

传感器运动效应下水声信号传播速度未知的 TOA/TOA-AOA 水下无源定位方法

孙 霆¹, 王 威^{1*}, 高婧洁¹, 陈 鹏¹, 董阳阳², 董春曦²

(1. 长安大学信息工程学院, 陕西西安 710064; 2. 西安电子科技大学电子工程学院, 陕西西安 710071)

摘 要: 现有无源定位模型均假定运动传感器的位置在电磁波信号传播过程中不变或近似不变, 该模型对于自由空间中电磁波信号定位场景较为合理. 然而在声波、地震波等慢信号定位场景中, 传感器与目标相对运动导致的定位移动距离与信号传播距离的比值不容忽视, 继续采用现有无源定位模型可能会带来较大性能损失. 针对该问题, 本文以水声定位为例, 开展存在传感器运动效应(Sensor Motion Effect, SME)和未知水声信号传播速度的无源定位方法研究. 首先建立存在SME的水下无源定位观测模型, 分析现有定位模型未考虑SME的性能损失原因, 并导出新模型下的克拉美-罗下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB); 随后提出联合估计合作目标位置与水声信号传播速度的闭式解; 最后通过理论分析与仿真实验验证了本文所提方法的有效性和优越性.

关键词: 无源定位; 传感器运动效应; 未知水声信号传播速度; 克拉美-罗下界; 闭式解

基金项目: 陕西省自然科学基金计划(No.2023-JC-QN-0743); 长安大学青年学者学科交叉团队建设项目(No.300104240912); 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金(No.300102243401)

中图分类号: TN971.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2025)02-0409-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20240319

TOA/TOA-AOA Passive Localization Methods in the Presence of the Sensor Motion Effect and Unknown Underwater Acoustic Signal Propagation Speed

SUN Ting¹, WANG Wei^{1*}, GAO Jing-jie¹, CHEN Peng¹, DONG Yang-yang², DONG Chun-xi²

(1. School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China;

2. School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: The existing passive localization methods assume that the moving sensor positions remain unchanged (or approximately unchanged) during signal propagation. This assumption is reasonable in the free space of wireless radio propagation. However, in environments where slow signals such as acoustic waves or seismic waves are used for localization, the relative motion between the sensors and the unknown targets results in a non-negligible ratio of the movement distance to the signal propagation distance, using existing passive localization models may lead to substantial performance loss. To address this issue, this paper take the underwater acoustic localization scenario as an example to investigate the passive localization algorithm in the presence of the Sensor Motion Effect (SME) and the unknown underwater acoustic signal propagation speed. We first establish the observation model for underwater passive localization with SME, analyze the performance loss due to neglecting SME in existing localization models, and derive the Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) for the new localization scenario. Subsequently, the closed-form solution is developed for determining the source position and the unknown underwater acoustic signal propagation speed. The effectiveness and superiority of the proposed method are validated through theoretical analysis and numerical simulations.

Key words: passive localization; sensor motion effect; unknown underwater acoustic signal propagation speed; Cramer-Rao Lower Bound; closed-form solution

Foundation Item(s): Natural Science Basic Research Program of Shaanxi (No.2023-JC-QN-0743); Research Funds for the Interdisciplinary Project, CHU (No.300104240912); Fundamental Research Funds for the Central Universities, CHU (No.300102243401)

1 引言

无源定位具有隐蔽性强、精度高等优势,已广泛应用于雷达、智慧交通、物联网等军事以及商业领域^[1-3]. 常见的无源定位观测量有到达时间(Time Of Arrival, TOA)、到达时间差(Time Difference Of Arrival, TDOA)、到达频率(Frequency Of Arrival, FOA)以及到达频率差(Frequency Difference Of Arrival, FDOA)等^[4-6]. 当传感器或接收站具备测向功能时,也可利用到达角(Angle Of Arrival, AOA)^[7]提升定位精度.

现有无源定位方法大致可分为最大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)方法^[8]、凸优化解^[9,10]和闭式解^[11-18]三类. MLE方法和半定松弛(Semi-Definite Relaxation, SDR)方法具有良好的鲁棒性,但它们计算复杂度较高,且MLE方法需较好的初始值来保证全局收敛,在实际中可能无法获取^[19]. 闭式解由于其计算效率高,受到了国内外众多学者的青睐. 这些方法在适度的观测噪声或位置误差条件下,均能够实现克拉美-罗下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)^[20].

尽管如此,上述无源定位研究^[8-19]为了简化定位模型,均假设运动传感器的位置在电磁波信号传播过程中不变或近似不变,忽略了电磁波信号传播过程中传感器运动带来的影响. 由于光速远大于传感器运动速度,因此该假设对于自由空间中电磁波信号定位场景相对合理. 然而,对于声波、地震波等慢信号定位场景,传感器的运动相对于这些信号传播速度无法忽略,继续采用现有模型,忽略信号传播过程中产生的传感器运动效应(Sensor Motion Effect, SME)可能会造成较大的性能损失. 针对这些问题,文献[21~23]以水声定位场景为例,分别构建了多基地体制下存在SME的水声定位模型,提出了渐近有效的闭式方法. 然而,这些研究仍存在以下不足:(1)文献[21~23]实质上考虑的是主动定位场景,限制了其模型和方法在无源定位场景中的应用,同时主动定位会引入较多额外变量,需要较多传感器才能保证唯一解;(2)这些研究未考虑在实际场景中水声信号传播速度的不确定性;(3)SME影响无源定位性能的机制仍不清晰,且能够缓解甚至消除无源定位中SME影响的估计方法尚未见公开报道.

本文针对存在SME和未知水声信号传播速度的水下定位场景开展研究,并提出一种联合估计合作目标位置与水声信号传播速度的闭式解. 本文主要的创新点和工作可概括为以下2个方面:

(1)针对水下无源定位场景,建立了存在SME的TOA和AOA观测模型,并分析现有研究忽略SME对定位性能的影响,导出考虑SME时合作目标位置与水声信号传播速度联合估计的CRLB表达式.

(2)分别提出仅利用TOA和联合TOA-AOA的闭式解估计合作目标位置与水声信号传播速度,并通过理论

推导与仿真实验进一步验证本文所提方法的有效性.

2 定位模型

水下定位场景如图1所示,考虑在水下三维定位场景中利用 M 个匀速运动的传感器对未知合作目标 $\mathbf{u}^\circ = (x, y, z)^\top$ 进行定位,其中, $(*)^\circ$ 表示参数 $*$ 的真实值,下同. 第 j 个传感器的初始位置与速度分别记为 $\mathbf{s}_j = (x_{s_j}, y_{s_j}, z_{s_j})^\top$ 和 $\dot{\mathbf{s}}_j = (\dot{x}_{s_j}, \dot{y}_{s_j}, \dot{z}_{s_j})^\top$,其中, $j=1, 2, \dots, M$. 由于传感器运动速度相对于水声信号传播速度不可忽略,因此第 j 个传感器将会在新位置 $\tilde{\mathbf{s}}_j = (x_{\tilde{s}_j}, y_{\tilde{s}_j}, z_{\tilde{s}_j})^\top$ 处接收水声信号. 合作式目标所发射的信号通常会携带发射时间^[5,15,16],因此每个传感器均可得到TOA. 同时,通过控制中心设置,结合必要校准技术及同步误差估计手段可实现合作目标与传感器的时钟同步^[17,24],那么第 j 个传感器获取的真实TOA建模为

$$\tilde{\tau}_j^\circ = \frac{\|\mathbf{u}^\circ - \tilde{\mathbf{s}}_j\|}{c^\circ} \quad (1)$$

根据传感器线性运动模型,可得新位置 $\tilde{\mathbf{s}}_j$ 与初始位置 \mathbf{s}_j 存在如下关系:

$$\tilde{\mathbf{s}}_j = \mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j^\circ \quad (2)$$

由于式(1)所给表达式为TOA的递归形式,难以直接表征真实TOA,因此对式(1)两边同时平方并将式(2)代入,有

$$a_j (\tilde{\tau}_j^\circ)^2 + b_j \tilde{\tau}_j^\circ + c_j = 0 \quad (3)$$

式(3)为关于 $\tilde{\tau}_j^\circ$ 的一元二次方程,系数 a_j 、 b_j 和 c_j 分别可表示为

$$\begin{aligned} a_j &= (c^\circ)^2 - \dot{\mathbf{s}}_j^\top \dot{\mathbf{s}}_j \\ b_j &= 2\dot{\mathbf{s}}_j^\top (\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_j) \\ c_j &= -(\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_j)^\top (\mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_j) \end{aligned} \quad (4)$$

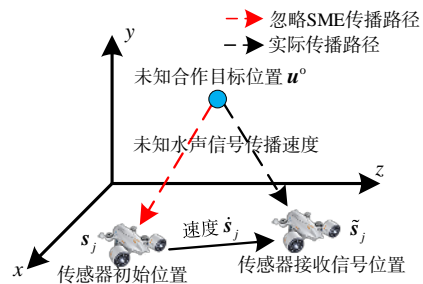


图1 水下定位场景示意图

水声信号传播速度通常大于传感器运动速度,因此 $-4a_j c_j > 0$,结合TOA真实值必定为正,可得

$$\tilde{\tau}_j^\circ = \frac{-b_j + \sqrt{b_j^2 - 4a_j c_j}}{2a_j} \quad (5)$$

本文延续现有无源定位^[8-16]及考虑SME主动定位研究^[21-23]中的高斯观测噪声模型,将第 j 个传感器实际

获取的 TOA 建模为真实值与观测噪声相叠加的形式. 同时, SME 仅使传感器位置发生了变化, 在不同位置获取 TOA 可认为是相互独立的过程, 忽略 SME 对观测噪声的影响, 那么第 j 个传感器实际获取的 TOA 为

$$\tilde{\tau}_j = \tau_j^\circ + \Delta\tilde{\tau}_j \quad (6)$$

其中, $\Delta\tilde{\tau}_j$ 表示第 j 个传感器的 TOA 观测噪声. 将所有传感器获取的 TOA 表示为向量形式:

