubei Key Laboratory of Intelligent Vision Based Monitoring for Hydroelectric Engineering, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China;

2. College of Computer and Information Technology, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China)

Abstract: Traditional phased arrays, due to their high cost limitations, are no longer able to meet the growing demand for widespread applications. However, non-traditional phased array technologies based on sparse arrays, subarrays, and other technologies have received widespread attention and research. How to effectively draw molecular arrays and optimize the calculation process of sub arrays are key issues in improving computational efficiency and performance. This article proposes a nested iterative optimization method that integrates swarm intelligence optimization and clustering techniques to solve the problem of arbitrary shaped beam subarray partitioning. This method consists of two nested loop iterative optimization processes: (i) The outer loop uses swarm intelligence optimization method to achieve a reference array under any user-defined directional pattern, and analyzes multiple sets of different unit excitations (determined by the roots of the Shekunov polynomial distributed on a non unit circle) using Shekunov polynomial and basic algebraic theory; (ii) Based on the excitation matching strategy, the inner loop aims to achieve the optimal subarray layout and corresponding subarray excitation coefficients of the phased array through K-means clustering method, and ultimately generate a beam pattern that approximates the reference array. The effectiveness of the proposed method was verified by comparing it with traditional K-means clustering methods and particle swarm optimization methods in terms of pattern approximation, excitation matching error, pattern matching error, array performance parameters, and computational efficiency.

Key words: arbitrary-shaped beams array; sub-array partitioning; nested K-means clustering; excitation matching strategy; swarm intelligence optimization methods

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62371271)

1 引言

相控阵就是通过控制阵列天线各单元的相位,达到波束自动扫描的阵列。相控阵天线由于具有系统重置灵活、波束扫描范围广、配置方便等优点,被广泛应用于现代社会的各个领域^[1]。然而,随着对相控阵天线低成本的要求提高以及应用市场领域与规模的扩大,传统相控阵天线已经难以满足市场的需求,并且在现代控制系统的集成方面也处于不利地位^[2,3]。为克服这一巨大劣势,一些非常规相控阵天线技术被提出并得到了极大的关注与研究。这些技术手段包括不均匀间距阵列、稀疏阵、子阵阵列等^[4,5]。

子阵阵列在非常规相控阵天线的研究中得到了广泛的关注。其不需要过多的阵列馈电网络控制点,同时还具有旁瓣抑制功能、模块化结构和高孔径等特点。早期的子阵划分方法主要依赖于经验和简单的几何划分,这些方法主要关注于将天线阵列划分成几个等效的小阵列,忽略了复杂的激励优化问题。随着计算能力的提升,在阵列单元数量较少的情况下,经典的优化算法,如模拟退火(Simulated Annealing, SA)^[6]、遗传算法(Genetic Algorithms, GA)^[7,8]、粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[9]、差分进化算法(Differential Evolution, DE)^[10,11]、蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)^[12,13]等被引入,用于优化子阵的布局和激励。然而,这些方法计算复杂度较高,且在处理大规模阵列时效率较低。还有研究者采用传统聚类算法对阵列进行子阵划分研究。例如,熊子源等人^[14]提出了一种低副瓣情况下的基于C均值聚类算法的子阵划分方法,但该方法只针对子阵布局后的激励幅值进行了优化,而没有涉及激励相位的优化。Massa等人^[15]提出了一种基于激励匹配策略的子阵划分方法-邻接划分法(Contiguous Partition Method, CPM),将最优子阵布局解空间的维数从指数级减少到二项式级,大大改善了算法的寻优性能,从而能较好地应用于阵元数目较多的阵列。在此基础上,文献^[16]基于激励匹配策略,利用CPM对多波束子阵的布局结构及相应子阵激励的幅值进行了综合研究;文献^[17,18]基于相位匹配策略,分别将CPM应用到扫描相控阵天线的子阵布局及子阵的相位延时优化中。但事实上,无论是智能优化方法、传统聚类方法还是CPM方法,由于其优化对象必须具有实数值,所以这些方法一般不能同时对子阵的激励幅值和相位进行优化综合,这就减小了子阵综合的自由度和灵活性。特别是当对具有非对称形状或任意形状波束相控阵进行子阵划

分时,将面临极大的困难。2020年,Rocca等人^[19]提出了一种基于K-means聚类的子阵划分方法(K-Means Method, KMM),采用激励匹配策略,并利用K-means聚类方法对一维相控阵的子阵划分布局及子阵激励进行了研究。该方法能对子阵激励的幅值和相位同时进行优化。在此基础上,Shi等人^[20]将KMM方法应用到二维平面阵的子阵划分问题研究中;Benoni等人^[21]进一步提出了基于模式匹配策略的K-means聚类子阵划分方法,先通过空间填充曲线(Space Filling Curves, SFCs)理论,将参考阵列复激励的二维参数空间降维到Hilbert曲线一维空间,之后利用K-means聚类方法对子阵布局及相应激励进行了优化设计。该方法设计实现比较复杂,且子阵划分效果受Hilbert曲线旋转角的影响。总体上看,K-means聚类方法不是一种全局优化方法,且其收敛结果极易受到初始聚类中心选取不当的影响。同时,这类方法实现的前提是参考阵列的激励必须已知,这对于更有意义的子阵综合问题(用户定义任意形状波束,参考阵列激励是未知的)是不利的。

本文提出一种被称为嵌套K-means聚类算法(Nested K-means Method, NKM)的子阵划分方法。首先,根据用户定义的任意形状波束要求,利用粒子群智能优化方法综合得出参考阵列每个单元的激励系数;其次,借助谢昆诺夫多项式和基本代数理论,发现存在多种不同的阵元激励组合,这些组合的总数由非单位圆上的谢昆诺夫多项式根决定,且它们能产生相同的天线方向图;接着,设计了一个内外嵌套的循环迭代算法,该算法旨在寻找一组最优的参考阵列激励以及最佳的子阵布局。在此基础上,外部循环通过谢昆诺夫单位圆上的根分布,寻找辐射相同方向图的多组激励组合;内部循环利用K-means聚类方法,优化子阵布局及相应激励。与K-means算法相比,本文方法NKM不仅能对阵元激励的幅值和相位同时进行优化,而且对任意形状波束相控阵均有较好的子阵综合效果^[22]。