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}} = (\tilde{\tau}_1, \tilde{\tau}_2, \dots, \tilde{\tau}_M)^\top = \boldsymbol{\tau}^\circ + \Delta\tilde{\boldsymbol{\tau}} \quad (7)$$

其中, $\Delta\tilde{\boldsymbol{\tau}} = (\Delta\tilde{\tau}_1, \Delta\tilde{\tau}_2, \dots, \Delta\tilde{\tau}_M)^\top$ 为服从高斯分布的 TOA 观测噪声, 其协方差矩阵为 $\boldsymbol{Q}_{\tilde{\boldsymbol{\tau}}}$; $\boldsymbol{\tau}^\circ = (\tau_1^\circ, \tau_2^\circ, \dots, \tau_M^\circ)^\top$ 为真实的 TOA.

此外, 第 j 个传感器在 $\tilde{\boldsymbol{s}}_j$ 处所得到的目标的真实方位角和俯仰角分别可记为

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_j^\circ &= \arctan \frac{\boldsymbol{u}^\circ(2) - \tilde{\boldsymbol{s}}_j(2)}{\boldsymbol{u}^\circ(1) - \tilde{\boldsymbol{s}}_j(1)} \\ \tilde{\theta}_j^\circ &= \arctan \frac{\boldsymbol{u}^\circ(3) - \tilde{\boldsymbol{s}}_j(3)}{\sqrt{(\boldsymbol{u}^\circ(1) - \tilde{\boldsymbol{s}}_j(1))^2 + (\boldsymbol{u}^\circ(2) - \tilde{\boldsymbol{s}}_j(2))^2}} \end{aligned} \quad (8)$$

根据式(8)与式(2)可知, 存在 SME 时的真实角度与时间有关, 这与现有无源定位模型有较大区别. 在实际观测时, 真实方位角和俯仰角难以获取, 与建立式(6)的过程类似, 将第 j 个传感器实际得到的方位角和俯仰角表示为

$$\tilde{\varphi}_j = \tilde{\varphi}_j^\circ + \Delta\tilde{\varphi}_j, \tilde{\theta}_j = \tilde{\theta}_j^\circ + \Delta\tilde{\theta}_j \quad (9)$$

忽略 SME 对角度观测噪声的影响, 将所有实际获取的方位角和俯仰角建模为

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\varphi}} &= (\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2, \dots, \tilde{\varphi}_M)^\top = \boldsymbol{\varphi}^\circ + \Delta\tilde{\boldsymbol{\varphi}} \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}} &= (\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_M)^\top = \boldsymbol{\theta}^\circ + \Delta\tilde{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\boldsymbol{\varphi}^\circ$ 和 $\boldsymbol{\theta}^\circ$ 分别为真实方位角与真实俯仰角, $\Delta\tilde{\boldsymbol{\varphi}}$ 与 $\Delta\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 为服从高斯分布的 AOA 观测噪声, 它们的协方差矩阵分别为 $\boldsymbol{Q}_{\tilde{\boldsymbol{\varphi}}}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}$. 将所有传感器实际获取的 TOA 和 AOA 表示为向量形式:

$$\tilde{\boldsymbol{m}} = (\tilde{\boldsymbol{\tau}}^\top, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}^\top, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^\top)^\top = \boldsymbol{m}^\circ + \Delta\tilde{\boldsymbol{m}} \quad (11)$$

其中, $\boldsymbol{m}^\circ = (\boldsymbol{\tau}^\circ)^\top, (\boldsymbol{\varphi}^\circ)^\top, (\boldsymbol{\theta}^\circ)^\top)^\top$, TOA-AOA 观测噪声 $\Delta\tilde{\boldsymbol{m}}$ 服从高斯分布, 其协方差矩阵为 $\boldsymbol{Q}_{\tilde{\boldsymbol{m}}}$. 本文的主要目标为仅利用 TOA 或联合 TOA-AOA 同时估计未知向量 $\boldsymbol{\phi}_1^\circ = (\boldsymbol{u}^\circ)^\top, c^\circ)^\top$.

3 理论性能分析

本节首先分析现有无源定位模型忽略 SME 对定位性能的影响. 随后推导第 2 节定位模型的 CRLB, 为后续定位方法提供评价标准.

3.1 忽略 SME 性能损失分析

首先定义当 SME 存在但被忽略时, 第 j 个传感器参数化的 TOA 和 AOA 观测模型分别为

$$\begin{aligned} \alpha_j(\boldsymbol{\phi}_1) &= \frac{\|\boldsymbol{u} - \boldsymbol{s}_j\|}{c} \\ \varphi_j(\boldsymbol{\phi}_1) &= \arctan \frac{\boldsymbol{u}(2) - \boldsymbol{s}_j(2)}{\boldsymbol{u}(1) - \boldsymbol{s}_j(1)} \\ \theta_j(\boldsymbol{\phi}_1) &= \arctan \frac{\boldsymbol{u}(3) - \boldsymbol{s}_j(3)}{l_j^2} \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $l_j^2 = \sqrt{(\boldsymbol{u}(1) - \boldsymbol{s}_j(1))^2 + (\boldsymbol{u}(2) - \boldsymbol{s}_j(2))^2}$, $\boldsymbol{\phi}_1 = (\boldsymbol{u}^\top, c)^\top$ 为参数化未知向量. 忽略 SME 时, 未知参数的最大似然估计函数为

$$J_{\text{ignore-SME}} = (\tilde{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1))^\top \boldsymbol{Q}_{\tilde{\boldsymbol{m}}}^{-1} (\tilde{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)) \quad (13)$$

其中, $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1) = (\alpha_1(\boldsymbol{\phi}_1), \alpha_2(\boldsymbol{\phi}_2), \dots, \alpha_M(\boldsymbol{\phi}_1), \varphi_1(\boldsymbol{\phi}_1), \varphi_2(\boldsymbol{\phi}_2), \dots, \varphi_M(\boldsymbol{\phi}_1), \theta_1(\boldsymbol{\phi}_1), \theta_2(\boldsymbol{\phi}_2), \dots, \theta_M(\boldsymbol{\phi}_1))^\top$ 表示参数化的 TOA-AOA. 利用泰勒级数线性展开思想^[25], 可分析忽略 SME 对定位精度的影响. 基本思路为: 首先将 $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)$ 在先验初始值处线性展开, 随后通过最小化代价函数得到目标参数估计值与真实值的关系式, 从而导出忽略 SME 时目标参数估计的均方误差 (Mean Square Error, MSE). 为了阐述简便, 这里直接将参数化的 TOA 和 AOA 在真实值 $\boldsymbol{\phi}_1^\circ = (\boldsymbol{u}^\circ)^\top, c^\circ)^\top$ 处线性展开, 那么 $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)$ 可近似改写为

$$\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1) \approx \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1^\circ) + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\phi}_1^\circ)(\boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\phi}_1^\circ) \quad (14)$$

其中, $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1^\circ)$ 与 $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)$ 形式完全相同, 仅需将 $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)$ 中的参数使用真实值代替. 矩阵 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\phi}_1^\circ)$ 为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\phi}_1^\circ) &= \left[\frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)}{\partial \boldsymbol{u}} \quad \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)}{\partial c} \right] \Big|_{\boldsymbol{\phi}_1 = \boldsymbol{\phi}_1^\circ} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)}{\partial \boldsymbol{u}} &= [\boldsymbol{C}_1^\top \quad \boldsymbol{C}_2^\top \quad \boldsymbol{C}_3^\top]^\top \\ \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\phi}_1)}{\partial c} &= (\boldsymbol{d}_1^\top, \boldsymbol{d}_2^\top, \boldsymbol{d}_3^\top)^\top \end{aligned} \quad (15)$$

其中, 向量 \boldsymbol{d}_2 和 \boldsymbol{d}_3 为 M 维全零向量, 矩阵 $\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2, \boldsymbol{C}_3$ 以及 \boldsymbol{d}_1 的第 j 行元素分别为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}_1(j, :) &= \frac{(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{s}_j)^\top}{c \|\boldsymbol{u} - \boldsymbol{s}_j\|} \\ \boldsymbol{C}_2(j, :) &= \frac{((\boldsymbol{s}_j(2) - \boldsymbol{u}(2)), (\boldsymbol{s}_j(1) - \boldsymbol{u}(1)), 0)}{l_j^2} \\ \boldsymbol{C}_3(j, :) &= - \left(\frac{(\boldsymbol{u}(1) - \boldsymbol{s}_j(1))(\boldsymbol{u}(3) - \boldsymbol{s}_j(3))}{\times (\boldsymbol{u}(2) - \boldsymbol{s}_j(2))(\boldsymbol{u}(3) - \boldsymbol{s}_j(3)), -l_j^2} \right) / r_j l_j^2 \\ \boldsymbol{d}_1(j, 1) &= - \frac{\|\boldsymbol{u} - \boldsymbol{s}_j\|}{c^2} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $r_j = \|\boldsymbol{u} - \boldsymbol{s}_j\|$, l_j^2 的定义已在式(12)给出.

将式(14)带入式(13), 关于 $\boldsymbol{\phi}_1$ 求一阶偏导并置零可得未知向量估计值的表达式为

$$\phi_1 = \phi_1^0 + \left(\mathbf{H}(\phi_1^0)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \mathbf{H}(\phi_1^0) \right)^{-1} \mathbf{H}(\phi_1^0)^T \mathbf{Q}_m^{-1} (\tilde{\mathbf{m}} - \boldsymbol{\beta}(\phi_1^0)) \quad (17)$$

根据式(17)可得,估计向量 ϕ_1 的均方误差矩阵为

$$\mathbf{MSE}(\phi_1) = E[(\phi_1 - \phi_1^0)(\phi_1 - \phi_1^0)^T] \quad (18)$$

将误差表达式 $\phi_1 - \phi_1^0 = \phi_1 - E(\phi_1) + E(\phi_1) - \phi_1^0$ 代入式(18),整理有

$$\mathbf{MSE}(\phi_1) = \underbrace{\left(\mathbf{H}(\phi_1^0)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \mathbf{H}(\phi_1^0) \right)^{-1}}_1 + \underbrace{\left(E(\phi) - \phi_1^0 \right) \left(E(\phi) - \phi_1^0 \right)^T}_2 \quad (19)$$

式(19)为现有方法忽略SME时,参数估计均方误差的具体表达式,等式右边第一项为无SME时的均方误差,第二项为忽略SME引入的误差项. 具体来讲,当观测噪声足够小时,式(19)中包含噪声协方差矩阵的第一项同样较小,那么现有方法忽略SME造成的性能损失主要由第二项决定,换言之,观测噪声较小时,继续采用现有方法可能会引起较大的性能损失. 反之,当观测噪声较大从而使第一项占据主导地位时,现有模型与本文所提模型均方误差可能相对接近. 此外还需强调的是,当仅有 $\tilde{\tau}$ 可利用时,向量 $\boldsymbol{\beta}(\phi_1)$ 及矩阵 $\mathbf{H}(\phi_1^0)$ 需分别调整为 $\boldsymbol{\beta}(\phi_1) = (\alpha_1(\phi_1), \alpha_2(\phi_2), \dots, \alpha_M(\phi_1))^T$ 和 $\mathbf{H}(\phi_1^0) = [\mathbf{C}_1 \ \mathbf{D}_1]$,同时矩阵 \mathbf{Q}_m 退化为 \mathbf{Q}_τ ,利用相同的分析方式同样可得上述结论.

3.2 CRLB

基于第2节所述定位模型,未知向量 $\phi_1^0 = (\mathbf{u}^0)^T, c^0)^T$ 的费舍尔信息矩阵(Fisher Information Matrix, FIM)为

$$\mathbf{FIM}_{\text{SME}} = \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{m}}^0}{\partial \phi_1^0} \right)^T \mathbf{Q}_m^{-1} \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{m}}^0}{\partial \phi_1^0} \right) \quad (20)$$

其中, $\frac{\partial \tilde{\mathbf{m}}^0}{\partial \phi_1^0}$ 为 $3M \times 4$ 的偏导矩阵,它可分块为

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{m}}^0}{\partial \phi_1^0} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial \mathbf{u}^0} \right)^T & \left(\frac{\partial \tilde{\phi}^0}{\partial \mathbf{u}^0} \right)^T & \left(\frac{\partial \tilde{\theta}^0}{\partial \mathbf{u}^0} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial c^0} \right)^T & \left(\frac{\partial \tilde{\phi}^0}{\partial c^0} \right)^T & \left(\frac{\partial \tilde{\theta}^0}{\partial c^0} \right)^T \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

其中,时间和角度分别关于未知向量的偏导项定义如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial \mathbf{u}^0}(j, :) &= \frac{(\mathbf{u}^0 - \tilde{\mathbf{s}}_j)^T}{c^0 \|\mathbf{u}^0 - \tilde{\mathbf{s}}_j\| + (\mathbf{u}^0 - \tilde{\mathbf{s}}_j)^T \dot{\mathbf{s}}_j} \\ \frac{\partial \tilde{\phi}^0}{\partial \mathbf{u}^0}(j, :) &= \frac{\left(\mathbf{g}_{1j} \frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial \mathbf{u}^0}(j, :) + \mathbf{f}_{1j} \right)}{l_j^2} \\ \frac{\partial \tilde{\theta}^0}{\partial \mathbf{u}^0}(j, :) &= \frac{\left(\mathbf{g}_{2j} \frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial \mathbf{u}^0}(j, :) - \mathbf{f}_{2j} \right)}{r_j^2 l_j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial c^0}(j, 1) &= \frac{-\|\mathbf{u}^0 - \tilde{\mathbf{s}}_j\|^2}{(c^0)^2 \|\mathbf{u}^0 - \tilde{\mathbf{s}}_j\| + c^0 (\mathbf{u}^0 - \tilde{\mathbf{s}}_j)^T \dot{\mathbf{s}}_j} \\ \frac{\partial \tilde{\phi}^0}{\partial c^0}(j, 1) &= \mathbf{g}_{1j} \frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial c^0}(j, :) \frac{1}{l_j^2} \\ \frac{\partial \tilde{\theta}^0}{\partial c^0}(j, 1) &= \mathbf{g}_{2j} \frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial c^0}(j, :) \frac{1}{r_j^2 l_j} \end{aligned} \quad (22)$$

其中,标量 \mathbf{g}_{1j} 和 \mathbf{g}_{2j} 计算方式为

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{1j} &= (y^0 - y_{\tilde{s}_j}) \dot{x}_{s_j} - (x^0 - x_{\tilde{s}_j}) \dot{y}_{s_j} \\ \mathbf{g}_{2j} &= \left((x^0 - x_{\tilde{s}_j}) \dot{x}_{s_j} + (y^0 - y_{\tilde{s}_j}) \dot{y}_{s_j} \right) (z^0 - z_{\tilde{s}_j}) - l_j^2 \dot{z}_{s_j} \end{aligned} \quad (23)$$

向量 \mathbf{f}_{1j} 和 \mathbf{f}_{2j} 分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{1j} &= \left(-(y^0 - y_{\tilde{s}_j}), (x^0 - x_{\tilde{s}_j}), 0 \right) \\ \mathbf{f}_{2j} &= \left((x^0 - x_{\tilde{s}_j})(z^0 - z_{\tilde{s}_j}), (y^0 - y_{\tilde{s}_j})(z^0 - z_{\tilde{s}_j}), -l_j^2 \right) \end{aligned} \quad (24)$$

式(23)和式(24)中的 l_j^2 已在前文定义. 对式(20)

求逆,可得未知向量 $\phi_1^0 = (\mathbf{u}^0)^T, c^0)^T$ 的CRLB为

$$\mathbf{CRLB}_{\text{SME}} = \left(\mathbf{FIM}_{\text{SME}} \right)^{-1} \quad (25)$$

另外,当仅有TOA可利用时, $\frac{\partial \tilde{\mathbf{m}}^0}{\partial \phi_1^0}$ 退化为 $\frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial \phi_1^0}$, 同时

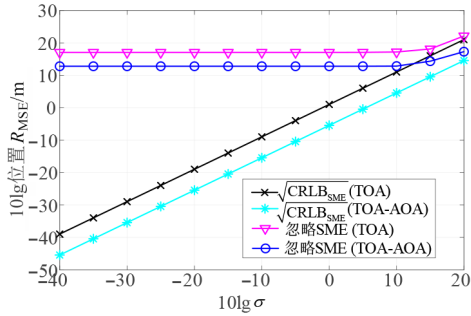
协方差矩阵相应调整为 \mathbf{Q}_τ . 为了更直观地展现考虑SME的优势,这里进一步给出仿真实验. 在水下定位场景中,使用6个传感器对未知合作目标位置和水声信号速度进行估计,传感器初始位置及速度参数见表1. TOA和AOA观测噪声的协方差矩阵分别设置为 $\mathbf{Q}_\tau = \sigma_\tau^2 \mathbf{I}_M$ 和 $\mathbf{Q}_\phi = \mathbf{Q}_\theta = \sigma_a^2 \mathbf{I}_M$,其中 σ_τ 和 σ_a 为观测噪声标准差,分别设置为 $\sigma_\tau = 10^{-4} \sigma$ 与 $\sigma_a = 0.02 \sigma$,其中 σ 为噪声尺度变化因子. 未知目标坐标从 $[0, 1000] \text{ m} \times [0, 1000] \text{ m} \times [0, 1000] \text{ m}$ 的立方区域中随机生成,未知水声信号传播速度在 $1400 \sim 1500 \text{ m/s}$ 范围内随机均匀产生,仿真实验对比了分别使用TOA与联合TOA-AOA时,忽略SME的理论性能[式(19)]和本文所提模型的理论性能[式(25)],仿真实验结果在图2中给出. 为了描述方便,忽略SME的理论性能在仿真实验中分别记为忽略SME(TOA)和忽略SME(TOA-AOA).