2 问题描述

考虑一个沿x轴排列的N单元均匀间距直线相控阵,其阵因子可表示为

$$F(u) = \sum_{q=1}^Q I_q \sum_{n=1}^N w_{nq} e^{ik(n-1)du} \quad (1)$$

其中,d为阵元间距, v_n 为天线单元的复激励, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, λ 是波长, $u = \sin \theta$ 。基于子阵划分思想,该相控阵N个阵元被划分为Q(Q≤N)个子阵,每个子阵包含有

$N_q (q=1, 2, \dots, Q)$ 个阵元, 则有 $\sum N_q = N$. 如图 1 所示, 该子阵辐射的阵因子方向图为

$$F(u) = \sum_{q=1}^Q I_q \sum_{n=1}^N w_{nq} e^{jk(n-1)du} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{W} = \{w_{nq} \in \{0, 1\}, n=1, 2, \dots, N; q=1, 2, \dots, Q\}$ 代表子阵布局向量, 如果第 n 个单元属于第 q 个子阵, 则 $w_{nq} = 1$, 否则 $w_{nq} = 0$; $I_q = \alpha_q e^{j\varphi_q}$ 表示第 q 个子阵的复激励.

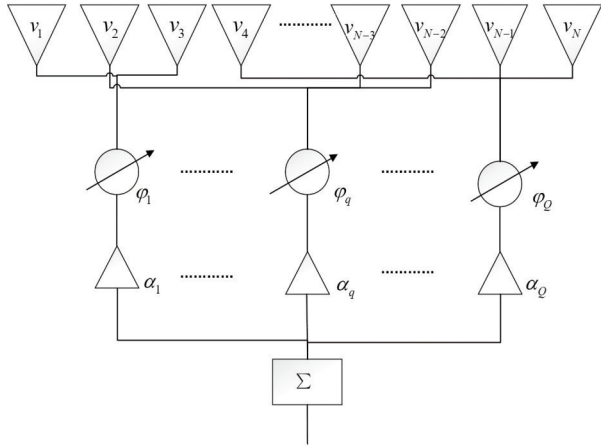


图 1 相控阵子阵列结构示意图

由式(2)可知, 本文的子阵划分问题(任意形状波束一维相控阵的子阵综合问题)可表述为“定义阵列的最优子阵布局, $\mathbf{W}^{\text{opt}} = \{w_{nq}^{\text{opt}}, n=1, 2, \dots, N; q=1, 2, \dots, Q\}$ 和相应的子阵激励权重, 使得辐射方向图 $F^{\text{opt}}(u)$ 位于用户定义的任意形状波束的下界 $L(u)$ 和上界 $U(u)$ 内”. 基于此, 本文提出了一种外部循环基于激励匹配策略、内部循环基于 K-means 聚类算法的嵌套迭代子阵划分方法.

3 方法介绍

对于用户期望的任意形状参考方向图, 由天线理论可知, 参考阵列单元的激励具有非唯一性, 即存在多组不同的阵元激励而辐射相同的参考方向图, 下面借助谢昆诺夫多项式进一步进行说明. 引入复数参数 $z = e^{jkd u}$, 则参考方向图 $F^{\text{ref}}(z)$ 可表示为

$$F^{\text{ref}}(z) = \sum_{n=1}^N v_n z^{n-1} \quad (3)$$

式(3)即为谢昆诺夫多项式. 根据多项式理论, 一个 $N-1$ 次幂的多项式共有 $N-1$ 个根, 因此可将式(3)多项式改写为 $N-1$ 个根相乘的形式:

$$F^{\text{ref}}(z) = v_N \prod_{i=1}^{N-1} (z - z_i) \quad (4)$$

其中, v_N 为参考阵列中第 N 个阵元的激励, z_i 为复数根(零点).

由式(4)可知, $F^{\text{ref}}(z)$ 存在 $R_{\text{tot}} = N-1$ 个根, 在复数 z 域内, 对于分布在单位圆(即谢昆诺夫单位圆)上的根, 由于 $1/z_i^* = z_i/z_i^* \times z_i = z_i$, 因此把 z_i 改为其共轭倒数 $1/z_i^*$ 并不会改变根的取值. 而对于那些不在单位圆上的根(非谢氏根), 可以证明:

$$|z - z_i| = \sqrt{(z - z_i)(z - z_i)^*} = \sqrt{1 + z_i \times z_i^* + z \times z_i^* + z^* \times z_i} \quad (5)$$

$$\left| z - \frac{1}{z_i^*} \right| = \sqrt{\left(z - \frac{1}{z_i^*} \right) \left(z - \frac{1}{z_i^*} \right)^*} = \sqrt{\frac{1}{z_i \times z_i^*} (1 + z_i \times z_i^* + z \times z_i^* + z^* \times z_i)} \quad (6)$$

由式(5)和式(6)可知, 把不在单位圆上的根 z_i 改为 $1/z_i^*$, $|F^{\text{ref}}(z)|$ 成倍增加或减少, 归一化后的 $F^{\text{ref}}(z)$ 并不会发生改变. 这也就意味着不在谢昆诺夫单位圆上的根取共轭倒数, 并不改变天线方向图的形状. 例如谢昆诺夫单位圆上有 R 个根不在单位圆上, 那么存在 $K = 2^R (R \leq R_{\text{tot}})$ 个不同的 z 根组合, 但提供相同的归一化辐射模式 $F^{\text{ref}}(z)$. 例如 $N=3$, 且 $R=2$, 则有 4 种不同组合的 z 根: (z_1, z_2) 、 $(z_1, 1/z_2^*)$ 、 $(1/z_1^*, z_2)$ 及 $(1/z_1^*, 1/z_2^*)$, 那么存在 4 组激励生成相同的天线方向图^[22].