根据仿真实验可知,当观测噪声较小时,仅利用TOA忽略SME的定位方法理论性能较差,这主要是由于观测噪声较小时,式(19)第二项占据性能主导地位. 虽然联合TOA-AOA的定位性能略优于仅利用TOA的估计性能,但依旧无法扭转忽略SME导致的性能恶化现象,这也反映出在水声定位场景考虑SME的重要性. 随着观测噪声的增加,忽略SME的理论性能会逐渐逼近本文所提模型的CRLB,这主要是由于观测噪声较大时,式(19)第一项,即不存在SME的均方误差占据估计性能的主导地位,这与3.1节理论分析保持一致. 此外,

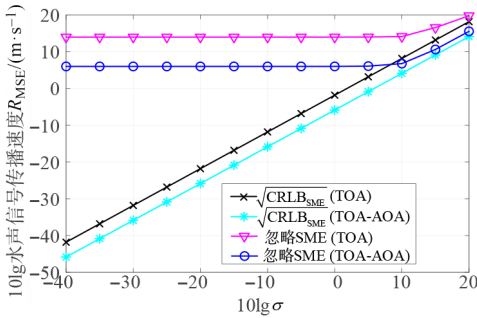
对于本文所提定位模型,联合 TOA-AOA 比仅利用 TOA 可提供更小的目标位置和水声信号传播速度估计均方根误差.

表 1 传感器初始位置和速度参数

序号	位置/m			速度/(m·s ⁻¹)		
	x_{s_j}	y_{s_j}	z_{s_j}	\dot{x}_{s_j}	\dot{y}_{s_j}	\dot{z}_{s_j}
1	300	100	150	30	-20	20
2	400	150	100	-30	10	20
3	400	500	200	10	-20	10
4	350	200	100	10	20	30
5	-100	-100	-100	-20	10	10
6	200	-300	-200	20	-10	10



(a) 位置估计性能



(b) 水声信号传播速度估计性能

图 2 考虑/忽略 SME 的理论性能对比

4 本文所提方法

本节具体阐述本文所提方法,其中 4.1 节分别构建了仅利用 TOA 和联合 TOA-AOA 的定位方程,利用 WLS 技术分别给出目标位置与水声信号传播速度估计的初始解;4.2 节基于误差修正的思想进一步提升参数估计精度.

4.1 初始解

4.1.1 仅利用 TOA

对式(1)两边同时平方,移项可得

$$\|s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j\|^2 - 2(s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j)^T u^o + (u^o)^T u^o - (\tilde{\tau}_j c^o)^2 = 0 \quad (26)$$

将式(6)代入式(26)整理可得 TOA 方程:

$$\begin{aligned} & \|s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j\|^2 - 2(s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j)^T u^o + (u^o)^T u^o - (\tilde{\tau}_j c^o)^2 \\ & = 2((s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j)^T \dot{s}_j - \dot{s}_j^T u^o - \tilde{\tau}_j (c^o)^2) \Delta \tilde{n}_j \end{aligned} \quad (27)$$

将满足 $j=1, 2, \dots, M$ 的所有式(27)联立:

$$b_1 - A_1 \psi_1^o = B_1 \Delta \tilde{n} \quad (28)$$

其中, $\psi_1^o = ((u^o)^T, (c^o)^T, (u^o)^T u^o)^T$ 为第一步的未知向量, $(u^o)^T u^o$ 为额外变量, b_1, A_1 以及 B_1 的第 j 个元素、第 j 行元素及对角线元素分别为

$$\begin{aligned} b_1(j, 1) &= \|s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j\|^2 \\ A_1(j, :) &= [2(s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j)^T \quad -1 \quad \tilde{\tau}_j^2]^T \\ B_1(j, j) &= 2((s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j)^T \dot{s}_j - \dot{s}_j^T u^o - \tilde{\tau}_j (c^o)^2) \end{aligned} \quad (29)$$

那么仅利用 TOA 时, ψ_1^o 的 WLS 初始估计值为

$$\hat{\psi}_1 = (A_1^T W_1 A_1)^{-1} A_1^T W_1 b_1 \quad (30)$$

其中,加权矩阵计算方式为 $W_1 = (B_1 Q_{\tilde{\tau}} B_1^T)^{-1}$. 当观测噪声较小时,忽略二次及以上噪声项,可得 $E(\hat{\psi}_1 - \psi_1^o) \approx 0$, 那么估计误差协方差矩阵为

$$\text{cov}(\hat{\psi}_1) = (A_1^T W_1 A_1)^{-1} \quad (31)$$

4.1.2 联合 TOA-AOA

仅利用 TOA 会引入额外变量 $(u^o)^T u^o$, 尽管后续可通过误差修正的方法降低伪线性手段造成的性能损失,但当观测噪声较大时,可能造成一定的性能损失. 为了解决该问题,可利用 AOA 消除额外变量.

令 $p_j^o = (\cos \tilde{\theta}_j^o \cos \tilde{\varphi}_j^o, \cos \tilde{\theta}_j^o \sin \tilde{\varphi}_j^o, \sin \tilde{\theta}_j^o)^T$ 为第 j 个传感器与目标连线方向的单位向量,则有

$$u^o - \tilde{s}_j = p_j^o \|u^o - \tilde{s}_j\| \quad (32)$$

对式(32)两端同时乘以 $(p_j^o)^T$, 可得

$$(p_j^o)^T (u^o - \tilde{s}_j) = \|u^o - \tilde{s}_j\| \quad (33)$$

将式(33)代入式(1)中可建立如下关系式:

$$(p_j^o)^T (u^o - \tilde{s}_j) = c^o \tilde{\tau}_j^o \quad (34)$$

将式(6)和式(9)代入式(34),同时仅保留线性噪声项,有

$$\begin{aligned} & p_j^T (s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j) - p_j^T u^o + \tilde{\tau}_j c^o \\ & = (c^o + \dot{s}_j^T p_j) \Delta \tilde{n}_j \\ & \quad + (s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j - u^o)^T (d_{1j} \Delta \tilde{\varphi}_j + d_{2j} \Delta \tilde{\theta}_j) \end{aligned} \quad (35)$$

其中,向量 $d_{1j} = (\cos \tilde{\theta}_j \sin \tilde{\varphi}_j, -\cos \tilde{\theta}_j \cos \tilde{\varphi}_j, 0)^T$ 且 $d_{2j} = (\sin \tilde{\theta}_j \cos \tilde{\varphi}_j, \sin \tilde{\theta}_j \sin \tilde{\varphi}_j, -\cos \tilde{\theta}_j)^T$, p_j 仅需将 p_j^o 中的真实参数用 $\tilde{\varphi}_j$ 和 $\tilde{\theta}_j$ 代替. 此外,定义与 p_j^o 正交的 2 个单位向量分别为

$$\begin{aligned} \alpha_j^o &= (-\sin \tilde{\varphi}_j^o, \cos \tilde{\varphi}_j^o, 0)^T \\ \beta_j^o &= (-\sin \tilde{\theta}_j^o \cos \tilde{\varphi}_j^o, -\sin \tilde{\theta}_j^o \sin \tilde{\varphi}_j^o, \cos \tilde{\theta}_j^o)^T \end{aligned} \quad (36)$$

对式(36)、式(32)两边分别乘以 $(\alpha_j^o)^T$ 和 $(\beta_j^o)^T$, 可得

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\alpha}_j^\circ)^\top (\mathbf{u}^\circ - \tilde{\mathbf{s}}_j) &= 0 \\ (\boldsymbol{\beta}_j^\circ)^\top (\mathbf{u}^\circ - \tilde{\mathbf{s}}_j) &= 0 \end{aligned} \quad (37)$$

将式(6)和式(9)代入式(37),则有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_j^\top (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) - \boldsymbol{\alpha}_j^\top \mathbf{u}^\circ &= \dot{\mathbf{s}}_j^\top \boldsymbol{\alpha}_j \Delta \tilde{n}_j + \left\| \mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_j - \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j \right\| \cos \tilde{\theta}_j \Delta \tilde{\phi}_j \\ \boldsymbol{\beta}_j^\top (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) - \boldsymbol{\beta}_j^\top \mathbf{u}^\circ &= \dot{\mathbf{s}}_j^\top \boldsymbol{\beta}_j \Delta \tilde{n}_j + \left\| \mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_j - \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j \right\| \Delta \tilde{\theta}_j \end{aligned} \quad (38)$$

将式(35)和式(38)联立并改写为矩阵形式,则有

$$\mathbf{b}_2 - \mathbf{A}_2 \boldsymbol{\phi}_1^\circ = \mathbf{B}_2 \Delta \tilde{\mathbf{m}} \quad (39)$$

其中, $\mathbf{b}_2 = (\mathbf{b}_{21}^\top, \mathbf{b}_{22}^\top, \mathbf{b}_{23}^\top)^\top$, $\mathbf{A}_2 = [\mathbf{A}_{21}^\top, \mathbf{A}_{22}^\top, \mathbf{A}_{23}^\top]^\top$, 它们的具体元素可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{21}(j, 1) &= \mathbf{p}_j^\top (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) \\ \mathbf{b}_{22}(j, 1) &= \boldsymbol{\alpha}_j^\top (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) \\ \mathbf{b}_{23}(j, 1) &= \boldsymbol{\beta}_j^\top (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) \\ \mathbf{A}_{21}(j, :) &= [\mathbf{p}_j^\top, -\tilde{\tau}_j] \\ \mathbf{A}_{22}(j, :) &= [\boldsymbol{\alpha}_j^\top, 0] \\ \mathbf{A}_{23}(j, :) &= [\boldsymbol{\beta}_j^\top, 0] \end{aligned} \quad (40)$$

另外, $3M$ 维方阵 \mathbf{B}_2 表示为分块矩阵:

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{23} \\ \mathbf{B}_{24} & \mathbf{B}_{25} & \mathbf{B}_{25} \\ \mathbf{B}_{27} & \mathbf{B}_{28} & \mathbf{B}_{29} \end{bmatrix} \quad (41)$$

其中, \mathbf{B}_{26} 和 \mathbf{B}_{28} 为 M 维全零方阵, 其余矩阵均为对角矩阵, 其对角线元素可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{21}(j, j) &= (\mathbf{c}^\circ + \dot{\mathbf{s}}_j^\top \mathbf{p}_j) \\ \mathbf{B}_{22}(j, j) &= (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j - \mathbf{u}^\circ)^\top \mathbf{d}_{1j} \\ \mathbf{B}_{23}(j, j) &= (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j - \mathbf{u}^\circ)^\top \mathbf{d}_{2j} \\ \mathbf{B}_{24}(j, j) &= \dot{\mathbf{s}}_j^\top \boldsymbol{\alpha}_j \\ \mathbf{B}_{25}(j, j) &= \left\| \mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_j - \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j \right\| \cos \tilde{\theta}_j \\ \mathbf{B}_{27}(j, j) &= \dot{\mathbf{s}}_j^\top \boldsymbol{\beta}_j \\ \mathbf{B}_{29}(j, j) &= \left\| \mathbf{u}^\circ - \mathbf{s}_j - \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j \right\| \end{aligned} \quad (42)$$

那么联合 TOA-AOA 时, $\boldsymbol{\phi}_1^\circ$ 的 WLS 初始估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}_1 = (\mathbf{A}_2^\top \mathbf{W}_2 \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{A}_2^\top \mathbf{W}_2 \mathbf{b}_2 \quad (43)$$

其中, 加权矩阵为 $\mathbf{W}_2 = (\mathbf{B}_2 \mathbf{Q}_m \mathbf{B}_2^\top)^{-1}$.

4.2 定位误差修正

4.2.1 仅利用 TOA

将真实值 $\boldsymbol{\psi}_1^\circ$ 表示为初始估计值 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_1$ 与定位误差 $\Delta \boldsymbol{\psi}_1$ 叠加的形式, 则有

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^\circ &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) - \Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) \\ (\mathbf{c}^\circ)^2 &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) - \Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4) \\ (\mathbf{u}^\circ)^\top \mathbf{u}^\circ &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(5) - \Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(5) \end{aligned} \quad (44)$$

$\boldsymbol{\psi}_1^\circ(5)$ 与 $\boldsymbol{\psi}_1^\circ(1:3)$ 存在如下非线性关系:

$$\boldsymbol{\psi}_1^\circ(5) - \mathbf{1}^\top \boldsymbol{\psi}_1^\circ(1:3) \odot \boldsymbol{\psi}_1^\circ(1:3) = 0 \quad (45)$$

将式(44)最后一个方程代入式(45), 联合式(44)其余等式, 忽略二阶及以上噪声项, 则有

$$\mathbf{b}_3 - \mathbf{A}_3 \boldsymbol{\psi}_3^\circ = \mathbf{B}_3 \Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}_1 \quad (46)$$

其中, $\boldsymbol{\psi}_3^\circ = ((\mathbf{u}^\circ \odot \mathbf{u}^\circ)^\top, (\mathbf{c}^\circ)^\top)^\top$ 为待估计向量, 且 \mathbf{b}_3 、 \mathbf{A}_3 和 \mathbf{B}_3 分别定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_3 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3^\top & 1 \\ \mathbf{1}_3^\top & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_3 &= \text{blkdiag}(2\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:N)^\top, 1, 1) \end{aligned} \quad (47)$$

$$\mathbf{b}_3 = (\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3) \odot \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:3), \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(5), \hat{\boldsymbol{\psi}}_1(4))^\top$$

利用 WLS 技术可得 $\boldsymbol{\psi}_3^\circ$ 的估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_3 = (\mathbf{A}_3^\top \mathbf{W}_3 \mathbf{A}_3)^{-1} \mathbf{A}_3^\top \mathbf{W}_3 \mathbf{b}_3 \quad (48)$$

其中, 加权矩阵为 $\mathbf{W}_3 = (\mathbf{B}_3 \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1) \mathbf{B}_3^\top)^{-1}$. 因此, 仅利用 TOA 得到的最终估计值为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_3 &= \text{diag}(\text{sign}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1(1:N))) \odot \sqrt{\hat{\boldsymbol{\psi}}_3(1:N)} \\ \hat{c}_3 &= \sqrt{\hat{\boldsymbol{\psi}}_3(N+1)} \end{aligned} \quad (49)$$

将 $\boldsymbol{\psi}_3^\circ$ 代入式(49), 整理可得估计误差向量 $(\Delta \hat{\mathbf{u}}_3^\top, \Delta \hat{c}_3)^\top$ 为

$$\begin{aligned} (\Delta \hat{\mathbf{u}}_3^\top, \Delta \hat{c}_3)^\top &= \mathbf{P}_1^{-1} \Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}_3 \\ &= 2[\text{diag}(\hat{\mathbf{u}}_3^\top, \hat{c}_3)]^{-1} \Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}_3 \end{aligned} \quad (50)$$

当观测噪声足够小时, 忽略高阶噪声项近似可得 $E(\Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}_3) \approx 0$, 进而有 $E(\Delta \hat{\mathbf{u}}_3^\top, \Delta \hat{c}_3) \approx 0$, 即本文所提方法在 TOA 观测噪声较小时近似为无偏估计, 其协方差矩阵可写为

$$\begin{aligned} \text{cov}((\Delta \hat{\mathbf{u}}_3^\top, \Delta \hat{c}_3)^\top) &= \mathbf{P}_1^{-1} \text{cov}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_3) \mathbf{P}_1^{-\top} \\ &= \mathbf{P}_1^{-1} (\mathbf{A}_3^\top \mathbf{W}_3 \mathbf{A}_3)^{-1} \mathbf{P}_1^{-\top} \end{aligned} \quad (51)$$

4.2.2 联合 TOA-AOA

将 $\boldsymbol{\phi}_1^\circ$ 的估计值表示为真实值与估计误差的叠加形式, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^\circ &= \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(1:3) - \Delta \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(1:3) \\ \mathbf{c}^\circ &= \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(4) - \Delta \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(4) \end{aligned} \quad (52)$$

将式(52)分别代入式(27)和式(38), 忽略二阶及以上误差可得

$$\mathbf{b}_4 - \mathbf{A}_4 \boldsymbol{\phi}_2^\circ = \mathbf{B}_4 \Delta \tilde{\mathbf{m}} \quad (53)$$

其中, $\boldsymbol{\phi}_2^\circ = (\Delta \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(1:3)^\top, \Delta \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(4)^\top)^\top$ 为未知变量, $\mathbf{b}_4 = (\mathbf{b}_{41}^\top, \mathbf{b}_{42}^\top, \mathbf{b}_{43}^\top)^\top$, $\mathbf{A}_4 = [\mathbf{A}_{41}^\top, \mathbf{A}_{42}^\top, \mathbf{A}_{43}^\top]^\top$, 它们所包含分块向量和分块矩阵的每一行元素具体分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{41}(j, 1) &= \left\| \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(1:3) - (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) \right\|^2 - \tilde{\tau}_j^2 \hat{\boldsymbol{\phi}}_1^2(4) \\ \mathbf{b}_{42}(j, 1) &= \boldsymbol{\alpha}_j^\top (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) - \boldsymbol{\alpha}_j^\top \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(1:3) \\ \mathbf{b}_{43}(j, 1) &= \boldsymbol{\beta}_j^\top (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) - \boldsymbol{\beta}_j^\top \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(1:3) \end{aligned} \quad (54)$$

和

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{41}(j, :) &= 2 \left(\left(\hat{\boldsymbol{\phi}}_1(1:3) - (\mathbf{s}_j + \dot{\mathbf{s}}_j \tilde{\tau}_j) \right)^\top, -\tilde{\tau}_j^2 \hat{\boldsymbol{\phi}}_1(4) \right) \\ \mathbf{A}_{42}(j, :) &= (-\boldsymbol{\alpha}_j^\top, 0)^\top \\ \mathbf{A}_{43}(j, :) &= (-\boldsymbol{\beta}_j^\top, 0)^\top \end{aligned} \quad (55)$$

另外,矩阵 \mathbf{B}_4 可表示为

$$\mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{41} & \mathbf{O}_{M \times M} & \mathbf{O}_{M \times M} \\ \mathbf{B}_{44} & \mathbf{B}_{45} & \mathbf{O}_{M \times M} \\ \mathbf{B}_{47} & \mathbf{O}_{M \times M} & \mathbf{B}_{49} \end{bmatrix} \quad (56)$$