因此, 本文的总体框架如下: 首先利用粒子群优化算法(PSO)确定满足用户需求的完全填充阵列的激励及相应的任意形状波束; 其次设计一种外部循环基于激励匹配策略、内部循环基于 K-means 聚类算法的嵌套迭代子阵划分方法, 以实现最佳的子阵布局并产生与参考方向图最接近的波束模式. 具体而言, 整个过程包括以下几方面.

3.1 问题准备

设置参考方向图的上界 $U(u)$ 和下界 $L(u)$, 由式(7)定义满足用户需求的任意形状波束.

$$L(u) \leq F^{\text{ref}}(u) \leq U(u) \quad (7)$$

其中, $F^{\text{ref}}(u)$ 表示完全填充阵列的参考方向图, 其表达式可由式(1)给出, 式中的单元激励 v_n 可依据式(7)并利用粒子群优化算法^[23]得到. 把复数域 $z = e^{jkd u}$ 代入求出的 $F^{\text{ref}}(u)$, 进一步可得到如式(3)表示的 $F^{\text{ref}}(z)$.

根据前面的结论, $F^{\text{ref}}(z)$ 有 $K = 2^R (R \leq R_{\text{tot}})$ 个不同的 z 根组合, 初始化外部循环 k (即 $k=1$) 并计算式(3)中多项式的根 $z_i^{(k)} (i=1, 2, \dots, N-1)$, 使得 $F^{\text{ref}}(z)$ 可以表示为

$$F^{\text{ref}}(z) = F_k^{\text{ref}}(z) = v_N \prod_{i=1}^{N-1} (z - z_i^{(k)}) \quad (8)$$

3.2 外部循环

由问题设置得到了 K 个不同的 z 根组合 $z_i^{(k)}$, 因而可

以通过式(1)和式(8)产生 K 组不同的激励组合 $v_n^{(k)}$.

外部循环初始化(即 $k=1$),从第一组多项式根 $z_i^{(0)}$ 开始,由式(8)确定参考波束阵因子 $F^{\text{ref}}(u)$ 的第一组激励组合 $v_n^{(0)}$.接着,把第一组激励组合 $v_n^{(0)}$ 代入内部循环.随后进入内部循环,利用 K-means 聚类算法得到该激励下的最佳子阵布局,并更新激励(即 $k \leftarrow k+1$).

3.3 内部循环

在内部循环中,在已知参考波束的每个阵元激励的基础上,采用 K-means 聚类方法来迭代合成最佳的子阵列布局,以使所产生的波束尽可能接近参考波束.具体步骤如下.

步骤 1:初始化(即 $t=1$),随机将外部循环产生的激励 $v_n^{(k)}$ 赋值给 Q 个子阵的聚类中心 $I_q^{(k,t)}$, $q=1,2,\dots,Q$,设置子阵布局向量 $\mathbf{W}^{(k,t)}|_{t=1} = \{w_{nq}^{(k,t)}=0, n=1,2,\dots,N; q=1,2,\dots,Q\}$,并设定最大迭代次数 T .

步骤 2:计算参考阵元激励 $v_n^{(k)}$ ($n=1,2,\dots,N$) 到每个子阵聚类中心 $I_q^{(k,t)}$ ($q=1,2,\dots,Q$) 的欧几里德距离:

$$\gamma_{nq}^{(k,t)} = \|v_n^{(k)} - I_q^{(k,t)}\| = \left[\{v_n^{(k)}\}^2 - \{I_q^{(k,t)}\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

步骤 3:按照相似度最大原则(即欧氏距离 $\gamma_{nq}^{(k,t)}$ 最小化原理),将参考阵列的每个阵元划分到相应的子阵,并且通过设置 $w_{nq}^{(k,t)}=1$ 来更新子阵布局向量 $\mathbf{W}^{(k,t)}$.

步骤 4:更新聚类中心.更新迭代($t \leftarrow t+1$),按照式(10)计算并更新子阵聚类中心 $I_q^{(k,t)}$.

$$I_q^{(k,t)} = \frac{\sum_{n=1}^N w_{nq}^{(k,t)} v_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{nq}^{(k,t)}} \quad (10)$$

步骤 5:终止迭代.当达到最大迭代次数($t=T$)或子阵中心不再变化($I_q^{(k,t)}=I_q^{(k,t-1)}$)时,则终止迭代,跳出内部循环,更新外部循环($k \leftarrow k+1$),并输出第 k 次迭代的最优子阵布局 $\mathbf{W}_{\text{opt}}^{(k)} = \mathbf{W}^{(k,t)}$ 以及子阵聚类中心 $I_q^{(k,t)}$.否则,重复步骤 2~步骤 4.

3.4 循环结束后的处理

当外部循环迭代次数($k>K$)时,结束整个循环.本文在设计迭代优化损失函数 $\Psi(\mathbf{W}^{(k,t)})$ 时采用激励匹配策略^[19]:

$$\Psi(\mathbf{W}^{(k,t)}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left| v_n^{(k)} - \sum_{q=1}^Q w_{nq}^{(k,t)} I_q^{(k,t)} \right|^2 \quad (11)$$

通过比较 K 组不同激励下的激励匹配函数 $\Psi(\mathbf{W}^{(k,t)})$,使参考波束与子阵列激励匹配损失函数最小化.该激励匹配函数下的子阵划分即为最优子阵划分,并输出最终的激励($v_n^{(k)}$)和子阵布局向量 $\mathbf{W}_{\text{opt}}^{(k)}$.算法 1 为嵌套 K-means 聚类算法(NKM)的伪代

码表.

算法 1 嵌套 K-means 算法

输入:参考方向图的上界 $U(u)$ 和下界 $L(u)$

1. 开始
2. 利用 PSO 算法,求出满足用户定义上下界的任意形状波束 $F^{\text{ref}}(u)$
3. 引入复数参数 $z=e^{jku}$,则参考方向图可表示为 $F^{\text{ref}}(u)$
4. 找出不在谢昆诺夫单位圆上根 z_i 的个数 R
5. z_i 与其共轭转置可以排列组合成 $K=2^R$ 组产生相同的方向图的根组合
6. 外部循环:
7. if 是否完成 K 次迭代 then
8. 由谢昆诺夫单位圆的根求出激励
9. 内部循环:
10. 采用 K-means 聚类算法,找到该激励下的最优子阵划分
11. 结束内部循环
12. $k=k+1$
13. end if
14. 结束外部循环
15. 比较 K 组不同激励下的激励匹配函数,选出最小的
16. 该激励匹配函数下的子阵划分即为最优子阵划分
17. 结束

输出:最小激励匹配函数下的最优子阵布

4 结果与分析

本节将 NKM 算法应用到任意形状天线方向图的子阵划分问题中,包括对称平顶、非对称平顶以及余割平方形状波束等,并通过与传统 K-means、PSO 方法结果进行比较来验证所提方法的有效性.评价指标采用式(11)定义的激励匹配误差和式(12)定义的模式匹配误差.

$$\phi^{\text{NKM}} = \frac{\int_{-1}^1 |F^{\text{NKM}}(u) - F^{\text{ref}}(u)| du}{\int_{-1}^1 F^{\text{ref}}(u) du} \quad (12)$$

其中, $F^{\text{ref}}(u)$ 表示利用粒子群优化算法综合出的满足任务要求的参考阵列阵因子, $F^{\text{NKM}}(u)$ 表示利用本文所提 NKM 方法子阵划分后的阵因子.另外,本文方法仿真的 PC 配置是 Windows 10 操作系统, CPU 为 Intel (R) Core(TM) i5-9600KF, 内存 32 G.

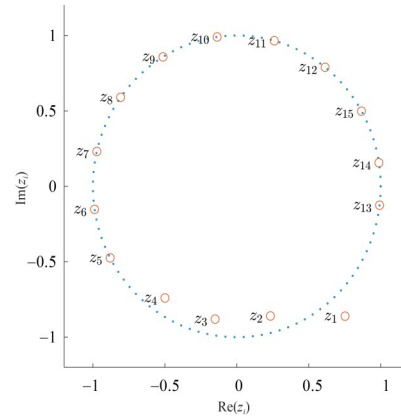
第一个算例,我们考虑一个 $N=16$, $d=\lambda/2$ 间隔相同的余割平方天线方向图的子阵划分问题.具体的要求如下:旁瓣电平 $\text{SLL}=-20.0$ dB,主瓣波纹起伏 $\text{RPE}=\pm 1.0$ dB.首先利用粒子群优化方法综合出满足任务要求的各阵元激励及相应的参考阵列因子,由于设置的阵元数 $N=16$,其相应的谢昆诺夫多项式的最大次幂为 15,这意味着该多项式存在 $R_{\text{tot}}=15$ 个根,通过观察图 2(a),发现有 $R=4$ 个根在单位圆外.在

本方法的内外循环中,外部循环的最大迭代次数为 $K=16(K=2^n)$,图 2(b)给出了满足用户定义波束的 16 组激励集分布,每组激励集中都存在 16 个激励(用同一形状和同一颜色表示同一组激励集). 根据文献[19]设置参考阵列子阵划分数 $Q=12$,图 2(c)呈现了式(11)的激励匹配误差函数 $\Psi^{(k,T)}$ 随外部迭代次数 k 的变化情况. 最小激励匹配误差 $\Psi_{opt}=0.0072$,这意味着通过 NKM 求出的最优子阵激励 $(I_q^{NKM} = \{I_q^{NKM}, q=1, 2, \dots, Q\})$ 非常接近参考阵列激励. 图 3(a)显示了最佳子阵布局 W^{opt} 下各子阵激励 I_q^{NKM} 分布图. 图 3(b)显示了本算例中 16 个阵元所属 12 个子阵的分布图(不同的颜色代表不同的子阵). 图 3(c)是本文 NKM 法子阵划分后的子阵方向图与参考阵列方向图的比较,可以看出两者保持一致且在赋形区形状几乎完全一致,且由式(12)计算得到方向图模式匹配误差 $\Phi^{NKM}=0.0083$. 图 3(d)是本文 NKM 方法、传统 K-means 聚类方法(KMM 方法)的子阵划分结果与参考阵列方向图的比较,可以看出 NKM 法子阵划分效果要明显优于 KMM 方法,所产生的波束更接近于参考方向图,从 KMM 方法的模式匹配误差 $\Phi^{KMM}=0.1152$ 也可以看出.

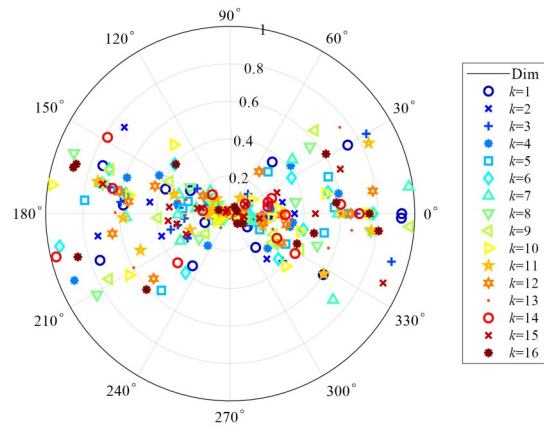
图 4 给出了不同子阵划分数 $Q(4 \leq Q \leq 14)$ 下,激励匹配损失值 Ψ^{NKM} 和模式匹配损失值 Φ^{NKM} 随子阵数的变化情况. 正如所预期的那样,子阵数 Q 越大,激励匹配损失值和模式匹配损失值越小,这说明划分后的子阵激励与参考波束的匹配程度越大. 例如, $\Psi^{NKM}|_{Q=4} = 0.1444$, $\Psi^{NKM}|_{Q=12} = 0.0072$, $\Phi^{NKM}|_{Q=4} = 0.0328$, $\Phi^{NKM}|_{Q=12} = 0.0083$. 因此,对于形状复杂的参考阵列波束,当子阵划分数增加时,子阵综合效果越来越好.