其中,矩阵 \mathbf{B}_{44} 、 \mathbf{B}_{45} 、 \mathbf{B}_{47} 以及 \mathbf{B}_{49} 的表达形式分别与式(42)中的 \mathbf{B}_{24} 、 \mathbf{B}_{25} 、 \mathbf{B}_{27} 以及 \mathbf{B}_{29} 相同,仅需将第一步估计值替换(42)中对应参数值即可得到. \mathbf{B}_{41} 为对角矩阵,其对角线元素为

$$\mathbf{B}_{41}(j,j) = 2 \left((s_j + \dot{s}_j \tilde{\tau}_j) - \hat{\phi}_1(1:3) \right)^T \dot{s}_j - \tilde{\tau}_j \hat{\phi}_1^2(4) \quad (57)$$

类似地,未知向量 $\hat{\phi}_2$ 的 WLS 估计值为

$$\hat{\phi}_2 = (\mathbf{A}_4^T \mathbf{W}_4 \mathbf{A}_4)^{-1} \mathbf{A}_4^T \mathbf{W}_4 \mathbf{b}_4 \quad (58)$$

其中,加权矩阵 $\mathbf{W}_4 = (\mathbf{B}_4 \mathbf{Q}_m \mathbf{B}_4^T)^{-1}$. 因此,联合 TOA-AOA 得到的目标位置和水声信号传播速度估计值为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_4 &= \hat{\phi}_1(1:3) - \hat{\phi}_2(1:3) \\ \hat{c}_4 &= \hat{\phi}_1(4) - \hat{\phi}_2(4) \end{aligned} \quad (59)$$

对式(59)左右两边同时减去真实值,可得估计偏差为

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\mathbf{u}}_4 &= \hat{\mathbf{u}}_4 - \mathbf{u}^0 = \Delta \hat{\phi}_1(1:3) - \hat{\phi}_2(1:3) \\ \Delta \hat{c}_4 &= \hat{c}_4 - c^0 = \Delta \hat{\phi}_1(4) - \hat{\phi}_2(4) \end{aligned} \quad (60)$$

根据式(60)可知,联合 TOA-AOA 的估计偏差等价于第二步的估计偏差. 当观测噪声较小时,对式(60)两边求期望并仅保留线性噪声项,有 $E(\Delta \hat{\mathbf{u}}_4^T, \Delta \hat{c}_4) \approx 0$, 即联合 TOA-AOA 的估计方法在观测噪声较小时同样近似无偏估计,进而可得协方差矩阵为

$$\text{cov}((\Delta \hat{\mathbf{u}}_4^T, \Delta \hat{c}_4)^T) = (\mathbf{A}_4^T \mathbf{W}_4 \mathbf{A}_4)^{-1} \quad (61)$$

还需说明的是,无论是仅利用 TOA 还是联合 TOA-AOA 定位,根据式(29)和式(42)可知,第一步获取初始估计值需依靠未知参数. 为了解决该问题,本文采用与文献[24]和文献[25]相同的思想,首先设置加权矩阵 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 为单位矩阵,得到粗略估计值后再对它们进行修正,从而给出最终估计值. 根据后续仿真实验,这种近似操作带来的性能损失可忽略不计. 具体计算步骤如算法 1 与算法 2 所示.

算法 1 所提仅利用 TOA 定位方法

输入: 向量 $\tilde{\tau}$ 以及协方差矩阵 \mathbf{Q}_τ

输出: $\hat{\mathbf{u}}_3$ 以及 \hat{c}_3

1. 根据式(29)构建 \mathbf{b}_1 和 \mathbf{A}_1 , 令加权矩阵 \mathbf{W}_1 为单位矩阵, 根据式(30)计算粗略估计值
2. 利用粗略估计更新加权矩阵, 再次根据式(30)计算初始估计值 $\hat{\psi}_1$
3. 利用 $\hat{\psi}_1$, 根据式(47)分别构建 \mathbf{b}_3 、 \mathbf{A}_3 以及 \mathbf{B}_3
4. 根据式(48)和式(49)计算最终目标位置 $\hat{\mathbf{u}}_3$ 与水声信号传播速度 \hat{c}_3

5 方法分析

本节首先证明当观测噪声较小时,本文所提方法理论性能可到达 CRLB, 随后以所需实数乘法为主分析

算法 2 所提联合 TOA-AOA 定位方法

输入: 向量 $\tilde{\mathbf{m}}$ 以及协方差矩阵 \mathbf{Q}_m

输出: $\hat{\mathbf{u}}_4$ 以及 \hat{c}_4

1. 根据式(40)构建 \mathbf{b}_2 、 \mathbf{A}_2 , 令加权矩阵 \mathbf{W}_2 为单位矩阵, 根据式(43)计算粗略估计值
2. 利用粗略估计值更新加权矩阵 \mathbf{W}_2 , 再次利用式(43)计算初始估计值 $\hat{\phi}_1$
3. 利用 $\hat{\phi}_1$, 根据式(54)~(57)分别构建 \mathbf{b}_4 、 \mathbf{A}_4 以及 \mathbf{B}_4
4. 根据式(58)和式(59)计算最终目标位置 $\hat{\mathbf{u}}_4$ 与水声信号传播速度 \hat{c}_4

本文所提方法的计算复杂度, 同时对比现有方法和本文所提方法所需传感器数目.

5.1 方法性能分析

根据第 4 节的分析, 本文所提方法仅利用 TOA 与联合 TOA-AOA 定位方法在观测噪声较小时均近似为无偏估计. 因此, 判断本文所提方法能否实现 CRLB 性能仅需分别比较协方差矩阵式(51)、式(61)与 CRLB 式(25). 令加权矩阵 \mathbf{W}_3 和 \mathbf{W}_4 分别代入式(51)和式(61)整理可得

$$\begin{aligned} \text{cov}^{-1}((\Delta \hat{\mathbf{u}}_3^T, \Delta \hat{c}_3)^T) &= (\mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_3^{-1} \mathbf{A}_3 \mathbf{P}_1)^T \mathbf{Q}_\tau^{-1} (\mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_3^{-1} \mathbf{A}_3 \mathbf{P}_1) \quad (62) \\ \text{cov}^{-1}((\Delta \hat{\mathbf{u}}_4^T, \Delta \hat{c}_4)^T) &= (\mathbf{B}_4^{-1} \mathbf{A}_4)^T \mathbf{Q}_m^{-1} (\mathbf{B}_4^{-1} \mathbf{A}_4) \end{aligned}$$

不难发现, 式(62)与式(25)具有相同的矩阵形式. 事实上, 当观测噪声足够小时, 通过矩阵乘法等运算操作^[26]可得

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_3^{-1} \mathbf{A}_3 \mathbf{P}_1 &\approx \frac{\partial \tilde{\tau}^0}{\partial \phi_1^0} \\ \mathbf{B}_4^{-1} \mathbf{A}_4 &\approx \frac{\partial \tilde{\mathbf{m}}^0}{\partial \phi_1^0} \end{aligned} \quad (63)$$

因此, 所提仅利用 TOA 和联合 TOA-AOA 的定位方法在观测噪声较小时均可实现 CRLB 性能.

5.2 方法计算复杂度分析

表 2 给出了不同方法所需计算复杂度(仅考虑实数乘法^[27])对比情况. 本文所提方法(仅利用 TOA)的计算复杂度主要集中于计算加权矩阵 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_3 , 以及初始解 $\hat{\psi}_1$ 和最终解 $\hat{\psi}_3$. 不失一般性地, 所提仅利用 TOA 的定位方法计算复杂度约为 $O(M^3)$. 与现有忽略 SME 的无源定位方法^[15]相比, 计算复杂度处同一量级. 虽然现有考虑 SME 的主动定位方法^[21](仅利用 TOA)计算复杂度同样约为 $O(M^3)$, 但该方法引入较多额外变量, 至少需要 9 个传感器才能给出唯一解. 根据第 4 节阐述, 本文所提方法仅利用 TOA 时, 未知向量 ψ_1^0 共包含 5 个元素, 由于每个观测站仅能获得 1 个 TOA 并建立 1 个独立方程, 根据矩阵基本运算理论^[26], 至少需要 5 个观测站才能保证唯一解. 此外, 所提联合 TOA-AOA 方法的计算复杂度略大于文献[22]所提方法, 但与考虑 SME 的 TOA-AOA 主动定位方法^[23]计算复杂度相当, 这主要是

由于利用 AOA 比利用 FOA 提升了矩阵维度,从而增加了计算复杂度. 尽管如此,本文联合 TOA-AOA 的定位方法能够将所需传感器数量降为 2 个,具有较强的水下定位工程应用价值. 联合 TOA-AOA 定位时,未知向量 ϕ_1^0 元素个数为 4,每个观测站可获得 1 个 TOA、1 个方位角及 1 个俯仰角观测量,能够建立 3 个独立方程,因此仅需 2 个观测站即可给出唯一解.