第二个算例讨论非对称平顶天线方向图子阵划分情况,阵列的具体要求如下:在 $-20^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ 范围内 $L(u)=-1.0$ dB,在 $-30^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ 范围内 $U(u)=0.0$ dB,在 $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 范围内 $U(u)=-30$ dB,在其他情况下 $U(u)=-20$ dB. 本算例中选取阵列天线阵元数 $N=20$,间距 $d=\lambda/2$. 图 5(a)显示该方向图下谢昆诺夫多项式的根分布情况,其中不在谢昆诺夫单位圆上的根总数 $R=13$,即外部循环迭代总数 $K=2^{13}=8192$ 次. 图 5(b)是设定内部循环 K-means 聚类子阵数 $Q=15$ 时 NKM 方法的子阵方向图与参考方向图的比较情况,同时也给出了传统 KMM 方法及粒子群优化(PSO)方法的子阵划分结果. 从图中结果来看,NKM 法子阵划分效果要明显优于 KMM 和 PSO 方法,而 KMM 方法又要优于 PSO 方法.

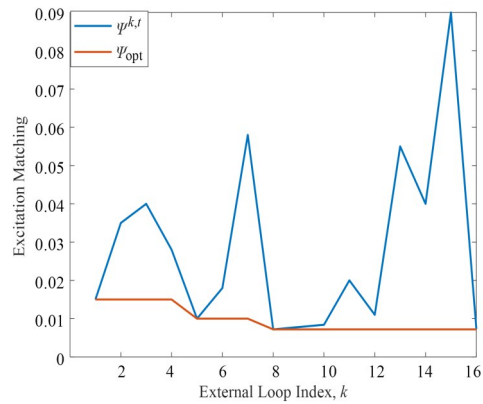
表 1 是当子阵数 $Q=[9, 11, 13, 15]$ 时,传统 K-means 聚类算法与嵌套 K-means 聚类算法两种子阵划分方法



(a) 谢昆诺夫多项式根分布



(b) 16 次迭代下各阵元的参考激励集



(c) 激励匹配函数及激励匹配函数的最小值随迭代次数 k 的变化

图 2 余割平方波束($N=16$)

的激励匹配损失值、模式匹配损失值及两种算法所花时间的对比. 从中可以发现,当子阵数增加时,两种子阵划分方法的匹配损失值均减小,但在相同子阵数情况下,NKM 方法无论是激励匹配误差还是模式匹配误差均要明显优于 KMM 方法. 在计算效率上,两种方法运行时间几乎不受子阵划分数 Q 的影响,嵌套 K-means 算法运行时间大部分用在外部循环迭代开销上,

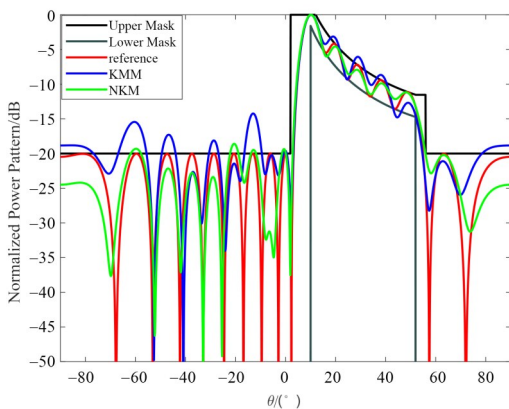
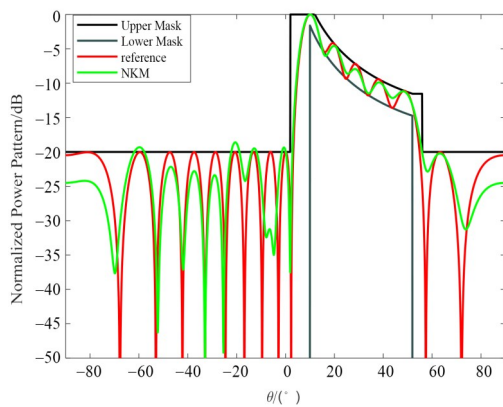
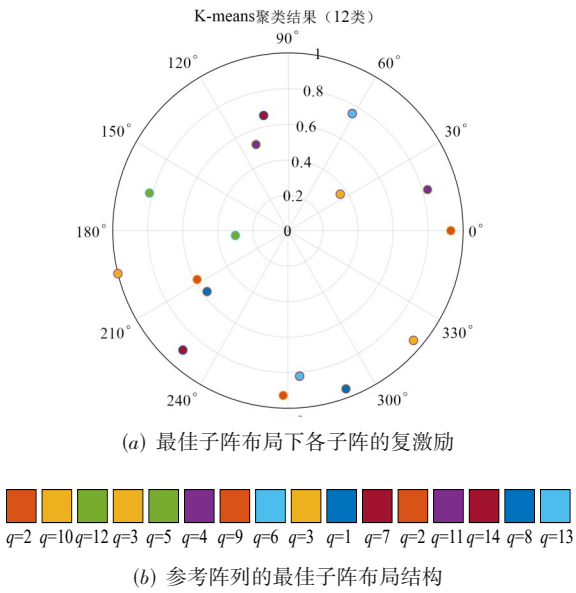


图3 余割平方波束(N=16)

而最大外部循环迭代数 K 与子阵划分数 Q 无关,主要由参考阵列谢昆诺夫多项式不在单位圆上分布的根的个数决定.总的来说,嵌套K-means聚类算法运行所花的时间要比K-means聚类算法多一些,但考虑到NKM方

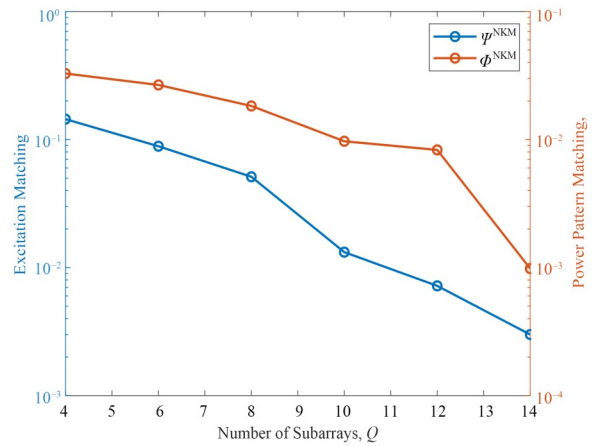


图4 余割平方波束(N=16),激励匹配误差及模式匹配误差随子阵数Q的变化

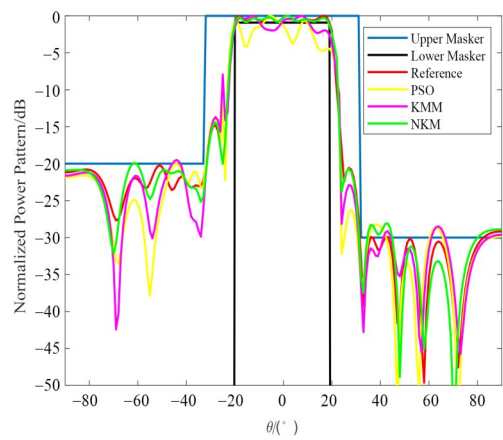
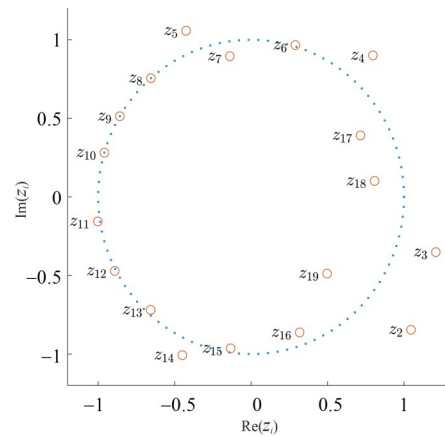


图5 非对称平顶波束(N=20,Q=15)

法的子阵波束更接近参考波束以及算法整体运行时间较短(一般不到30s),因此嵌套K-means聚类算法相比K-means聚类算法还具有很大的优势.而基于粒子群优化算法运行所花的时间则最长,且上述3种子阵划分方

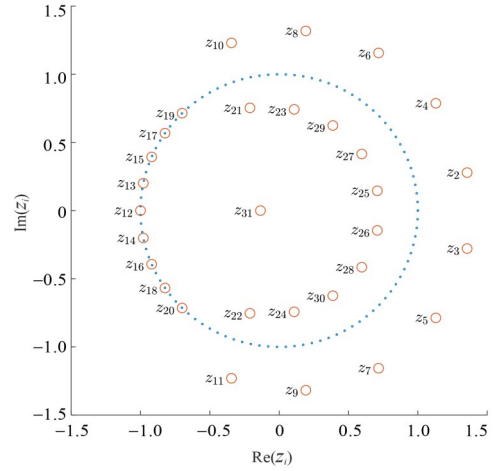
法下,耗时均不超过 50 s.

表 1 不同子阵数下,两种方法的匹配损失值及运行所花时间的对比

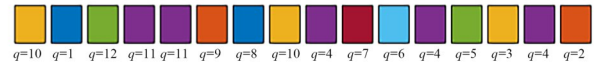
子阵数 Q	激励匹配误差 (ψ^{KMM}/ψ^{NKM})	方向图匹配误差 (Φ^{KMM}/Φ^{NKM})	运行时间/s (T^{KMM}/T^{NKM})
9	0.286 0/0.001 5	0.466 6/0.035 2	0.105 0/22.335
11	0.163 3/0.008 9	0.372 1/0.028 9	0.102 5/22.105
13	0.145 2/0.007 7	0.243 5/0.022 7	0.096 2/22.039
15	0.007 3/0.003 5	0.231 1/0.017 5	0.094 1/21.991

以上讨论了本文方法任意非对称波束子阵划分的有效性,下面的算例针对对称波束参考阵列子阵划分问题.考虑一个阵列单元数 $N=32$ 的对称平顶天线方向图,旁瓣电平 $SLL < -20$ dB.参考波束阵因子 $F^{ref}(u)$ 的对称性,在整个参考阵列单元激励集合内存在纯实激励,因此归一化激励的解空间从二维域收缩到一维域,这是嵌套 K-means 聚类算法的一个特殊应用.图 6(a) 显示了该参考方向图下谢昆诺夫多项式的根的分布,其中不在单位圆上的根 $R=20$.但由于存在多对根关于单位圆是共轭倒数关系(如 $z_{10} = 1/z_{21}^*$),迭代次数将大幅减少(原本 z_{10}, z_{21} 可组成 (a) z_{10}, z_{21} ; (b) $z_{10}, 1/z_{21}^*$; (c) $1/z_{10}^*, z_{21}$; (d) $1/z_{10}^*, 1/z_{21}^*$ 4 种;由于 $z_{10} = 1/z_{21}^*$ 的关系, (a) 和 (d) 两种情况是一种组合,实际只有三种组合).根据此结论,外部循环的迭代次数为 59 049 次 ($K = 3^{R/2} = 3^{10}$).图 6(b) 是在设定子阵数 $Q=12$ 时嵌套 K-means 聚类算法的子阵布局,图 6(c) 显示了最小激励匹配损失值下各子阵的激励,图 6(d) 是嵌套 K-means 聚类算法和 K-means 聚类算法的子阵波束与参考波束的对比.从中可以看出,对于简单对称形状波束阵列,两种方法都得到了很好的子阵划分效果,但相对而言,嵌套 K-means 聚类算法的子阵波束更接近参考方向图.