表 2 本文所提方法与现有方法计算复杂度对比情况

方法	计算复杂度	传感器数目
本文所提方法(仅利用 TOA)	$O(M^3)$	≥ 5
本文所提方法(联合 TOA-AOA)	$O(27M^3)$	≥ 2
忽略 SME 无源定位方法 ^[15] (仅利用 TOA)	$O(M^3)$	≥ 4
考虑 SME 闭式方法 ^[21] (仅利用 TOA)	$O(M^3)$	≥ 9
考虑 SME 闭式方法 ^[22] (联合 TOA-FOA)	$O(8M^3)$	≥ 3
考虑 SME 闭式方法 ^[23] (联合 TOA-AOA)	$O(27M^3)$	≥ 3

6 仿真实验

本节基于 Intel Core i5 笔记本平台开展仿真实验进一步验证理论分析. 其中,传感器位置、速度及目标位置均随机产生,具体坐标界限见表 3,TOA、AOA 观测噪声协方差矩阵设置与第 3 节一致. 同时,为了匹配三维未知水声传播速度定位场景,仿真实验对文献[15]所提方法进行了适当调整,将该方法分别扩展为仅利用 TOA 和联合 TOA-AOA 估计目标位置与水声信号传播速度,并将它们与本文方法进行对比. 仿真实验同时添加了忽略 SME 的理论性能[式(19)]与本文所提模型的 CRLB[式(25)],分别作为文献[15]所提方法与本文所提方法的评价基准. 另外,仿真实验还给出现有考虑 SME 的主动定位方法^[21-23]与本文所提方法估计性能的对比情况. 仿真性能指标通过 $L = 5000$ 次蒙特卡罗实验所得均方根误差进行评估,其定义为

$$R_{\text{MSE}}(\zeta) = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^L \|\zeta_l - \zeta^0\|^2}{L}} \quad (64)$$

其中, ζ^0 表示目标位置或水声信号传播速度真实值, ζ_l 表示第 l 次仿真估计结果.

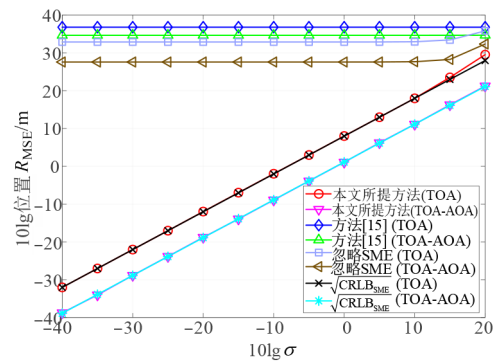
6.1 仿真情形 1

图 3 给出了本文所提方法与现有无源定位方法估计性能随尺度因子的变化情况,传感器数目设置为 6 个. 根据仿真结果可知,经过适当调整的方法[15](即文献[15]所提方法,后文方法[21~23]同理)无法到达其对应的理论性能,这可能是由于实际仿真中忽略 SME 引入了更大的估计误差,导致与理论性能失配. 该现象在现有无源定位研究中也较为常见,例如在文献[25]中位置误差影响了观测误差特性,忽略传感器误差时,实际仿真所得 R_{MSE} 同样无法逼近其对应的理论值. 与

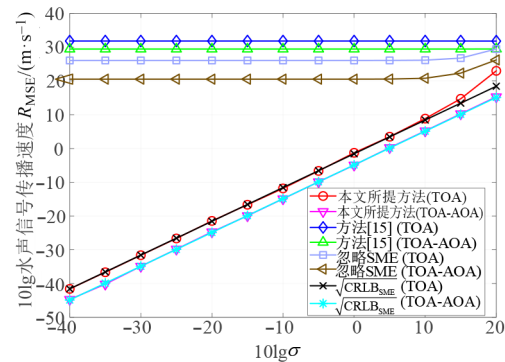
表 3 传感器与目标参数界限值

界限		上界	下界	
传感器	位置/m	x_{s_j}	600	-600
		y_{s_j}	600	-600
		z_{s_j}	500	-500
	速度/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	\dot{x}_{s_j}	20	-20
		\dot{y}_{s_j}	20	-20
		\dot{z}_{s_j}	20	-20
未知目标	位置/m	x	-3 000	3 000
		y	-3 000	3 000
		z	-3 000	3 000

本文所提方法相比,仅利用 TOA 的方法[15]在目标位置和水声信号传播速度估计方面有着明显差距(尤其是对于观测噪声较小的情况),这主要由于方法[15]未考虑 SME,且式(19)第二部分偏差项主导定位性能. 联合 TOA-AOA 的方法[15]虽可略微改善定位性能,但仍无法扭转忽略 SME 带来的性能损失. 随着观测噪声的逐渐增大,方法[15]与本文所提方法之间的估计性能差距逐渐缩小,这主要是因为观测噪声较大时,式(19)的第一项占据定位性能主导地位,这与理论分析保持一致. 此外,本文所提方法在整个观测噪声范围内均可实现或接近 CRLB 性能,且联合 TOA-AOA 具备更小的均方根误差.



(a) 位置估计性能

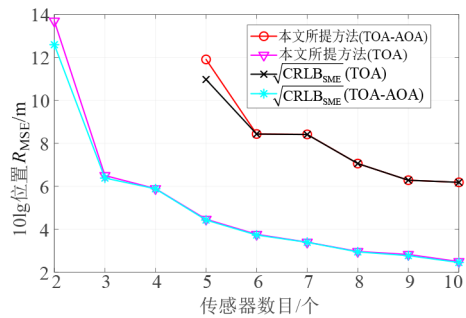


(b) 水声信号传播速度估计性能

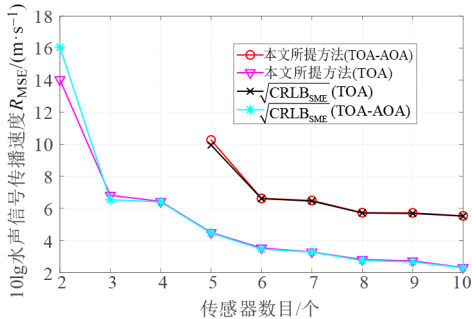
图 3 本文所提方法与现有无源定位方法估计性能对比情况

6.2 仿真情形 2

图 4 给出了本文所提方法估计性能随传感器数目的变化情况,目标与传感器参数设置同 6.1 节, TOA、AOA 观测噪声分别设置为 $\sigma_{\tau_i} = 1 \text{ ms}$ 与 $\sigma_{\alpha_i} = (\pi/360) \text{ rad}$. 根据仿真结果可知,本文所提仅利用 TOA 的定位方法至少需要 5 个传感器才可接近 CRLB 性能,这主要是因为三维定位场景下式(28)的未知变量个数为 5 个,所以至少需要 5 个独立方程才能给出唯一解. 相比之下,联合 TOA-AOA 的定位方法仅需 2 个传感器便可估计目标位置与未知水声信号传播速度,这可为水下定位的工程应用提供一定的理论基础.



(a) 位置估计性能



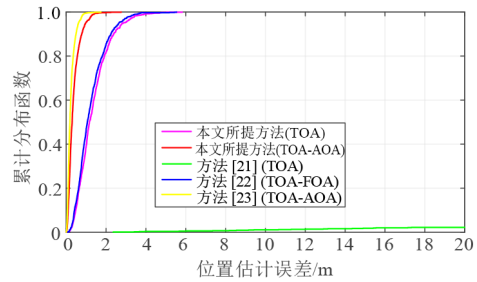
(b) 水声信号传播速度估计性能

图 4 本文所提方法估计性能随传感器数目的变化情况

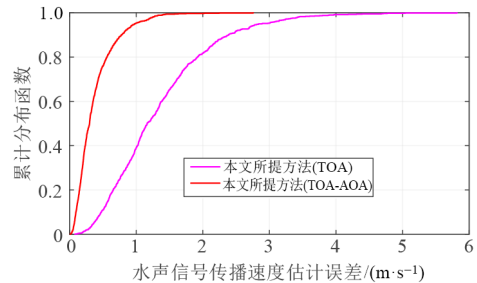
6.3 仿真情形 3

图 5 和图 6 分别给出了使用 5 个传感器和 9 个传感器时,本文所提方法与现有主动定位方法^[21-23]估计误差的累计分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF)对比情况, TOA 观测噪声设置为 $\sigma_{\tau_i} = 0.1 \text{ ms}$, 其余参数设置与 6.1 节相同.

根据仿真结果图 5 可知,由于引入了 FOA,因此方法[22]的定位性能优于本文仅利用 TOA 的定位方法,同时,联合 TOA-AOA 的主动定位方法[23]定位性能也优于本文所提方法,这主要得益于该方法考虑了二阶观测噪声项. 根据第 5 节理论分析可知,这 2 种方法至少需要 3 个传感器才能给出唯一解,本文联合 TOA-AOA 的方法仅需 2 个传感器便可给出目标位置估计值,

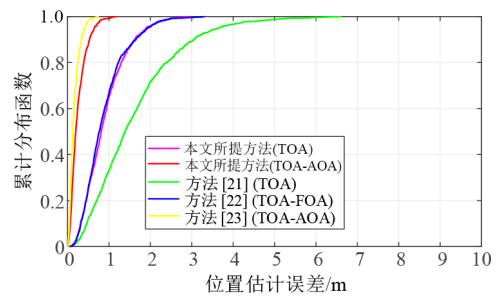


(a) 位置估计性能

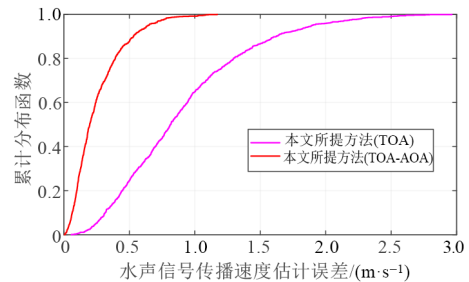


(b) 水声信号传播速度估计性能

图 5 本文所提方法与现有主动定位方法估计误差 CDF 对比情况(传感器数量为 5)



(a) 位置估计性能



(b) 水声信号传播速度估计性能

图 6 本文所提方法与现有主动定位方法估计误差 CDF 对比情况(传感器数量为 9)

且本文所提方法还可确定水声信号传播速度. 此外,对比图 5 和图 6 可得,对于仅使用 TOA 的主动定位方法[21],至少需要 9 个传感器才能保证其良好的定位性能. 然而,在实际定位场景中由于存在多任务并发或强干扰等挑战,难以保证同时有较多数目的传感器. 而本文所

提仅利用 TOA 的定位方法, 仅需 5 个传感器即可同时估计目标位置与水声信号传播速度.