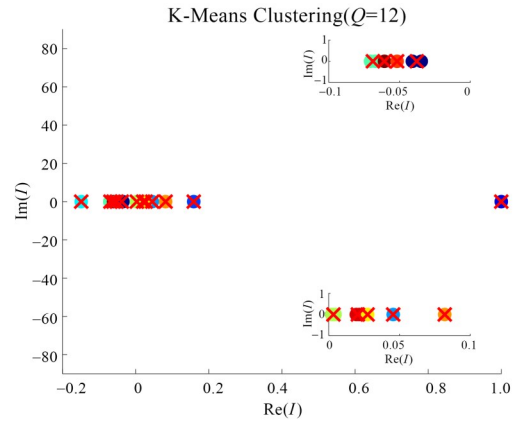
下面进一步讨论嵌套 K-means 算法在不同阵元数下的有效性.在此,仍以对称平顶天线方向图为例,旁瓣电平 $SLL < -20$ dB,设定阵列单元数量 ($8 \leq N \leq 32$),并固定子阵划分数与阵列单元数量的比值(如 $Q/N = 3/8$),图 7 给出了在嵌套 K-means 算法的最佳子阵划分下,激励匹配损失值 Ψ^{NKM} 和模式匹配损失值 Φ^{NKM} 随阵元数 N 的变化折线图.从中可以发现,随着阵元数 N 的增多,参考波束变形阵因子多项式不在非谢昆诺夫单位圆上的根的数目 R 也逐渐增多,例如当 $N=8, 16, 24, 32$ 时, $R=4, 10, 16, 20$,因此嵌套 K-means 聚类算法中外部循环的迭代次数 $K = 3^{R/2}$ 也随之增加.由此可以得出结论,在固定 $Q/N = 3/8$ 比值的情况下,激励匹配损失值 Ψ^{NKM} 和模式匹配损失值 Φ^{NKM} 均随着阵列单元数的增加而减小,相应地,其子阵波束也越来越



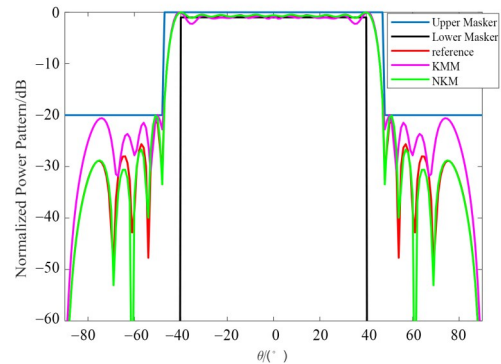
(a) 谢昆诺夫多项式的根的分布



(b) 子阵数 $Q=12$ 时的最优子阵布局



(c) 最优子阵布局下的子阵列激励



(d) 两种方法子阵方向图与参考方向图的比较

图 6 对称平顶波束($N=32$)

逼近参考波束.

表 2 是 4 种不同阵元数下嵌套 K-means 聚类算法外部循环迭代次数及算法运行所花时间的比较.从中可

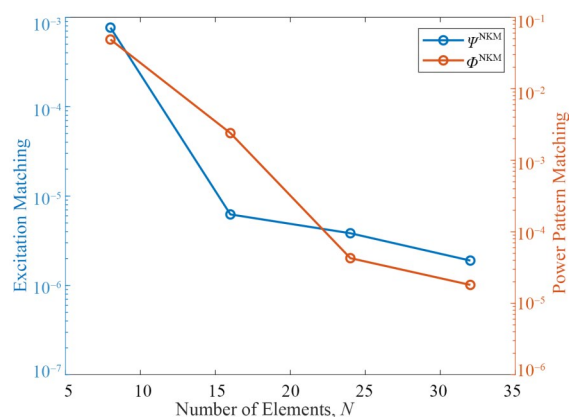


图7 阵元数 $8 \leq N \leq 32$, 子阵数 $Q/N = 3/8$, 子阵划分后激励匹配损失值 Ψ 和模式匹配损失值 Φ 随阵元数 N 的变化情况

表2 不同阵元数下嵌套 K-means 聚类算法外部循环迭代的最大次数及运行所花的时间

阵元数 N	迭代次数 K	运行时间 T/s
8	3^2	0.139 2
16	3^5	0.261 4
24	3^8	12.642 1
32	3^{10}	117.336 4

以发现,随着阵元数增加,外部循环迭代次数同样在增加,因此算法运行所花的时间也随之增加,但可以发现整体的运行时间都不超过 120 s,这说明本文方法具有较好的计算效率。

5 结论

本文提出了一种基于 K-means 聚类的嵌套循环的相控阵子阵划分方法,可实现上下约束下任意形状波束相控阵的子阵布局 and 确定相应的子阵激励。该方法运用了谢昆诺夫多项式天线理论及群智能优化方法,在此基础上,设计了一个内外嵌套循环的迭代算法,在激励匹配策略下利用 K-means 聚类方法最终实现了相控阵子阵划分。通过不同波束相控阵(如余割平方、非对称平顶等)的子阵划分,并讨论阵元数、子阵数变化下 NKM 方法的适用情况,证明了嵌套 K-means 算法的有效性。同时,经过与 KMM 方法、PSO 方法的子阵划分结果比较,所提方法具有更好的子阵划分效果,综合得出的子阵方向图更接近参考阵列波束方向图。

参考文献

[1] 王焜,董元旦. 基于混合电磁超材料的宽角扫描相控阵天线[J]. 电子学报, 2023, 51(2): 267-274.
WANG Z, DONG Y D. A hybrid metamaterial-based wide-angle beam-scanning phased array antenna[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(2): 267-274. (in Chinese)

[2] 徐鹏颖, 蔺卡宾, 韩宝庆, 等. 阵列天线电磁-结构-热耦合理论: 现在与未来[J]. 电子学报, 2022, 50(12): 2817-2853.
XU P Y, LIN K B, HAN B Q, et al. Electromagnetic-structural-thermal coupling theory for array antenna: Present and future[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(12): 2817-2853. (in Chinese)

[3] ROCCA P, OLIVERI G, MAILLOUX R J, et al. Unconventional phased array architectures and design methodologies: A review[C]//Proceedings of the IEEE. Piscataway: IEEE, 2016: 544-560.

[4] 徐统民, 张峰干, 王旭健. 并联型非均匀间距微带阵列天线设计[J]. 现代电子技术, 2021, 44(9): 1-5.
XU T M, ZHANG F G, WANG X J. Design of parallel non-uniform spacing microstrip array antenna[J]. Modern Electronic Technique, 2021, 44(9): 1-5. (in Chinese)

[5] 李龙军, 王布宏, 夏春和. 稀疏共形阵列天线方向图综合[J]. 电子学报, 2017, 45(1): 104-111.
LI L J, WANG B H, XIA C H. Synthesis of sparse conformal array antennas pattern[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(1): 104-111. (in Chinese)

[6] CID J M, RODRIGUEZ J A, ARES F. Shaped power patterns produced by equispaced linear arrays: Optimized synthesis using orthogonal $\sin(nx)/\sin(x)$ beams[J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 1999, 13(7): 985-992.

[7] ARES F, RODRIGUEZ J A, MORENO E, et al. Optimal compromise among sum and difference patterns[J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 1996, 10(11): 1543-1555.

[8] ARES-PENA F J, RODRIGUEZ-GONZALEZ J A, VILLANUEVA-LOPEZ E, et al. Genetic algorithms in the design and optimization of antenna array patterns[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1999, 47(3): 506-510.

[9] PIRHADI A, RAHMANI M H, MALLAHZADEH A. Shaped beam array synthesis using particle swarm optimization method with mutual coupling compensation and wideband feeding network[J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2014, 8(8): 549-555.

[10] LOPEZ P, RODRIGUEZ J A, ARES F, et al. Subarray weighting for the difference patterns of monopulse antennas: Joint optimization of subarray configurations and weights[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2001, 49(11): 1606-1608.

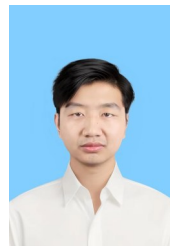
[11] CAORSI S, MASSA A, PASTORINO M, et al. Optimization of the difference patterns for monopulse antennas

- by a hybrid real/integer-coded differential evolution method[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2005, 53(1): 372-376.
- [12] OLIVERI G, POLI L. Optimal sub-arraying of compromise planar arrays through an innovative ACO-weighted procedure[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2010, 109(4): 279-299.
- [13] 赵小莹, 柯腾龙, 丁忆涵. 基于改进型蚁群算法的阵列天线综合[J]. 电波科学学报, 2012, 27(3): 447-451, 464. ZHAO X Y, KE T L, DING Y H. Pattern synthesis of antennas based on a modified ant colony optimization algorithm[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2012, 27(3): 447-451, 464. (in Chinese)
- [14] 熊子源, 徐振海, 张亮, 等. 基于聚类算法的最优子阵划分方法研究[J]. 电子学报, 2011, 39(11): 2615-2621. XIONG Z Y, XU Z H, ZHANG L, et al. Research on the optimal subarray partition based on clustering algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(11): 2615-2621. (in Chinese)
- [15] MANICA L, ROCCA P, MASSA A. Design of subarrayed linear and planar array antennas with SLL control based on an excitation matching approach[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(6): 1684-1691.
- [16] MANICA L, ROCCA P, OLIVERI G, et al. Synthesis of multi-beam sub-arrayed antennas through an excitation matching strategy[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2011, 59(2): 482-492.
- [17] ANSELMINI N, ROCCA P, SALUCCI M, et al. Contiguous phase-clustering in multibeam-on-receive scanning arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2018, 66(11): 5879-5891.
- [18] ROCCA P, HANNAN M A, POLI L, et al. Optimal phase-matching strategy for beam scanning of subarrayed phased arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2019, 67(2): 951-959.
- [19] ROCCA P, POLI L, POLO A, et al. Optimal excitation matching strategy for sub-arrayed phased linear arrays generating arbitrary-shaped beams[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2020, 68(6): 4638-4647.
- [20] SHI Q H, ZHENG Z, SUN Y. Pattern synthesis of subarrayed large linear and planar arrays using K-means solution[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2021, 20(5): 693-697.
- [21] BENONI A, ROCCA P, ANSELMINI N, et al. Hilbert-ordering based clustering of complex-excitations linear arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2022, 70(8): 6751-6762.
- [22] 张清河, 李宇航, 汪昭宇, 等. 一种嵌套 K-means 聚类的任意形状波束子阵划分方法: CN117909776A[P]. 2024-04-19.
- [23] GREDA L A, WINTERSTEIN A, LEMES D L, et al. Beamsteering and beamshaping using a linear antenna array based on particle swarm optimization[J]. IEEE Access, 2019, 7: 141562-141573.

作者简介



张清河 男, 1969年11月出生于湖北省当阳市. 现为三峡大学计算机与信息学院教授、硕士生导师. 主要研究方向为电磁散射与逆散射、微波成像、天线设计与综合、阵列信号处理等.
E-mail: zqh@ctgu.edu.cn



李宇航 男, 2000年6月出生于湖北省襄阳市. 现为三峡大学计算机与信息学院硕士研究生. 主要研究方向为子阵划分.
E-mail: 1437567029@qq.com