表 4 中给出了不同方法在 3 种仿真情形下的平均执行时间. 根据表中数据可知, 本文所提方法无论是仅利用 TOA 还是联合 TOA-AOA, 平均执行时间与采用相同观测量的对比方法处于同一量级. 综上所述, 本文所提方法在保持良好定位性能的基础上兼顾了计算效率, 对于工程实践具有一定的指导意义.

表 4 3 种场景不同方法平均执行时间 单位: ms

方法	仿真情形 1	仿真情形 2	仿真情形 3
本文方法 (TOA-AOA)	5.66	5.68	5.66
方法[15] (TOA)	1.48	—	—
方法[15] (TOA-AOA)	5.59	—	—
方法[21] (TOA)	1.50	—	1.58
方法[22] (TOA-FOA)	3.44	—	3.64
方法[23] (TOA-AOA)	5.45	—	5.49

7 结论

针对现有无源定位方法忽略 SME, 无法有效应用于声波、地震波等慢信号定位环境中定位场景等问题, 本文以水声定位场景为例, 分别建立了存在 SME 时的 TOA 和 AOA 观测模型, 提出了联合估计目标位置与未知水声信号传播速度的无源定位闭式方法. 理论分析表明, 本文方法计算复杂度与现有定位方法处于同一量级, 且可减少现有方法所需传感器数目, 仿真实验进一步证明了本文所提方法的有效性与优越性. 需要指出的是, 本文研究还存在部分不足之处, 例如本文并未涉及利用 TDOA 处理存在 SME 的无源定位问题或考虑 SME 对观测噪声的影响. 同时, 本文并未考虑非水声环境场景下存在 SME 的定位研究, 这些问题也将作为后续研究的重点.

参考文献

[1] ZHANG L T, HUAN H, TAO R, et al. Emitter localization algorithm based on passive synthetic aperture[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(4): 2687-2701.

[2] LYU Y, WANG W, SUN Y Z, et al. Low-altitude UAV air-to-ground multilink channel modeling and analysis at 2.4 and 5.9 GHz[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2023, 22(9): 2135-2139.

[3] 孙奕髦, 徐屹淮, 唐北川, 等. 近远场统一定位模型: 基于子空间的方法与局限性分析[J]. 电子学报, 2023, 51(8): 2134-2143.

SUN Y M, XU Y H, TANG B C, et al. Unified model for near and far field localization: Subspace-based solution and limitations analysis[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(8): 2134-2143. (in Chinese)

[4] MA Z H, HO K C. TOA localization in the presence of random sensor position errors[C]//2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE, 2011: 2468-2471.

[5] 郝本建, 周玫汝, 严少虎, 等. 面向对流层散射传输的星地联合检测定位技术[J]. 电子学报, 2023, 51(5): 1273-1281.

HAO B J, ZHOU M R, YAN S H, et al. Satellite-ground joint detection positioning technique for tropospheric scattering transmission[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(5): 1273-1281. (in Chinese)

[6] 王鼎, 尹洁昕, 郑娜娥, 等. 信号传播速度未知下基于运动单站到达频率的定位新方法[J]. 电子学报, 2022, 50(5): 1181-1191.

WANG D, YIN J X, ZHENG N E, et al. A FOA-based localization method for moving single station under unknown signal propagation speed[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(5): 1181-1191. (in Chinese)

[7] ZOU Y B, WU L H, FAN J N, et al. A convergent iteration method for 3-D AOA localization[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(6): 8267-8271.

[8] YIN J X, WANG D, WU Y, et al. Single-step localization using multiple moving arrays in the presence of observer location errors[J]. Signal Processing, 2018, 152: 392-410.

[9] WANG G, LI Y M, ANSARI N. A semidefinite relaxation method for source localization using TDOA and FDOA measurements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, 62(2): 853-862.

[10] SUN T, DONG C X, MAO Y, et al. Moving target localization in multiple-input multiple-output radar systems without the prior knowledge of measurement noise powers[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(9): 1957-1960.

[11] ZHANG F R, SUN Y M, WAN Q. Calibrating the error from sensor position uncertainty in TDOA-AOA localization[J]. Signal Processing, 2020, 166: 107213.

[12] HO K C, XU W W. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004,

- 52(9): 2453-2463.
- [13] CAO J M, WAN Q, OUYANG X, et al. Multidimensional scaling-based passive emitter localisation from time difference of arrival measurements with sensor position uncertainties[J]. IET Signal Processing, 2017, 11(1): 43-50.
- [14] ZHANG F R, SUN Y M, ZOU J F, et al. Closed-form localization method for moving target in passive multistatic radar network[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(2): 980-990.
- [15] SUN Y M, HO K C, YANG Y B, et al. Computationally attractive and statistically efficient estimator for noise resilient TOA localization[J]. Signal Processing, 2022, 200: 108663.
- [16] ZHANG Z Q, WANG D, YANG B, et al. Weighted multidimensional scaling localization method with bias reduction based on TOA[J]. IEEE Sensors Journal, 2023, 23(17): 19803-19814.
- [17] SHI J, WANG G, JIN L P. Moving source localization using TOA and FOA measurements with imperfect synchronization[J]. Signal Processing, 2021, 186: 108113.
- [18] 王鼎, 尹洁昕, 郑娜娥, 等. 收发未精确同步条件下非相关多运动辐射源 TOAs/FOAs 协同定位方法[J]. 电子学报, 2024, 52(2): 550-563.
WANG D, YIN J X, ZHENG N E, et al. TOAs/FOAs cooperative localization method for multiple disjoint moving emitters in presence of imperfect synchronization between receivers and transmitters[J]. Acta Electronica Sinica, 2024, 52(2): 550-563. (in Chinese)
- [19] MA X, HAO B J, ZHANG H L, et al. Semidefinite relaxation for source localization by TOA in unsynchronized networks[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2022, 29: 622-626.
- [20] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1993.
- [21] JIA T Y, HO K C, WANG H Y, et al. Effect of sensor motion on time delay and doppler shift localization: Analysis and solution[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(22): 5881-5895.
- [22] JIA T Y, WANG H Y, WANG G, et al. Localization using time-delay and doppler shift by moving monostatic sensors[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(3): 2560-2567.
- [23] JIA T Y, LIU H W, HO K C, et al. Mitigating sensor motion effect for AOA and AOA-TOA localizations in underwater environments[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(9): 6124-6139.
- [24] WEN G J, SONG H B, GAO F, et al. Target localization in asynchronous distributed MIMO radar systems with a cooperative target[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(6): 4098-4113.
- [25] HO K C, LU X N, KOVAVISARUCH L. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: Analysis and solution[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 684-696.
- [26] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [27] 孙霆, 王威, 陈鹏, 等. 未知信号传播速度下存在时钟同步和传感器误差的多基地定位算法[J]. 电子学报, 2023, 51(8): 2124-2133.
SUN T, WANG W, CHEN P, et al. Multistatic localization algorithm under unknown signal propagation speed scenario with clock synchronization and sensor position errors[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(8): 2124-2133. (in Chinese)

作者简介

孙 霆 男, 1994年1月出生于山西省汾阳市. 现为长安大学信息工程学院讲师、硕士生导师. 主要研究方向为无源定位、多基地定位及雷达对抗技术.

E-mail: suntng123a@126.com

王 威 男, 1981年9月出生于湖北省荆门市. 现为长安大学信息工程学院教授、博士生导师. 主要研究方向为车联网定位导航技术、通信感知一体化.

E-mail: wei.wang@chd.edu.cn

高婧洁 女, 1988年8月出生于陕西省西安市. 现为长安大学信息工程学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为无线网络通信、定位及导航.

E-mail: gaojingji@chd.edu.cn

陈 鹏 男, 1992年4月出生于安徽省合肥市. 现为长安大学信息工程学院讲师、硕士生导师. 主要研究方向为阵列信号处理、声学信号处理.

E-mail: pchen@chd.edu.cn

董阳阳 男, 1991年5月出生于安徽省蚌埠市. 现为西安电子科技大学电子工程学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为阵列信号处理、雷达对抗.

E-mail: dongyangyang2104@126.com

董春曦 男, 1970年12月出生于河南省三门峡市. 现为西安电子科技大学电子工程学院教授、博士生导师. 主要研究方向为电子对抗技术、电子侦察信号处理、电子战系统设计、成像雷达干扰等.

E-mail: chxdong@mail.xidian.edu.cn